

基于区域确定的分层马尔可夫模型及其MPM算法

杨勇¹ 孙洪¹ 何楚¹

摘要 基于四叉树的分层马尔可夫随机场 (Markov random field, MRF) 模型在层间存在因果性, 不需要像非因果马尔可夫随机场模型那样的迭代算法, 但是传统的分层 MRF 模型常常导致分割结果具有块状现象和非连续边缘. 本文提出一种新的基于区域确定的半树分层 MRF 算法, 并推导出它的最大后验边缘概率 (Maximizer of the posteriori marginal, MPM) 算法. 在流域算法过分割结果的基础上, 该模型将层间的点概率转换为区域概率, 采用区域概率实现各层图像分割. 从 SAR 图像的监督分割实验结果来看, 本文提出的模型较好地克服了基于像素分层模型和单分辨率 MRF 模型带来的块现象和非连续边界, 因而具有更好的分割结果.

关键词 分层马尔可夫随机场, 区域概率, 监督分割, 最大后验边缘概率
中图分类号 TP751

A Region-determined Hierarchical Markov Model and Its MPM Algorithm

YANG Yong¹ SUN Hong¹ HE Chu¹

Abstract The noniterative algorithm of discrete hierarchical Markov random field (MRF) model has much lower computing complexity and better result than its iterative counterpart of noncausal MRF model, since it has causality property between layers. However, traditional hierarchical MRF model always results in the block artifacts and discontinuous edges. In this paper, a new region-determined half tree hierarchical MRF model is proposed and its region-determined maximizer of the posteriori marginals (MPM) algorithm is inferred. Based on over-segmentation of the watershed algorithm, the proposed model converts pixel probabilities between layers into region probabilities and obtains the final segmentation. The experiments on supervised SAR image segmentation demonstrate that the proposed method performs better than the pixel-based hierarchical model as well as the Gibbs sampler with the single resolution model.

Key words Hierarchical Markov random field, region-based probability, supervised segmentation, maximizer of the posteriori marginals

1 引言

离散分层的马尔可夫随机场 (Markov random field, MRF) 广泛应用于贝叶斯准则的图像分割操作中. 其中非因果的 MRF 将图像中相邻像素的空间交互建模为基于平面网格的 MRF^[1,2], 通过迭代算法将图像的局部信息逐步传递到整个图像, 以求得分割标号的最大后验概率 (Maximum a posteriori, MAP) 或最大后验边缘概率 (Maximizer of the posteriori marginal, MPM). 这种统计模型虽然因具有良好的理论背景及结果而得到了广泛的应用, 但是其迭代算法的计算量相当大, 而且随着图像尺寸的增大, 其计算量是令人难以容忍的, 很难满足实际需要.

近年来人们提出了分层 MRF 模型^[3~7], 该模型将图像建模为若干层的 MRF, 在层与层之间建立因

果关系. 这种关系一方面与图像的多分辨率相对应, 另一方面将某一平面网格上的信息以概率形式在其他平面网格上传递, 从而得到类似于马尔可夫链的非迭代的前向、后向算法. 很多学者对连续的和离散的因果模型进行了研究, 并在图像领域将其用于图像的重构、去噪、分割等应用. Terzopoulos^[3]采用多层网格模型减少了计算图像视觉问题时的计算量. Bouman 和 Shapiro^[4]采用一个因果自回归 Gaussian 模型和四叉树结构来进行多分辨率图像分割, 提出了一种基于新的贝叶斯估计准则 (Sequential map, SMAP) 的分割算法. 汪西莉^[5]提出了一种改进的半树分层 MRF 算法, 避免了计算中的下溢问题. 此外, 基于变换域的分层 MRF 算法同样引起了广泛的关注. Hyeokho 和 Richard^[6]将四叉树的分层模型应用于小波域, 采用小波域的隐马尔可夫模型在图像滤波和分割方面得到了很好的结果. 理论和实验结果说明, 这种因果模型抓住了图像的本质特征, 基于因果性的信息传递得到了更精确的统计结果, 非迭代的推导算法减少了大量计算.

