

基于 Duffing 振子的弱 Chirp 信号检测与参数估计

文忠¹ 李立萍¹

摘要 在超低信噪比下, 针对 chirp 信号常规检测方法均失效. 提出一种超低信噪比下 chirp 信号的检测与参数估计方法. 该方法利用 Duffing 振子构建广义滤波器组, 并以其最大 Lyapunov 指数的符号作为系统状态的判断标准. 根据 chirp 信号的特征, 将 chirp 信号的检测问题转化为一个周期信号检测的问题, 使其满足 Duffing 振子的检测条件. 获得调频斜率的估计后, 构造一个新序列, 再利用 Duffing 振子系统估计初频. 为提高信噪比, 本文还提出分段相关平滑的方法, 使检测和估计性能得到提高.

关键词 Duffing 振子, chirp 信号, Lyapunov 指数
中图分类号 TP14

Detection and Parameter Estimation of Weak Chirp Signal Using Duffing Oscillator

WEN Zhong¹ LI Li-Ping¹

Abstract In the case of ultra-low signal-noise-ratio (SNR), the conventional methods for chirp signal detection are invalid. An algorithm for weak chirp signal detection and parameter estimation is presented in this paper. The generalized filter array is constructed using a Duffing oscillator, and Lyapunov exponential is exploited to judge the state of the system. According to the characteristics of the chirp signal, the problem of chirp signal detection is transformed into a periodic signal detection problem to meet the demand of Duffing oscillator system. After the chirp rate is estimated and a new sequence is constructed by the corresponding processing, the starting frequency is estimated using the Duffing oscillator system again. Moreover, a segmented correlation smoothing method for enhancing the SNR is proposed to improve the performance of the method.

Key words Duffing oscillator, chirp signal, Lyapunov exponential

1 引言

Chirp 信号是自然界非常普遍存在的信号形式. 如: 蝙蝠用于回声定位的信号, 地球物理学中的天电干扰信号, 声学中色散介质中传播的脉冲波等. 在雷达、声纳、通信等领域中 chirp 信号也有着广泛的应用. 近年来, 对 chirp 信号的检测与参量估计算法取得了很大的发展. Abatzoglou T J^[1] 提出了最大似然的估计算法, 该算法精度较高但需要二维搜索, 速度较慢, 而且仅适用于较高信噪比条件. Wood J C^[2] 的 Randon-Wigner 变换方法、Wang Min-Sheng^[3] 的 Randon-ambiguity 变换方法以及李英祥^[4] 的逐次滤波 Randon-ambiguity 算法, 是一类基于时频分析的算法, 能在较低信噪比下实现 chirp 信号的检测. 以上算法在超低信噪比 ($< -20\text{dB}$) 下都无法正常工作, 而现实复杂的传播环境中常存在

这种超低信噪比的情况, 如海啸、人为的强干扰以及雷达副瓣等. Peleg S^[5] 提出直接解线调技术, 该方法能快速地实现 chirp 信号的参数估计, 然而该方法对信噪比的要求更高.

随着科学的发展, 非线性时间序列的研究越来越受到关注. Duffing 振子动力学系统, 因其具有对白噪声的强免疫力以及对周期信号的敏感性, 而被应用于弱周期信号的检测^[6,7]. 本文首先提出 Duffing 振子广义滤波器组的概念, 并构建了该模型. 为便于信号检测, 利用系统的最大 Lyapunov 指数的符号^[8,9] 来表征该动力学系统状态以及作为系统控制的反馈. 并根据系统状态是否跃迁来检测信号, 避免了常规信号检测需要的门限设定等问题, 也不需要采用计算机相图识别来判断. 本文根据 chirp 信号的特征, 采用分段平滑相关的方法, 将不具周期性的 chirp 信号变为一个周期信号, 然后输入 Duffing 振子滤波器组, 并观测其状态变化, 实现了超低信噪比下的 chirp 信号的检测和调频斜率的估计. 然后, 根据调频斜率构造一个新序列, 进行二次相关, 获得一个以信号初频为频率的单频信号, 再输入 Duffing 振子广义滤波器组, 获得信号初频的估计. 这种处理 chirp 信号的方式有别于分段解线调的

收稿日期 2006-4-12 收修改稿日期 2006-7-31
Received April 12, 2006; in revised form July 31, 2006
国防预研基金资助项目 (41101030402) 资助
Supported by National Defense Advance Research Foundation of P. R. China (41101030402)
1. 电子科技大学电子工程学院 成都 610054
1. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054
DOI: 10.1360/aas-007-0536

方法, 可以在检测前就对噪声进行抑制, 文中对该处理方法进行了分析.

