第 33 卷 第 6 期 自 动 化 学 报 Vol. 33, No. 6
2007 年 6 月 ACTA AUTOMATICA SINICA June, 2007

离散关联系统的时滞相关输出反馈分散鲁棒控制

刘碧玉 [1,2] 桂卫华 [2] 陈 宁 [2]

摘 要 提出一种时滞差分不等式方法, 基于状态观测器的设计, 研究了不确定时滞离散关联系统的动态输出反馈分散鲁棒控制问题. 首先建立了一个离散高维比较原理和时滞差分不等式, 然后利用这一比较原理和时滞差分不等式给出了通过输出反馈实现系统分散鲁棒镇定的时滞相关条件. 该方法的优点是避免了构造 Lyapunov 函数的困难, 易于在工程上实现. 数值例子说明了该方法的有效性.

关键词 离散关联系统, 时滞相关, 动态输出反馈, 比较原理, 时滞差分不等式

中图分类号 TP13

Delay-dependent Output Feedback Decentralized Robust Control for Discrete Interconnected Systems

LIU Bi-Yu [1,2] GUI Wei-Hua[2] CHEN Ning[2]

Abstract A delay difference inequality method (DDIM) is proposed to study the dynamic output feedback decentralized robust control for uncertain discrete interconnected systems with delays based on an observer. First, a high dimensional discrete comparison principle and a delay difference inequality are established. Second, the delay dependent conditions for decentralized robust stabilization of the systems are presented by means of dynamic output feedback, the high dimensional discrete comparison principle and the delay difference inequality. This method is easy to be understood and used in practice. It bypasses the difficulty of selecting Lyapunov functions. Finally, a numerical example demonstrates the validity of the proposed method.

Key words Discrete interconnected systems, delay-dependent, dynamic output feedback, comparison theorem, delay difference inequalities

1 引言

对实际工程控制系统, 稳定性是系统能够正常运行的首要条件[1~3]. 影响稳定性的主要因素有时滞和不确定性. 近年来, 关于不确定时滞连续系统, 时滞离散系统的鲁棒稳定性, 鲁棒镇定和鲁棒控制问题的研究有许多有效的分析和综合方法[4~12]. 文献 [4~6] 针对线性时滞连续系统分别采用 Park 不等式, 模型变换方法, 自由权矩阵方法获得了与时滞相关的稳定和镇定条件. 文献 [7] 通过构建特殊的 Lyapunov-Krasovskii 泛函给出了时滞连续系统的时滞相关控制器的设计方法. 文献 [8, 9] 分别考虑了线性时滞离散系统的二次型耗散控制与无源化控制问题. 文献 [10] 分析了时滞离散非线性系统的吸引域. 以上方法的共同特点都是通过构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函进行研究的. 本文提出了类似于文献 [11] 的一种新方法, 研究离散关联系统的时滞相关输出反馈分散鲁棒镇定问题. 首先给出了一个离散高维比较原理, 利用这个比较原理建立了一个时滞差分不等式. 然后基于这一比较原理和时滞差分不等式, 得到离散关联系统的时滞相关通过输出反馈实现鲁棒分散镇定的充分条件. 该方法的主要优点是避免了构造 Lyapunov 函数的困难, 易于理解, 易于应用.

收稿日期 2005-10-20 收修改稿日期 2006-3-25
Received October 20, 2005; in revised form March 25, 2006
国家自然科学基金 (60634020) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60634020)
1. 中南大学数学科学与计算技术学院 长沙 410083 2. 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083
1. School of Mathematical Science and Computational Technology, Central South University, Changsha 410083 2. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083
DOI: 10.1360/aas-007-0660