但是在常用的基于像素的分层 MRF 模型中, 由于同一层随机场中相邻像素不一定有同一个父节

收稿日期 2005-11-8 收修改稿日期 2006-4-18
Received November 8, 2005; in revised form April 18, 2006
国家自然科学基金 (60372057, 40376051) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60372057, 40376051)
1. 武汉大学电子信息学院 武汉 430079
1. Electronic Information School, Wuhan University, Wuhan 430079
DOI: 10.1360/aas-007-0693

点,同一层的相邻像素间又没有交互,从而该模型的分类结果存在块效应,即区域边界可能出现跳跃.针对上述问题,本文提出一种新的基于区域确定的半树分层 MRF 模型.该模型除了最粗糙层外,其他各层都建立在流域分割^[7]基础上.除了对粗糙层采用传统分层 MRF 算法进行分割,该模型对其他各个层以流域法分割的区域为最小单元,采用区域概率^[8]确定每一个区域的类别(这里我们采用适当的参数保证流域结果为过分割,即任何一个区域内不可能存在两个或两个以上的类别).由于流域分割的结果具有良好的边缘,而且区域概率传递比点概率传递具有更强的鲁棒性,所以本文提出的基于区域确定的模型算法不但有效的克服了块效应现象,而且克服了 SAR 图像自身的 speckle 干扰.从模拟 SAR 图像和真实 SAR 图像分割的结果来看,本文提出的模型算法比传统分层 MRF 模型算法和单层 MRF 模型算法具有更好的分割结果.

2 基于区域确定的半树分层 MRF 模型

令观察图像对应的随机场为 Y , 它位于 2 维网格系统 S^n , 对于所采用的灰度图像来说, $Y \in \Lambda$. Y 要被分割成具有各自统计特性的 M 个不同的类别. X 是不可观测的随机场, X 中任意像素的取值 $X \in \Omega$, $\Omega = \{1, 2, \dots, M\}$. X 由多层随机场组成, 记为 X^0, X^0, \dots, X^N , 其中 X^0 是最上层, 对应于最粗糙的尺度 S^0 , 最下层 X^N 的大小和 Y 相同, 对应于最精细的尺度 S^N . X^n 中的一个像素代表 Y 中对应像素所属类的标号, 图像分割就是要确定图像中各像素类别的标号. X^i 位于网格 2^i 中, X^i 中的一个像素对应于 X^{i+1} 中的 4 个像素, 因此每层的像素数是上一层的 4 倍. 分层 MRF 形成了四叉树结构, 如图 1 所示. 其中, 任意节点 $x_s, s \in S^0, \dots, S^N$, 都有 1 个父节点 x_{s^-} 和四个子节点 x_{s^+} , 用 $d(t)$ 表示以 t 为根的子树的叶子节点, 如图 2 所示.

这里我们定义基于区域确定的半树分层 MRF 模型. 首先对原始灰度图像进行抽样, 生成如图 1 所示的多分辨率结构, 然后对除了最粗糙层 S^0 外其他层进行流域法分割^[7], 这样就得到了如图 3 所示的基于区域的半树分层 MRF 模型. 这里图 1 所采用的均值抽样相当于对观测场进行均值滤波, 这种抽样可以使该算法在最粗糙层分割时, 有效地抑制图像的噪声影响, 而且随着分割由上至下进行, 每层的噪声抑制逐渐减弱, 纹理细节逐渐增强, 使得图像由粗至精的分割得以进行. 另外, 由于流域分割结果为闭合区域, 这便于在层内求得每一个区域的概率.

本文提出的基于区域确定的分层 MRF 模型是半树模型, 即模型的层间因果关系被截断, 最粗糙层节点的父节点及祖先均被删去, 因此该层中的各个

节点不具有条件独立性, 所以我们需要考虑最粗糙层内相邻节点间的关系.