2 Duffing 振子滤波器组

考虑一个 Duffing 振子的检测模型

$$\begin{cases} dx/dy = y \\ dy/dt = -\alpha y + \beta(x - x^3) + \gamma \cos(\omega t) + inp(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $inp(t)$ 表示输入系统的混有噪声的待检测信号. 该系统是根据一般外力周期驱动系统的横截同宿点条件获得. 当系统参数 α, β 取定时, 影响提供状态的唯一因素就是内部驱动周期函数 $\cos(\omega t)$ 以及其幅度 γ . 因此, 对于驱动函数为 $\cos(\omega_0 t)$ 的 Duffing 振子来说, 可通过调节 γ 来控制系统的状态. 随着 γ 的不同, 系统呈现混沌和大尺度周期两种状态. 根据文献 [8, 9] 分析, γ 对于系统的混沌状态存在上下界, 当 γ 小于下界或大于上界时, 系统将跃迁到大尺度周期状态. 所以, 当系统处于混沌临界状态 (上界) 时, 一旦有微弱的周期信号且其频率同于系统的驱动函数频率, 那么系统状态将发生跃迁. 当然, 我们可以根据识别系统的相图来判断系统状态是否发生跃迁. 但这是一种非常复杂的判断方法, 因为计算机对图象的识别并不象对门限的判断那样准确. 而且, 也很难判断系统是否已经处在临界状态. 文献 [9] 指出, 当振子的状态发生改变时, 其最大 Lyapunov 指数的符号也会相应变化, 如果采用最大 Lyapunov 指数的符号来判断系统的状态变化不但准确方便, 而且可以避免门限的设定问题.

根据方程 (1), 可得到系统的偏差方程

$$\delta \ddot{x} + k \delta \dot{x} - c(t) \delta x = 0 \quad (2)$$

$x + \delta x$ 和 x 表示初始位置不同的两点, δx 为两点间的偏差. 其中, $c(t) = 1 - 3x^2$. 由 [10] 得到

$$D(T) = e^{\sum_{n=0}^{T/\Delta t} H(n\Delta t) \cdot \Delta t} = \prod_{n=0}^{T/\Delta t} e^{H(n\Delta t) \cdot \Delta t} \quad (3)$$

其中, $H(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c(t) & -k \end{bmatrix}$, n 表示在一个周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 中对时间 t 的离散取值, Δt 表示时间间隔. 采用四阶龙格 - 库塔方法求出方程 (1) 的数值解以后, 即可得到 $D(T)$ 的数值表示. 设 λ_1, λ_2 为矩阵 $D(T)$ 的两个特征值. 这样, Duffing 振子系统的最大 Lyapunov 指数为

$$l_1 = \frac{1}{T} \ln|\lambda_1|, \quad l_2 = \frac{1}{T} \ln|\lambda_2| \quad (4)$$

图 1 表示一个 Duffing 振子系统的两个 Lyapunov 指数的变化情况. 可以看出, 当系统处于混沌状态时, l_1, l_2 中至少有一个为正 (即最大值为正);

当系统处于临界状态时, 最大值为零; 当处于大尺度周期状态时, l_1, l_2 均为负值且最终趋于相等, 所以 l_1, l_2 的符号能准确地表征系统状态.