2 系统描述

考虑如下具有时滞的不确定离散关联大系统:

$$\begin{aligned}\Sigma: \boldsymbol{x}_i(k+1) &= A_i\boldsymbol{x}_i(k) + \Delta A_i(\boldsymbol{x}_i(k),k) + B_i\boldsymbol{u}_i(k) + \\ &\quad \Delta B_i(\boldsymbol{u}_i(k),k) + \sum_{j=1}^{N} A_{ij}\boldsymbol{x}_j(k-\tau_{ij}) \\ \boldsymbol{y}_i(k) &= C_i\boldsymbol{x}_i(k) + \Delta C_i(\boldsymbol{x}_i(k),k) \\ \boldsymbol{x}_i(k) &= \phi_i(k),\ \ k=-\tau,-\tau+1,\cdots,0\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}_i(k)\in\mathbf{R}^{n_i}$ 是第 i 个子系统的状态向量, $\boldsymbol{u}_i(k)\in\mathbf{R}^{m_i}$ 是第 i 个子系统的控制输入向量, $\boldsymbol{y}_i(k)\in\mathbf{R}^{p_i}$ 是第 i 个子系统的观测输出向量, 正整数 $\tau_{ij}(i,j=1,2,\cdots,N)$ 为关联项中状态的滞后, τ 是状态时滞 $\tau_{ij}(i,j=1,2,\cdots,N)$ 的最大值. $\phi_i(k)$ 是系统的状态向量初值函数, A_i, B_i 和 C_i 是具有适当维数的标称矩阵, A_{ij} 为第 j 个子系统对第 i 个子系统的关联作用矩阵, $\Delta A_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)$, $\Delta B_i(\boldsymbol{u}_i(k),k)$ 和 $\Delta C_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)$ 是具有适当维数、范数有界的不确定矩阵, 它们满足如下的范数不等式

$$\begin{aligned}\|\Delta A_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)\| &\le \alpha_i\|\boldsymbol{x}_i(k)\|, \\ \|\Delta B_i(\boldsymbol{u}_i(k),k)\| &\le \beta_i\|\boldsymbol{u}_i(k)\|, \\ \|\Delta C_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)\| &\le \gamma_i\|\boldsymbol{x}_i(k)\|,\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\alpha_i,\beta_i,\gamma_i$ 是一些非负常数, 且假设 (A_i,B_i) 是可镇定的, (A_i,C_i) 是可检测的.

定义 1. 若向量值函数 $\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{y}(k)): J\times\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^n$ 满足下列条件:

1) 对于任意向量 $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$, 和任意给定的向量值函数 $\boldsymbol{y}^{(1)}(k),\boldsymbol{y}^{(2)}(k)\in\mathbf{R}^n$, 当 $\boldsymbol{y}^{(1)}(k)\le\boldsymbol{y}^{(2)}(k)$(即 $y_i^{(1)}(k)\le y_i^{(2)}(k), i=1,2,\cdots,n$) 时, 有

$$\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{y}^{(1)}(k))\le\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{y}^{(2)}(k))$$

2) 对于任意向量 $\boldsymbol{y}(k)\in\mathbf{R}^n$, 和任意给定的向量值函数 $\boldsymbol{x}^{(1)}(k),\boldsymbol{x}^{(2)}(k)\in\mathbf{R}^n$, 当 $\boldsymbol{x}^{(1)}(k)\le\boldsymbol{x}^{(2)}(k)$(即 $x_i^{(1)}(k)\le x_i^{(2)}(k), i=1,2,\cdots,n$) 时, 有

$$\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}^{(1)}(k),\boldsymbol{y}(k))\le\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}^{(2)}(k),\boldsymbol{y}(k))$$

则称 $\boldsymbol{G}(k,\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{y}(k))$ 属于 H_n 类函数.

引理 1[12,13]**.** 考虑如下时滞离散系统的初值问题

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}(k+1) &= A(k)\boldsymbol{v}(k)+\boldsymbol{g}(k,\boldsymbol{v}(k-\tau)), \\ \boldsymbol{v}(s) &= \phi(s), s=-\tau,-\tau+1,\cdots,0,\end{aligned}$$

有如下常数变易公式 $\boldsymbol{v}(k)=\Omega(k,0)\phi(0)+\sum\limits_{t=0}^{k-1}\Omega(k,t+1)\boldsymbol{g}(t,\boldsymbol{v}(t-\tau))$, 这里 $\Omega(k,s)=\prod\limits_{t=s}^{k-1}A(t)$. 当 $k=s$ 时,

$\Omega(k,k)=1$; 当 $k<0$ 时, 定义 $\sum\limits_{t=0}^{k-1}\Omega(k,t+1)\boldsymbol{g}(t,\boldsymbol{v}(t-\tau))=0$.