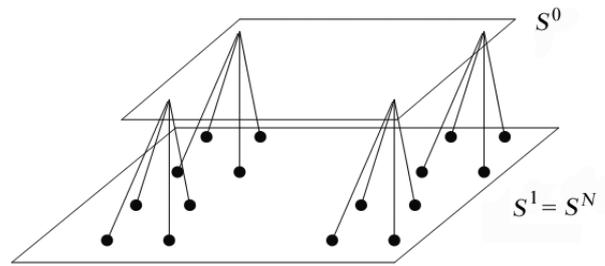


图 1 四叉树结构

Fig. 1 Quadtree graph structure

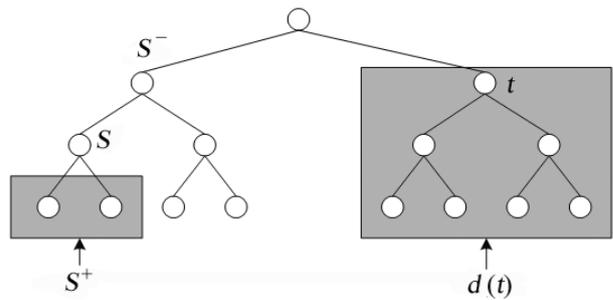


图 2 四叉树结点定义

Fig. 2 Notation on the quadtree

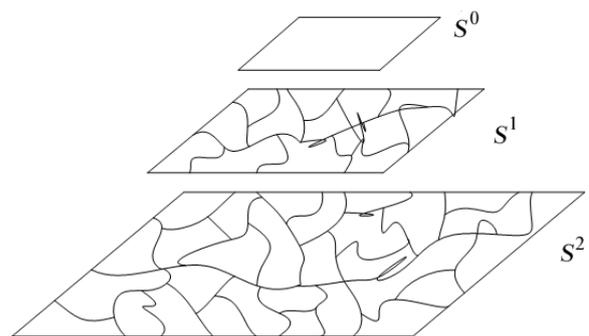


图 3 基于区域的半树分层 MRF 模型

Fig. 3 Half tree hierarchical structure based on region

3 基于区域确定的分层 MRF 模型的 MPM 分割算法

下面我们将推导出基于区域确定的分层 MRF 模型的后验边缘区域概率估计. 设 A 为某一层流域分割结果的一块区域, Num_A 为区域 A 的像素点个

数, $s \in A$, 则传统的基于像素的分层 MRF 模型^[9]的 x_s 的后验边缘概率 $P(x_s|y)$ 为

$$P(x_s|y) = \sum_{x_{s^-}} \frac{P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})}{\sum_{x_s} P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})} P(x_{s^-}|y) \quad (1)$$

其中

$$P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)}) = \frac{P(x_s|x_{s^-})P(x_{s^-})P(x_s|y_{d(s)})}{P(x_s)} \quad (2)$$

$$P(x_s|y_{d(s)}) \propto P(y_s|x_s)P(x_s) \prod_{t \in s^+} \sum_{x_t} \frac{P(x_s|y_{d(s)})P(x_t|x_s)}{P(x_t)} \quad (3)$$

其中 $P(x_{s^-}|y)$ 为向下算法得到父节点的后验边缘概率, $P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})$ 为向上算法得到的父子节点的联合概率. $P(y_s|x_s)$ 表示本层的似然概率, $P(x_s)$ 和 $P(x_{s^-})$ 分别为本层节点和父节点的先验概率, $P(x_s|x_{s^-})$ 表示父节点到子节点的转移概率, $\prod_{t \in s^+} \sum_{x_t} \frac{P(x_s|y_{d(s)})P(x_t|x_s)}{P(x_t)}$ 表示子节点的似然概率乘积. 可知区域 A 的概率可以表示区域内点 s 概率的平均值^[8], 公式如下

$$P(x_A|y) = \frac{1}{Num_A} \sum_{s \in A} P(x_s|y) \quad (4)$$

将式 (1) 代入到式 (4), 我们得到 A 的后验边缘区域概率 $P(x_A|y)$ 可以表示为

$$P(x_A|y) = \frac{1}{Num_A} \sum_{s \in A} \sum_{x_{s^-}} \frac{P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})}{\sum_{x_s} P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})} P(x_{s^-}|y) \quad (5)$$

由此可知, 本文将文献 [8] 中平面邻域节点的区域概率转换为层间父子节点的区域概率, 并将这种区域概率应用于分层 MRF 模型. 下面给出具体的基于区域确定的向上和向下 MPM 算法, 设 A^i 为 S^i 层的一个区域, $i = 0, \dots, N$. 该区域内的像素点数为 Num_{A^i} .

预备阶段

首先采用向下算法逐层计算每一个节点的先验边缘概率, $s \in S^{N-1} \dots S^1$, 如下

$$P(x_s) = \sum_{x_{s^-}} P(x_s|x_{s^-})P(x_{s^-}) \quad (6)$$

向上算法

这里的向上算法就是要计算在给定所有子节点 y_s 的条件下, x_s 和 (x_s, x_{s^-}) 的条件概率. 初始化:

首先从最下层的叶节点开始, $s \in A^N$

$$P(x_s|y_s) \propto P(y_s|x_s)P(x_s) \quad (7)$$

$$P(x_s, x_{s^-}|y_s) = \frac{P(x_s|x_{s^-})P(x_{s^-})P(x_s|y_s)}{P(x_s)} \quad (8)$$