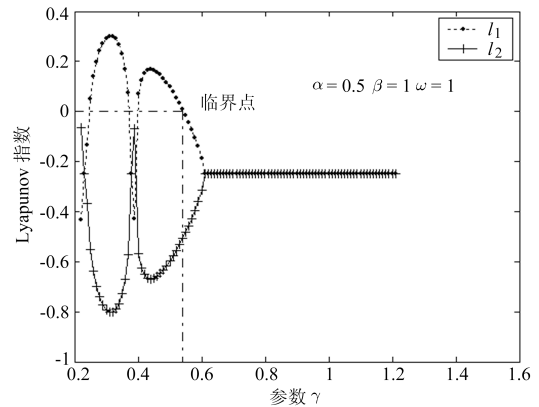


图 1 Lyapunov 指数与 γ 的关系

Fig. 1 Lyapunov exponential and γ

这样, 只要将若干不同内部驱动函数的 Duffing 振子排成一组, 就可以获得广义的 Duffing 振子滤波器组, 全系统图如图 2 所示. 待检测信号是作为每个 Duffing 振子的状态参数输入的, 每个 Duffing 振子均调节到临界状态. 系统输出振子的最大 Lyapunov 指数的符号. 当待检测信号的频率等于或接近某个 Duffing 振子的内部驱动函数的频率时, 该振子的最大 Lyapunov 指数符号发生变化, 于是可判断为有信号输出. 而且该 Duffing 振子内部驱动函数的频率即为该信号的频率估计值. 这样可进行周期信号的检测与频率估计. 每个滤波器组的运算独立, 可进行并行运算. 而滤波器组个数的设计, 取决于需求的分辨率. 设采样频率为 1, 如果采用均匀分辨的话, K 个滤波器组对应的系统分辨率为 $1/K$. 系统能处理的最高频率由采样频率决定, 按照 Nyquist 原则, chirp 信号的终止频率应小于采样频率的 $1/2$.

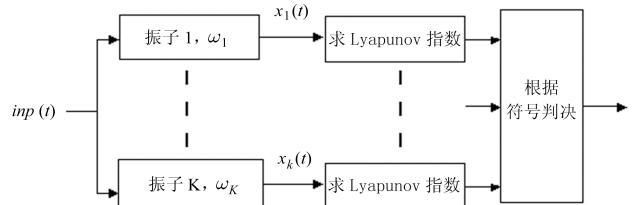


图 2 Duffing 振子滤波器组

Fig. 2 Filter array of Duffing oscillators

3 Chirp 信号的检测与估计

一个被噪声污染的 chirp 信号的表达式如下

$$z(t) = s(t) + \nu(t) = A \exp \left(j \left(\omega_0 t + \frac{m}{2} t^2 + \varphi \right) \right) + \nu(t) \quad (5)$$

其中, A, φ 表示信号幅度和随机初相, ω_0 表示初始角频率, m 表示调频斜率, $\nu(t)$ 表示与信号不相关的零均值高斯白噪声. 显然, $s(t)$ 不是一个周期信号, 不能直接用于检测. 考虑 $s(t)$ 与其延迟 $s(t - \tau)$ 相乘

$$\begin{aligned} g(t) &= \operatorname{Re}\{s(t) \times s^*(t - \tau)\} \\ &= \operatorname{Re}\{A^2 \exp(j(\omega_0 \tau - \frac{m}{2} \tau^2 + m\tau t))\} \\ &= A^2 \cos(\omega_0 \tau - \frac{m}{2} \tau^2 + m\tau t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, “*” 表示取共轭. 显然这是一个幅度为 A^2 , 初相为 $\omega_0 \tau - \frac{m}{2} \tau^2$, 频率为 $m\tau$ 的单频信号. 这是一个标准的周期信号可以用 Duffing 振子进行检测和估计. 然而, 接收信号是淹没在噪声中的信号, 如果直接延迟相乘, 其含有的噪声幅度也相乘起来. 那么当信噪比为负的时候, 这种相乘处理会进一步降低信噪比. 这就是解线调算法不能用于低信噪比 chirp 信号的原因. 考虑将收到的信号均分为 N 段, 每段的长度均为 M . 则第 k 段和第 $k + 1$ 段相乘的结果为

$$\begin{aligned} d_k(t) &= z(t - kM) \times z^*(t - (k + 1)M) \\ &= \underbrace{A^2 \exp(j(\omega_0 M - \frac{2k + 1}{2} m M^2 + m M t))}_{g_k(t)} + u_k(t) \\ & \quad k = 1, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $u_k(t)$ 为噪声的自延迟相乘, 信号与噪声延迟的相乘以及信号延迟与噪声相乘之和. 观察 $g_k(t)$, 这是一个频率为 mM 的单频信号, 其初相为 $\omega_0 M - \frac{2k + 1}{2} m M^2$. 可以通过相位补偿使其每段信号的初相相同, 再进行平滑处理, 其幅度就不会衰减. 对于每个 $d_k(t)$ 中分别包含的 $u_k(t)$ 来说, 由于噪声为白噪声, 信号与噪声不相关. 所以平均后 $u_k(t)$ 的幅度趋向于零. 通过分段相关平滑后, 信噪比得到提高, 而且 chirp 信号变成一个周期信号. 将 $N - 1$ 个 $d_k(t)$ 相位补偿后的实部作平均处理, 得

$$\bar{d}(t) = \frac{1}{N - 1} \sum_{k=1}^{N-1} \operatorname{Re}[d_k(t) e^{j \frac{2k+1}{2} \omega M}] \quad (8)$$