引理 2 (**高维比较原理**). 假设 n 维向量值函数 $\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{y}(k)$ 满足下列条件:

1) $\boldsymbol{x}(s)<\boldsymbol{y}(s), s=-\tau,-\tau+1,\cdots,0$;

2) $y_i(k+1)>g_i\left(k,\boldsymbol{y}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{y}(\sigma)\right),\ i=1,2,\cdots,n,\ \ k\ge 0$

$x_i(k+1)\le g_i\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right), i=1,2,\cdots,n, k\ge 0$

则 $\boldsymbol{x}(k)<\boldsymbol{y}(k)$ 对所有的 $k\ge-\tau$ 成立. 其中

$$\boldsymbol{G}\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)=\mathrm{col}\left(g_1\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right),\cdots,g_n\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)\right)\text{属于}H_n\text{类函数.}$$

证明. 反证法, 若存在整数 k_1 和某些 i, 对于 $-\tau<k<k_1$ 时有 $\boldsymbol{x}(k)<\boldsymbol{y}(k)$, 而

$$x_i(k_1)\ge y_i(k_1)\tag{3}$$

但另一方面由于 $\boldsymbol{G}\in H_n$, 及条件 (2), 我们有

$$\begin{aligned}x_i(k_1)\ \le\ & g_i\left(k_1-1,\boldsymbol{x}(k_1-1),\sup_{k_1-1-\tau\le\sigma\le k_1-1}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)\le\\ & g_i\left(k_1-1,\boldsymbol{y}(k_1-1),\sup_{k_1-1-\tau\le\sigma\le k_1-1}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)\le\\ & g_i\left(k_1-1,\boldsymbol{y}(k_1-1),\sup_{k_1-1-\tau\le\sigma\le k_1-1}\boldsymbol{y}(\sigma)\right)<\\ & y_i(k_1)\end{aligned}\tag{4}$$

(3) 式和 (4) 式是矛盾的. 故 $\boldsymbol{x}(k)<\boldsymbol{y}(k)$ 对所有的 $k\ge-\tau$ 成立. □

引理 3 (**时滞差分不等式**). 假设常数 $a_{ij}\ge 0(i\ne j)$, $b_{ij}\ge 0, i,j=1,2,\cdots,n$, $x_i(k), i=1,2,\cdots,n$ 是非负函数, 且满足下列条件:

1) $x_i(k+1)\le\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}x_j(k)+\sum\limits_{j=1}^{n}b_{ij}\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}x_j(\sigma), i=1,2,\cdots,n; k\ge 0$

2) $M=I_{n\times n}-(a_{ij}+b_{ij})_{n\times n}$ 是一个 M 矩阵, 其中 $I_{n\times n}$ 是一个 n 阶单位矩阵.

则必存在常数 $\lambda>0$,$r_i>0$ 使得

$$x_i(k)\le r_i\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)\mathrm{e}^{-\lambda k}, k\ge 0, i=1,2,\cdots,n\tag{5}$$

证明. 设 $g_i\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)=\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}x_j(k)+\sum\limits_{j=1}^{n}b_{ij}\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}x_j(\sigma), i=1,2,\cdots,n$, 显然 $\boldsymbol{G}\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)=\mathrm{col}\left(g_1\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right),\cdots,g_n\left(k,\boldsymbol{x}(k),\sup\limits_{k-\tau\le\sigma\le k}\boldsymbol{x}(\sigma)\right)\right)$ 属于 H_n 类函数. 又由条件 2) 和 M 矩阵的性质可知, 存在常数 $\delta>0$ 和常数 $d_j>0, j=1,2,\cdots,n$ 使得 $\sum\limits_{j=1}^{n}(a_{ij}+b_{ij})d_j-d_i<-\delta, i=1,2,\cdots,n$, 从而可选取常数 $\lambda>0$ 使得

$$\mathrm{e}^{-\lambda}d_i-\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}d_j+b_{ij}d_j\mathrm{e}^{\lambda\tau})>0, i=1,2,\cdots,n\tag{6}$$