递归算法如下, $s \in A^{N-1} \dots A^1$.

$$P(x_s|y_{d(s)}) \propto P(y_s|x_s)P(x_s) \prod_{t \in s^+} \sum_{x_t} \frac{P(x_s|y_{d(s)})P(x_t|x_s)}{P(x_t)} \quad (9)$$

$$P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)}) = \frac{P(x_s|x_{s^-})P(x_{s^-})P(x_s|y_{d(s)})}{P(x_s)} \quad (10)$$

向下算法

首先对第 0 层依然采用基于像素的非因果 MRF 算法得到最粗糙层的分割结果. 由于半树模型的第 0 层具有非因果的结构, 其后验概率要借助非因果 MRF 算法来求得, 采用常用的 Gibbs 采样算法. 第 0 层的后验概率 $P(x^0|y)$ 的形式如下

$$P(x^0|y) \propto P(y|x^0)P(x^0) = \prod_{t \in S^0} P(y_t|x_t)P(x^0) \quad (11)$$

$P(x^0)$ 采用 Potts 类型先验, 如下

$$P(x^0) = \exp \left[-\beta \sum_{m,n} (1 - \delta(x_m, x_n)) \right], m, n \in \eta^0 \quad (12)$$

其中 η^0 为 X^0 的邻域系统, β 为常数.

$$\hat{x}^0 = \arg \max_{x^0} P(x^0|y) \quad (13)$$

除最粗糙层外, 采用区域概率确定其他层的类别, 递归算法如下, $s \in A^1 \dots A^N$

$$P(x_{A^i}|y) = \frac{1}{Num_{A^i}} \sum_{s \in A^i} P(x_s|y) \quad (14)$$

$$\hat{x}_{A^i} = \arg \max_{x_{A^i}} P(x_{A^i}|y) \quad (15)$$

其中

$$P(x_s|y) = \sum_{x_{s^-}} \frac{P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})}{\sum_{x_s} P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})} P(x_{s^-}|y) \quad (16)$$

基于区域确定的半树型模型的 MPM 分割算法分为两步求最大后验边缘概率, 其流程如下:

1) 首先采用向上算法向上逐层根据式 (8) 和式 (10) 计算 $P(x_s, x_{s^-}|y_{d(s)})$.

2) 然后采用向下算法根据式 (13) 和式 (15) 分别估计出最粗糙层 \hat{x}^0 和其他层的 \hat{x}_{A^i} .

4 实验结果

下面我们给出采用本文算法和传统算法对模拟 SAR 图像和真实 SAR 图像进行分割的结果. 图 4(a) 为一幅模拟 SAR 图像, 其灰度对比度的配置为 [9, 64, 256, 729]. 图 4(e) 为一幅 X 波段的 3 视数的机载真实 SAR 图像, 真实图像显示的是瑞士的一个湖. 图 5(a) 为一幅 X 波段的单视数的 ERS-1/2 星载真实 SAR 图像, 它显示的是法国某地区的农田. 图 5(c) 为一幅 SIR-C/X-SAR 3 视数的星载 SAR 图像, 观测地区为瑞士和意大利交界的 Matterhorn 地区. 分类结果分别为 4 类和 3 类 (模拟图像 $M = 4$ 和真实图像 $M = 3$), 各类服从 Gamma 分布, 采用手动在原图像上截取训练样本进行监督分类. 图 4(a), 4(e) 和图 5(a), 5(c) 给出原始图像的训练样本的截取位置.

分类的参数设置如下: 模型层数为 3, Gibbs 采样的参数 $\beta = 2.8$, 真实图像参数为 $\beta = 0.5$, 采样 100 个. 算法中的转移概率为^[5]:

$$\begin{cases} P(x_s = j | x_{s-} = i) = \alpha & \text{if } i = j \\ P(x_s = j | x_{s-} = i) = \frac{1 - \alpha}{M - 1} & \text{else} \end{cases} \quad (17)$$

其中 M 为类数. 数据的条件似然:

$$P(y_s | x_s = k) = \frac{L^L}{\Gamma(L)\mu_k^L} y_s^{L-1} \exp(-Ly_s/\mu_k) \quad (18)$$

其中 $k = \{1, \dots, M\}$, $s \in S^n$, μ_k 为各类的强度数据的均值, L 为 SAR 图像的有效视数. 实验中 $\alpha = 0.95$. 以上参数值设置为经验值. 下面给出了监督分割结果.