其中, ω 为该滤波器内部激励频率. 将 $\bar{d}(t)$ 输入对应的 Duffing 振子滤波器用于信号检测, 并估计出 mM . 将估计值除以 M 后得到调频斜率的估计值 m , 然后构造一个新的序列

$$\hat{z}(t) = \exp(j \frac{m}{2} t^2) \quad (9)$$

将 $z(t)$ 与 $\hat{z}^*(t)$ 作相乘取实部后, 得

$$w(t) = \operatorname{Re}\{z(t) \times \hat{z}^*(t)\} = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (10)$$

$w(t)$ 是一个频率为 ω_0 的单频信号, 将其输入 Duffing 振子滤波器组后即可估计其频率值. 需要说明的是, 本文使用的分段相关平滑与 [11] 的分段相关解线调不是一个方法. 后者是每相邻段分别解线调估计出调频斜率后再平均, 主要目的是为解决搜索的不稳定问题. 其具体方法是先把采集到的信号序列分段, 取根据式 (7) 相邻段作相关解线调, 得到以调频斜率为频率的新序列后, 再通过快速傅里叶变换 (FFT) 估计该序列频率以一次获得调频斜率的估计; 依次取各相邻段作解线调得到多次的调频斜率估计, 在这些估计值中作优化搜索以提高算法的稳定性. 获得调频斜率估计值后, 按照 (9) 和 (10) 的处理, 得到以初频作为频率的序列, 用 FFT 估计此频率从而获得初频的估计.

4 运算量分析

一般来说, 为解决超低信噪比情况下的信号检测问题, 所采用的非线性方法其运算量都不会太小. 本文算法的运算量也比线性的方法大. 对于一个长度为 T 的序列, 将其分为 N 段, 其中分段平滑处理需进行 $O(T)$ 阶的乘法运算, 解微分方程和 Lyapunov 指数的求取为 $O(T^2/N^2)$ 阶的乘法运算, K 个滤波器组则需要 $O(KT^2/N^2)$ 阶乘法运算. 故本文算法的主要处理部分的运算量为 $O(KT^2/N^2)$. 而 Randon 模糊变换方法, 可以利用快速傅里叶变换实现, 其运算量为 $O(T \log T)$. 对于参数估计算法来说, 分段相关解线调方法的运算量较小, 为 $O(T \log(T/N))$.

5 仿真实验

考虑一个 chirp 信号, 其归一化初始角频率为 2, 调频斜率为 1×10^{-3} . 信噪比从 -60dB 开始, 每增加 5dB 作 200 次 Monte-Carlo 实验, 统计其检测成功率. 构造一个 Duffing 振子滤波器组, 其中心角频率覆盖范围为 $\{0.5 \sim 3.5\}$, 频率间隔 0.01. 对收到的信号, 时间跨度 $\{0, 10\}$ 内以时间间隔 0.001 采样. 由于 Duffing 振子对白噪声的强免疫性, 故定义检测成功率如下: 当有信号输入时, 如某个振子系统, 其内部激励频率是与输入频率相对应的, 其 Lyapunov 指数均变为负值, 则记为一次成功检测. 从图 3 可以看出, 在超低信噪比下本算法具有较高的检测概率. 在 -50dB 时, 有 63% 的检测成功率, 随着信噪比的提高, 检测成功率也逐渐提高, 在 -10dB 时有 100% 的检测概率. 可见本方法对弱周期信号非常敏感. 而且分段平滑的方法也有利于信噪比的提高. 图中虚线表示直接相乘不平滑的曲线, 其检测成功率明显低于分段平滑的方法. 而基于 Randon 模糊变换的方法, 只有在信噪比大于 -20dB 时才相对可靠. 当