另外, 可选择 r 充分大使得 $rd_i\mathrm{e}^{\lambda\tau}>1$. $\forall\varepsilon>0$, 令

$$y_i(k)=rd_i\left[\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon\right]\mathrm{e}^{-\lambda k}\tag{7}$$

则由 (6) 式有

$$\begin{aligned}y_i(k+1)\ =\ & rd_i\mathrm{e}^{-\lambda}\left[\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon\right]\mathrm{e}^{-\lambda k}\ge\\ & \sum_{j=1}^{n}a_{ij}y_j(k)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\sup_{k-\tau\le\sigma\le k}y_j(\sigma),\\ & i=1,2,\cdots,n,\end{aligned}$$

对于任意的 $k>0$ 成立. 而当 $k\in\{-\tau,-\tau+1,\cdots,0\}$ 时, 由 (7) 式有

$$\begin{aligned}y_i(k)\ =\ & rd_i\left[\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon\right]\mathrm{e}^{-\lambda k}>\\ & \sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon,\end{aligned}$$

取 $x_i(k)\le\sum\limits_{j=1}^{n}\sup\limits_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon$, 由引理 2 可知

$$x_i(k)<y_i(k)=rd_i\left[\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)+\varepsilon\right]\mathrm{e}^{-\lambda k}, k\ge 0$$

再令 $\varepsilon\to 0, rd_i=r_i$, 则有

$$x_i(k)\le r_i\left[\sum_{j=1}^{n}\sup_{-\tau\le\sigma\le 0}x_j(\sigma)\right]\mathrm{e}^{-\lambda k}, i=1,2,\cdots n, k\ge 0$$

□

3　主要结果

现在考虑离散关联系统 (1) 的鲁棒分散镇定问题. 为此, 对每一个子系统设计一个局部的线性动态输出反馈控制器

$$\begin{aligned}&\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k+1)=A_i\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k)+B_i\boldsymbol{u}_i(k)+L_i(\boldsymbol{y}_i(k)-C_i\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k)),\\ &\boldsymbol{u}_i(k)=K_i\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k),\end{aligned}\tag{8}$$

其中 $\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k)\in\mathbf{R}^{n_i}$ 是观测器的状态向量, $K_i\in\mathbf{R}^{m_i\times n_i}$ 是控制器的局部反馈增益矩阵, $L_i\in\mathbf{R}^{n_i\times p_i}$ 是控制器的局部观测增益矩阵, 它们均为待定的常数矩阵. 该控制器将确保闭环系统对于所有容许不确定性是渐近稳定的.

引入观测器误差 $E_i(k)=\boldsymbol{x}_i(k)-\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k)$, 则由 (1) 和 (8) 组合的闭环大系统及初始条件为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{z}_i(k+1)=\widetilde{A}_i\boldsymbol{z}_i(k)+\Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(k),k)+\sum_{j=1}^{n}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{z}_j(k-\tau_{ij}),\\ &\boldsymbol{z}_i(k)=\widetilde{\phi}_i(k)=\begin{pmatrix}\phi_i(k)\\ 0\end{pmatrix}, k=-\tau,-\tau+1,\cdots,0\end{aligned}\tag{9}$$