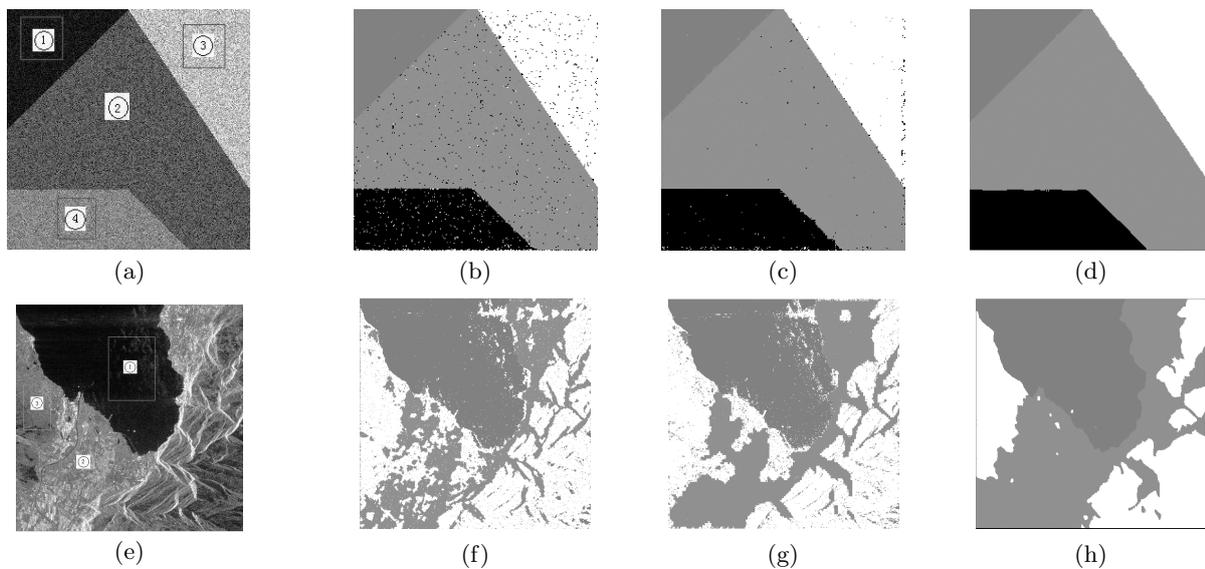


图 4 (a) 和 (e) 分别为 256×256 和 419×380 的原始图像; (b) 和 (f) 为单分辨率模型的 Gibbs 采样分割结果; (c) 和 (g) 为传统分层 MRF 模型的分割结果; (d) 和 (h) 为本文提出模型的分割结果.

Fig. 4 (a), (e) are 256×256 and 419×380 original images, respectively; (b), (f) are obtained by the Gibbs sampler with the single resolution model; (c), (g) are obtained by the pixel-based hierarchical model; (d), (h) are obtained by the proposed model.

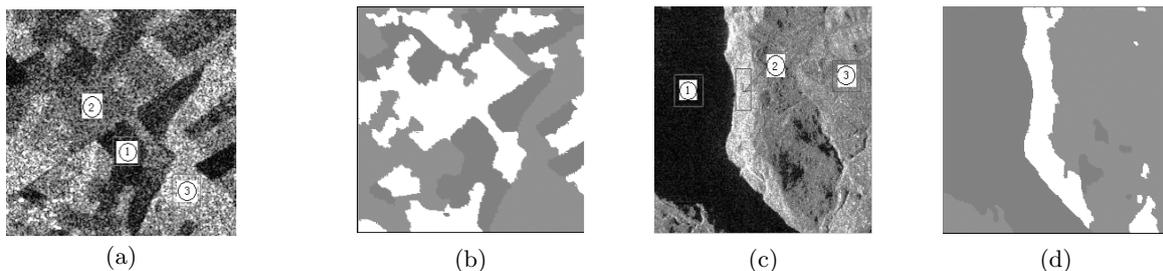


图 5 (a) 和 (c) 分别为 257×254 和 256×256 的原始图像; (b) 和 (d) 为本文提出模型的分割结果.

Fig. 5 (a), (c) are 257×254 and 256×256 original images, respectively; (b), (d) are obtained by the proposed model.