然, 在信噪比低于 -55dB 的时候, 本文算法也失效。

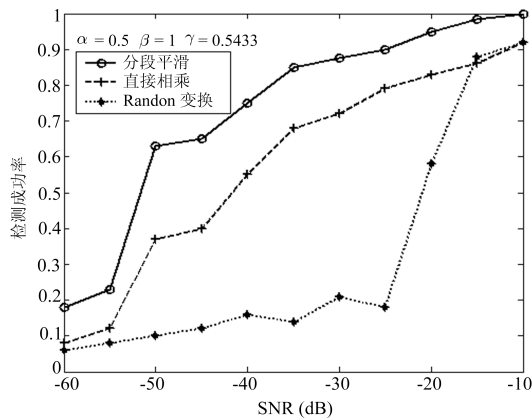


图3 不同信噪比下 chirp 信号的检测成功率

Fig. 3 Successful rate vs. SNR

从表 1 中数据可见, 分段平滑处理后的数据在稳定性和一致性上要优于直接相乘的处理, 而基于分段解线调的方法在超低信噪比的环境下基本上失去效用。

表 1 参数估计结果

Table 1 Performance of the estimates

SNR		-40dB	-30dB	-20dB
分段平滑	m 估计均值	0.995×10^{-3}	1.03×10^{-3}	1.01×10^{-3}
	m 估计方差	0.26×10^{-3}	0.12×10^{-5}	0.09×10^{-5}
	ω_0 估计均值	1.996	2.002	2.001
	ω_0 估计方差	0.023	0.01	0.01
直接相乘	m 估计均值	0.981×10^{-3}	1.08×10^{-3}	1.03×10^{-3}
	m 估计方差	0.61×10^{-3}	0.11×10^{-3}	0.37×10^{-5}
	ω_0 估计均值	1.892	2.217	2.078
	ω_0 估计方差	0.213	0.155	0.07
分段解线调	m 估计均值	0.695×10^{-3}	1.73×10^{-3}	1.32×10^{-3}
	m 估计方差	0.0037	0.0012	0.73×10^{-3}
	ω_0 估计均值	1.231	3.711	2.323
	ω_0 估计方差	1.365	1.114	0.872

6 结论

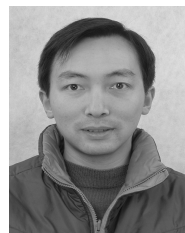
基于 Duffing 振子的能解决超低信噪比下周期信号的检测问题. 本文提出的分段平滑相关的变换方法, 将非周期的 chirp 信号检测变为一个周期检测问题, 同时, 噪声得到抑制, 信噪比获得提高. 本方法能适应于较恶劣的信号环境, 具有一定的工程价值。

References

- 1 Abatzoglou T J. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 1986, **22**(6): 708~715
- 2 Wood J C, Barry D T. Radon transformation of time frequency distribution for analysis of multi-component sig-

nals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, **42**(11): 3166~3177

- 3 Wang M S, Chan A K, Chui C K. Linear frequency modulated signal detection using radon-ambiguity transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, **46**(3): 571~586
- 4 Li Ying-Xiang, Xiao Xian-Ci. Multi-LFM signals time frequency representation basing on recursive filtering radon-ambiguity transform. *Acta Acustica*, 2004, **29**(6), 557~561 (李英祥, 肖先赐. 基于逐次滤波 Radon-Ambiguity 变换的多线性调频信号时频检测. *声学学报*, 2004, **29**(6): 557~561)
- 5 Peleg S, Porat B. Linear FM signal parameter estimation form discrete-time observations. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 1991, **27**(4): 607~614
- 6 Guanyu W, Sailing H. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic duffing oscillators. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, **50**(7): 945~953
- 7 Wang G Y, Chen D J, Chen X. The application of chaotic oscillators to weak signal detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1999, **46**(2): 440~444
- 8 Nijmeijer H, Berghuis H. On Lyapunov control of the duffing equation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1995, **42**(8): 473~477
- 9 Zhong P J. Advanced feedback control of the chaotic duffing equation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*. 2002, **49**(2): 244~249
- 10 Li Yue. *Introduction to Chaotic Oscillator Detection*. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004. 70~75 (李月, 混沌振子检测引论. 北京: 电子工业出版社, 2004. 70~75)
- 11 Li Ying-Xiang, Xiao Xian-Ci. Linear frequency-modulated signal detection and parameter estimation in low signal-to-noise ratio condition. *System Engineering and Electronics*, 2002, **24**(8): 43~45 (李英祥, 肖先赐. 低信噪比下线性调频信号检测与参数估计. *系统工程与电子技术*, 2002, **24**(8): 43~45)



文忠 电子科技大学博士研究生, 研究兴趣为阵列信号处理、信号多参量估计、非平稳信号处理等. 本文通信作者。

E-mail: sean.wen@163.com

(WEN Zhong Ph.D. candidate at University of Electronic Science and Technology of China. His research interest covers array signal processing, multi-parameters estimation, and non-stationary signal processing. Corresponding author of this paper.)



李立萍 电子科技大学教授, 从事阵列信号处理、信号多参量估计与目标跟踪等方面的研究工作。

E-mail: liliping@uestc.edu.cn

(LI Li-Ping Professor at University of Electronic Science and Technology of China. Her research interest covers array signal processing, multi-parameters estimation, and target tracking.)