其中

$$\boldsymbol{z}_i(k)=\begin{pmatrix}\widehat{\boldsymbol{x}}_i(k)\\ E_i(k)\end{pmatrix},\widetilde{A}_i=\begin{pmatrix}A_i+B_iK_i & L_iC_i\\ 0 & A_i-L_iC_i\end{pmatrix}$$

$$\widetilde{A}_{ij}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ A_{ij} & A_{ij}\end{pmatrix},\quad \Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(k),k)=$$

$$\begin{pmatrix}L_i\Delta C_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)\\ \Delta A_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)+\Delta B_i(\boldsymbol{u}_i(k),k)-L_i\Delta C_i(\boldsymbol{x}_i(k),k)\end{pmatrix}$$

将闭环大系统 (9) 变形为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}_i(k+1)\ =\ &(\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii})\boldsymbol{z}_i(k)+\Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(k),k)+\\ &\sum_{j=1,i\neq j}^{n}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{z}_j(k)-\sum_{j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\\ &\left\{\sum_{l=k-\tau_{ij}}^{k-1}\Big[\widetilde{A}_j\boldsymbol{z}_j(l)-\boldsymbol{z}_j(l)+\Delta E_j(\boldsymbol{z}_j(l),l)\ +\right.\\ &\left.\sum_{p=1}^{N}\widetilde{A}_{jp}\boldsymbol{z}_p(l-\tau_{jp})\Big]\right\}\end{aligned}\tag{10}$$

假设控制器 (8) 中的增益矩阵作适当的选择使得矩阵 $\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii}$ 是稳定的, 在此条件下, 获得闭环大系统 (10) 与时滞相关的指数稳定性判据.

定理. 对于离散关联系统 (1), 假设 $\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii}$ 是稳定矩阵且存在常数 $r_i>0$ 和 $0<\eta_i<1$ 使得 $\|(\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii})^k\|\leq r_i\eta_i^k$. 若矩阵 $I-U-V$ 是一个 M 矩阵, 其中 I 是一个 $N\times N$ 阶单位矩阵, $U=(u_{ij})_{N\times N}$, $V=(v_{ij})_{N\times N}$, $u_{ii}=\eta_i+r_i\Omega_i$, $u_{ij}(i\neq j)=r_i\|\widetilde{A}_{ij}\|$, $v_{ij}=r_i\tau\left(\|\widetilde{A}_{ij}\|(1+\Omega_j+\|\widetilde{A}_j\|)+\sum_{p=1}^{N}\|\widetilde{A}_{pj}\|\right)$, 且参数 $\Omega_i=2\|L_i\|\gamma_i+\alpha_i+\beta_i\|K_i\|$ 满足如下不等式: $\|\Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(k),k)\|\leq\Omega_i\|\boldsymbol{z}_i(k)\|$, 那么不确定关联系统 (1) 是可指数镇定的.

证明. 由引理 1, 对闭环系统及初始条件 (9) 或变形 (10), 解 $\boldsymbol{z}_i(k,\widetilde{\phi}_i(k))$ 可以表示为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{z}_i(k,\widetilde{\phi}_i(k))=(\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii})^k\widetilde{\phi}_i(0)+\sum_{s=0}^{k-1}(\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii})^{k-1-s}\\ &\left\{\Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(s),s)+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{z}_j(s)-\sum_{j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\right.\\ &\Bigg[\sum_{l=s-\tau_{ij}}^{s-1}\Big(\widetilde{A}_j\boldsymbol{z}_j(l)-\boldsymbol{z}_j(l)+\Delta E_j(\boldsymbol{z}_j(l),l)\ +\\ &\left.\sum_{p=1}^{N}\widetilde{A}_{jp}\boldsymbol{z}_p(l-\tau_{jp})\Big)\Bigg]\right\}\end{aligned}$$