表 1 模拟图像分割结果
Table 1 Segmentation results for synthetic image

	Synthetic image rate of error label	Running time (s)
The single resolution model	0.02529326	74
The Pixel-based model	0.00634831	145
The Region-determined model	0.00503199	137

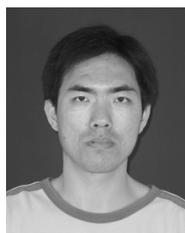
从图 4 和表 1 的结果可以看出, 基于单分辨率 MRF 模型算法的结果最差, 由于它只在原始图像上进行分割, 受到噪声和纹理突变影响最大, 结果呈现出剧烈的不连续性. 基于像素的传统分层 MRF 模型结果由于采用了分层的多分辨率分割, 受到噪声和纹理突变影响较小, 但是分类结果存在块效应和不连续边界. 基于区域确定的分层 MRF 模型算法有效地克服了前两种基于传统 MRF 模型的缺点, 在采用了分层多分辨率分割的基础上, 将层间的点概率转换为更鲁棒的区域概率, 得到了更精确的分割结果. 图 5 给出了 SAR 图像中具有较多区域和一个区域内有多个类别的情况. 从图 5 的实验结果可以看出, 本文提出的模型方法对具有较多区域和一个区域内有多个类别的图像同样得到了较好的分割结果.

5 结论

本文针对传统分层 MRF 模型分类结果中存在块效应和边界不连续等问题, 提出了一种基于区域确定的半树分层 MRF 模型方法. 该算法在不破坏分层 MRF 模型算法的非迭代性的基础上, 将层间的点概率转换为区域概率, 并推导出基于区域确定的向上和向下 MPM 算法. 由于流域分割所得到的区域具有很好的边缘, 并且区域概率具有比单点概率更强的鲁棒性, 所以该算法得到了比传统单分辨率 MRF 模型算法和传统基于像素分层 MRF 算法更好的分割结果.

References

- Desconbes X, Sigelle M, Preteux F. Estimating Gaussian-Markov random field parameters in nonstationary framework: application to remote sensing imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999, **8**(4): 490~503
- Chellappa R, Chatterjee S S, Bagdazian R. Texture synthesis and compression using Gaussian-Markov random field models. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, **15**(2): 298~303
- Terzopoulos D. Image analysis using multigrid relaxation methods. *IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence*, 1986, **8**(2): 129~139
- Bouman C, Shapiro M. A multiscale random field model for Bayesian image segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1994, **3**(2): 162~177
- Wang Xi-Li, Liu Fang, Jiao Li-Cheng. A hierarchical Markov image model and its inference algorithm. *Journal of Software*, 2003, **14**(9): 1558~1563
(汪西莉, 刘芳, 焦李成. 一种分层马尔可夫图像模型及其推导算法. *软件学报*, 2003, **14**(9): 1558~1563)
- Romberg J K, Choi H, Baraniuk R G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, **10**(7): 1056~1068
- Grimaud M. A new measure of contrast: dynamics. In: *Proceedings of Image Algebra and Morphological Image Processing III*. San Diego, USA: SPIE, 1992. 292~305
- He Chu, Xia Gui-Song, Cao Yong-Feng, Yang Wen, Sun Hong. SAR image segmentation using MRF model based on regions. *Signal Processing*, 2005, **21**(4A): 324~326
(何楚, 夏桂松, 曹永峰, 杨文, 孙洪. 基于区域的 MRF 模型用于 SAR 图像分割. *信号处理*, 2005, **21**(4A): 324~326)
- Laferte J M, Perez P, Heitz F. Discrete Markov image modeling and inference on the quadtree. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **9**(3): 390~404



杨勇 博士研究生, 主要研究方向为图像分割, 分类和模式识别.
E-mail: yangyong_whu@163.com
(YANG Yong Ph.D. candidate at the Electronic Information School, Wuhan University. His research interest covers image segmentation, classification, and pattern recognition.)



孙洪 教授, 研究领域为图像分析, 统计和通信信号处理. 本文通信作者.
E-mail: hongsun@whu.edu.cn
(SUN Hong Professor at the Electronic Information School, Wuhan University. His research interest covers statistical signal processing, image analysis, and communication signal processing. Corresponding author of this paper.)



何楚 讲师, 研究领域为图像处理, 模式识别.
(HE Chu Lecturer at the Electronic Information School, Wuhan University. His research interest covers image processing and pattern recognition.)