两边取模得以下不等式

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{z}_i(k,\widetilde{\phi}_i(k))\|\leq r_i\eta_i^k\|\widetilde{\phi}_i(0)\|+\sum_{s=0}^{k-1}r_i\eta_i^{k-1-s}\\ &\Bigg[\|\Delta E_i(\boldsymbol{z}_i(s),s)\|+\Bigg\|\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{z}_j(s)\Bigg\|+\Bigg\|\sum_{j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\\ &\Bigg[\sum_{l=s-\tau_{ij}}^{s-1}\Big(\widetilde{A}_j\boldsymbol{z}_j(l)-\boldsymbol{z}_j(l)+\Delta E_j(\boldsymbol{z}_j(l),l)\ +\\ &\sum_{p=1}^{N}\widetilde{A}_{jp}\boldsymbol{z}_p(l-\tau_{jp})\Big)\Bigg]\Bigg\|\Bigg]\leq r_i\eta_i^k\|\widetilde{\phi}_i(0)\|+\\ &\sum_{s=0}^{k-1}r_i\eta_i^{k-1-s}\left\{\Omega_i\|\boldsymbol{z}_i(s)\|+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|\|\boldsymbol{z}_j(s)\|\ +\right.\\ &\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=s-\tau_{ij}}^{s-1}\Big[\|\widetilde{A}_{ij}\|(1+\Omega_i+\|\widetilde{A}_j\|)\|\boldsymbol{z}_j(l)\|\ +\\ &\left.\sum_{p=1}^{N}\|\widetilde{A}_{jp}\|\|\boldsymbol{z}_p(l-\tau_{jp})\|\Big]\right\}\end{aligned}$$

考虑下列比较差分方程组

$$\begin{aligned}P_i(k)\ =\ &r_i\eta_i^k\|\widetilde{\phi}_i(0)\|+\sum_{s=0}^{k-1}r_i\eta_i^{k-1-s}\\ &\left\{\Omega_iP_i(s)+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|P_j(s)\ +\right.\\ &\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=s-\tau_{ij}}^{s-1}\Big[\|\widetilde{A}_{ij}\|(1+\Omega_j+\|\widetilde{A}_j\|)P_j(l)\ +\\ &\left.\sum_{p=1}^{N}\|\widetilde{A}_{jp}\|P_p(l-\tau_{jp})\Big]\right\}\end{aligned}$$

由引理 2 中的比较原理得如下不等式: $\|\boldsymbol{z}_i(k,\widetilde{\phi}_i(k))\|\leq P_i(k)$, 对任意 $k\geq-\tau$ 成立. 同时,

$$\begin{aligned}&P_i(k+1)=\eta_iP_i(k)+r_i\left\{\Omega_iP_i(k)+\sum_{j=1,i\neq1}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|\right.\\ &P_j(k)+\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=k-\tau_{ij}}^{k-1}\Big[\|\widetilde{A}_{ij}\|(1+\Omega_j+\|\widetilde{A}_j\|)P_j(l)\ +\\ &\left.\sum_{p=1}^{N}\|\widetilde{A}_{jp}\|P_p(l-\tau_{jp}\|)\Big]\right\}\leq(\eta_i+r_i\Omega_i)P_i(k)+\\ &r_i\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|P_j(k)+r_i\tau\sum_{j=1}^{N}\Big(\|\widetilde{A}_{ij}\|(1+\Omega_j\ +\\ &\|\widetilde{A}_j\|)+\sum_{p=1}^{N}\|\widetilde{A}_{pj}\|\Big)\sup_{k-2\tau\leq\sigma\leq k}P_j(\sigma)\end{aligned}$$

由引理 3 和定理的条件可知, 存在常数 $\lambda>0, c_i>0$ 使得

$$P_i(k)\leq c_i\sum_{j=1}^{N}\sup_{-2\tau\leq\sigma\leq0}P_j(\sigma)\mathrm{e}^{-\lambda k},k\geq0,i=1,2,\cdots,N,\tag{11}$$

故 $P_i(k)$ 的指数估计式蕴含着系统 (9) 的解 $\boldsymbol{z}_i(k,\widetilde{\phi}_i(k))$ 是渐近稳定的. □

注. 由此定理可以得到离散关联系统 (1) 的动态输出反馈分散控制器 (8) 中反馈增益矩阵 K_i 和观测增益矩阵 L_i 的设计步骤: 第一步: 调整动态输出反馈分散控制器 (8) 中增益矩阵 K_i 和 L_i 使矩阵 $\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii}$ 的所有特征值位于单位圆内; 第二步: 配置矩阵 $\widetilde{A}_i+\widetilde{A}_{ii}$ 的特征值使得观察器中的系数充分小; 第三步: 检验 $I-U-V$ 是否为 M 矩阵, 否则返回第二步. 若 $I-U-V$ 是为 M 矩阵则步骤结束, 至此得到

动态输出反馈分散控制器 (8) 的反馈增益矩阵 K_i 和观测增益矩阵 L_i.

4 数值实例

在网络传输过程中由于丢包、错序等问题的存在, 网络延迟在所难免, 实际的关联网络控制系统可以通过模型参考的方法建模、控制[14], 而常用的参考模型就是本文的时滞关联系统 (1). 这里假设其参数矩阵为:

$$A_1=\begin{pmatrix}-0.12 & -0.1\\ 0.21 & 0.14\end{pmatrix},\quad A_{11}=\begin{pmatrix}0.01 & -0.01\\ -0.01 & 0.02\end{pmatrix}$$

$$A_{12}=\begin{pmatrix}0.02 & 0.01\\ 0.01 & -0.02\end{pmatrix},\quad B_1=C_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A_2=\begin{pmatrix}-0.1 & -0.12\\ 0.12 & -0.2\end{pmatrix},\quad A_{21}=\begin{pmatrix}0.02 & 0.01\\ -0.01 & 0.002\end{pmatrix}$$

$$A_{22}=\begin{pmatrix}0.01 & 0.02\\ -0.02 & 0.01\end{pmatrix},\quad B_2=C_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

为简单起见, 令时滞 $\tau_{ij}=1, i,j=1,2$. 采用矩阵 1 模, 不确定界设为: $\alpha_1=0.1$, $\beta_1=0.15$, $\gamma_1=0.1$; $\alpha_2=0.2$, $\beta_2=0.12$, $\gamma_2=0.13$. 按照上述设计步骤, 若调整分散控制器 (8) 中的增益矩阵

$$K_1=\begin{pmatrix}0.01 & -0.01\\ -0.13 & 0.01\end{pmatrix},\quad L_1=\begin{pmatrix}-0.11 & -0.02\\ -0.02 & 0.01\end{pmatrix}$$

$$K_2=\begin{pmatrix}0.12 & 0.02\\ -0.01 & 0.13\end{pmatrix},\quad L_2=\begin{pmatrix}-0.13 & -0.12\\ -0.01 & -0.12\end{pmatrix}$$

且配置矩阵 $\widetilde{A}_1+\widetilde{A}_{11}$ 和 $\widetilde{A}_2+\widetilde{A}_{22}$ 的特征值在单位圆内 (其中 $\widetilde{A}_1+\widetilde{A}_{11}$ 的特征值为 $0.0714\pm0.0247i$, $0.0686\pm0.1249i$, $\widetilde{A}_2+\widetilde{A}_{22}$ 的特征值为 $0.0144\pm0.0982i$, 0.0029, -0.1116), 且 $\|\widetilde{A}_1+\widetilde{A}_{11}\|=0.2976=\eta_1$, $\|\widetilde{A}_2+\widetilde{A}_{22}\|=0.2523=\eta_2$, 由此可得矩阵 $U=\begin{pmatrix}0.4449 & 0.0316\\ 0.0338 & 0.5208\end{pmatrix}$, $V=\begin{pmatrix}0.2482 & 0.2225\\ 0.2387 & 0.2225\end{pmatrix}$, 且 $I-U-V$ 为 M 矩阵 (此时 $I-U-V$ 的特征值为 0.5462, 0.0175). 根据以上定理, 上述离散关联网络控制系统 (1) 可由动态输出反馈分散控制器 (8) 指数镇定.

5 结论

本文研究了一类具有关联时滞的不确定离散关联系统的分散鲁棒控制问题. 建立了一个离散高维比较原理和时滞差分不等式, 基于这个比较原理和时滞差分不等式, 利用分析方法提出了确保该系统可通过输出反馈分散鲁棒镇定依赖于时滞的充分条件. 数值例子表明, 根据本文中定理, 不确定时滞离散关联系统的动态输出反馈分散控制器是容易实现的.

References

1 Gu K, Kharitonov V L, Chen J. *Stability of Time-Delay Systems*. Boston: Birkhauser, 2003

2 Kolmanovskii V B, Nosov V R. *Stability of Functional Differential Equations*. London: Academic Press, 1986

3 Mahmoud M S. *Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems*. New York: Marcel Dekker, 2000

4 Park P G. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(4): 876∼877

5 Fridman E, Shaked U. An improved stabilization method for linear time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(11): 1931∼1937

6 Wu M, He Y, She J H, Liu G P. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems. *Automatica*, 2004, **40**(8): 1435∼1439

7 Yue Dong, Won S C. Design of delay dependent robust controller for uncertain systems with time varying delay. *Control Theory & Applications*, 2003, **20**(2): 261∼268

8 Guan Xin-Ping, Long Cheng-Nian, Duan Guang-Ren. Robust passive control for discrete time-delay systems. *Acta Automatica Sinica*, 2002, **28**(1): 147∼150
(关新平, 龙承念, 段广仁. 离散时滞系统的鲁棒无源控制. 自动化学报, 2002, **28**(1): 147∼150)

9 Shao Han-Yong, Feng Chun-Bo. Output feedback dissipative control for linear discrete-time systems with time-delay. *Control Theory & Applications*, 2005, **22**(4): 627∼631
(邵汉永, 冯纯伯. 线性离散时滞系统的输出反馈耗散控制. 控制理论与应用, 2005, **22**(4): 627∼631)

10 Xu D Y, Li S Y, Pu Z L, Guo Q Y. Domain of attraction of nonlinear discrete systems with delays. *Computers & Mathematic with Applications*, 1999, **38**(5-6): 155∼162

11 Liu Bi Yu, Gui Wei Hua. Robust output feedback control for uncertain discrete systems with time delays. *Acta Automatica Sinica*, 2005, **31**(5): 804∼807
(刘碧玉, 桂卫华. 不确定时滞离散系统的鲁棒输出反馈控制. 自动化学报, 2005, **31**(5): 804∼807)

12 Lakshmikantham V, Trigiante D. *Theory of Difference Equations*. New York: Academic Press, 1988

13 Kelly W G, Peterson A C. *Difference Equation: an Introduction with Applications*. New York: Academic Press, 1991

14 Montestruque L A, Antsaklis P J. On the model-based control of networked systems. *Automatica*, 2003, **39**(10): 1837∼1843

刘碧玉 1988 年毕业于华中师范大学数学系, 获理学硕士学位. 2006 年毕业于中南大学信息科学与工程学院, 获工学博士学位. 主要研究方向为大系统的分散控制, 非线性控制和鲁棒控制. 本文通信作者. E-mail: biyuliu@hotmail.com
(**LIU Bi-Yu** Received her master degree from the Department of Mathematics, HuaZhong Normal University in 1988, and received her Ph. D. degree from School of Information Science and Engineering, Central South University in 2006. Her research interest covers decentralized control, nonlinear control and robust control. Corresponding author of this paper.)

桂卫华 中南大学教授, 主要研究方向为大系统分散控制理论与应用, 复杂系统控制与过程控制.
(**GUI Wei-Hua** Professor of Central South University. His research interest covers theory and application of decentralized control, complex systems control and process control.)

陈 宁 分别于 1992 年, 1995 年获中南工业大学工业自动化专业学士与硕士学位. 2002 年获中南大学控制理论与控制工程博士学位. 主要研究方向为大系统的分散控制和鲁棒控制.
(**CHEN Ning** Received the B. S. and M. S. degrees in Industrial Electrical Automation from Central South University of Technology in 1992, and 1995, respectively, and Ph. D. degree in Control Theory and Engineering from Central South University in 2002. Her research interest covers decentralized control, and robust control.)