

## 基于模糊聚类的 PWA 系统的 模型辨识

潘天红<sup>1,2</sup> 李少远<sup>1</sup>

**摘要** 针对一类分段仿射结构的离散时间混杂系统, 其模型辨识可等价成对系统数据的分类、分类边界的优化及分类数据的线性回归问题. 利用改进的 G-K 模糊聚类算法, 克服聚类迭代过程出现的非数值解问题; 以综合性能指标最优确定最佳的子模型个数, 从而获得最佳的分类数据; 以隶属度为权值, 采用加权最小二乘算法提高子模型辨识精度; 通过聚类中心最短法则确定两两相邻的子数据集, 利用支持向量机思想, 构造出一个标准的二次规划问题, 得到凸多面体的方程系数. 仿真结果验证了该方法的有效性和实用性.

**关键词** 分段仿射系统, 模糊分类法, G-K 模糊聚类, 支持向量机  
中图分类号 TP273

### Model Identification of Piecewise Affine (PWA) Systems Based on Fuzzy Cluster

PAN Tian-Hong<sup>1,2</sup> LI Shao-Yuan<sup>1</sup>

**Abstract** For a class of discrete-time hybrid system in the piecewise affine form, its model identification problem is equivalent to the problems of classification of the cluster data of the system, the optimized classification of boundary and linear regression. Using improved G-K fuzzy cluster algorithm to solve the numerical problems in iterated processes, the optimal cluster data can be obtained. The number of sub-models can be estimated from multi-performance indexes. In each cluster, the parameters of sub-model are obtained by the weighted least squares method. Two adjacent regions were achieved with the nearest distance among the cluster centers. The boundary hyper-plane can be estimated by using a soft margin support vector machine. Simulation results show good performances of this effective technique.

**Key words** Piecewise affine system, fuzzy taxonomy, G-K fuzzy cluster, support vector machines

### 1 引言

在实际工业过程中, 大量存在着用分段仿射结构 (PWA) 表示的混杂系统<sup>[1~3]</sup>, 这类系统常用一组线性子模型与其相应的作用域凸多面体表示. 该系统被证明完全等价于其他结构类型的混杂系统<sup>[4]</sup>, 近年来一直受到人们的关注.

对于 PWA 系统的模型辨识, 在假定已知子模型个数与两两相邻子数据集的前提下, Amdaldi 运用组合优化的方法辨识子模型的参数<sup>[5]</sup>; Ferrari 采用聚类特征向量分割系统数据, 获得子模型参数<sup>[3]</sup>; Roll 采用混合整数规划来辨识凸多面体方程<sup>[6]</sup>. 而 Nakada 则用 E-M 聚类与极大似然函数弱

子模型个数已知的前提条件, 在此基础上完成对 PWA 系统的模型辨识<sup>[7]</sup>. 由于 E-M 聚类是个非线性优化过程, 需要用迭代方法求取近似最优解, 迭代中需要求解高维协方差矩阵的逆, 而系统数据往往是线性相关或者受噪声的影响, 这样会出现非数值解, 且文中依赖单一性能指标确定子模型的个数, 往往会出现误判断的情况<sup>[7, 8]</sup>.

本文目的在于进一步放松对 PWA 系统的 PWARX (Piecewise affine auto regressive exogenous) 模型辨识的假设条件, 提出用改进 G-K 模糊聚类, 在克服聚类过程非数值解问题的同时, 提高聚类的速度; 充分利用聚类信息, 放松子模型个数与子数据集两两相邻的已知条件; 采用软边界 SVM 克服数据噪声的影响, 从而提高切换面方程的辨识精度.

### 2 问题描述

本文考虑一类以输入输出变量构成回归向量 (ARX) 形式的 PWA 系统<sup>[3~7]</sup>

$$f(\varphi(k)) = \begin{cases} \theta_1^T \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix}, & \text{if } \varphi(k) \in \chi_1 \\ \vdots & \vdots \\ \theta_c^T \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix}, & \text{if } \varphi(k) \in \chi_c \end{cases} \quad (1)$$
$$y(k) = f(\varphi(k)) + e(k)$$

式中,  $\varphi(k)$  为回归向量, 即:  $\varphi(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-p-1), \dots, u(k-p-n_b)]$ ,  $\varphi(k) \in \mathbb{R}^n$ .  $n_a$  与  $n_b$  为模型阶次;  $p$  为系统时延;  $y(k)$ ,  $u(k)$  与  $e(k)$  分别为系统的输出, 输入与白噪声;  $\{\theta_i\}_{i=1}^c$  为各线性子模型的参数向量,  $\theta_i \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ ;  $\{\chi_i\}_{i=1}^c$  为 PWA 系统中子模型作用域凸多面体方程:  $\chi_i = \{h_{ij} [\varphi(k) 1]^T \leq 0\}$ ,  $h_{ij}$  为切换面方程系数, 满足:  $\{\bigcup_{i=1}^c \chi_i = \chi; \chi_i \cap \chi_j = \emptyset, \forall i \neq j, i, j \in [1, c]\}$ .

在假定 PWA 系统结构已知的条件下 (即:  $n_a, n_b$  与  $p$  已知), 则 PWA 系统的模型辨识即为对参数  $\{\theta_i\}_{i=1}^c, h_{ij}$  与  $c$  的估计. 本文从聚类分析的角度, 提出新的 PWARX 模型辨识方法.

### 3 PWARX 辨识算法

由于系统的激励数据:  $Z = \{z_k\}_{k=1}^N$ ,  $z_k = [\varphi(k), y(k)]^T$ , 受噪声及子模型分布的影响, 数据没有明显的聚集性 (见图 1), 辨识的困难主要在于如何合理划分系统的数据, 得到正确的模型个数  $c_{opt}$  及各子数据集  $\{LD_i\}_{i=1}^c$ .

#### 3.1 系统数据的分类

文献 [7] 利用 E-M 聚类算法, 给出样本数据的划分方法. 由于聚类在本质上是一个非线性优化问题, 无法得到解析解, 通常用迭代求解, 在迭代过程中, 由于聚类数据过少或者聚类数据的线性相关, 导致 E-M 算法在求解样本的高斯密度函数时, 会出现非数值解的情况<sup>[7, 9]</sup>. 另外 E-M 算法只侧重于聚类形状, 而不关心聚类中心, 从而无法区分两两相邻的子数据集. 因此, 本文结合满意聚类过程<sup>[10]</sup>, 采用改进的 G-K 模糊聚类算法<sup>[9]</sup>, 在克服非数值解问题, 获得满意聚类效果的同时, 提高算法的收敛的速度.

首先选定聚类个数的范围  $c \in [c_{min}, c_{max}]$ , 这里:  $c_{min} \geq 2, c_{max} \leq N - 1$ , 在选择新的聚类中心  $\nu_{c+1}$  时, 在数据样本集中找出一个与聚类中心  $\nu_1 \sim \nu_c$  最不相似的样本作为新的聚类中心  $\nu_{c+1}$ , 以  $\nu_1 \sim \nu_{c+1}$  为初始聚类中心计算新的非随

收稿日期 2006-4-10 收修改稿日期 2006-7-20  
Received April 10, 2006; in revised form July 20, 2006  
国家自然科学基金 (60474051), 国家教育部新世纪优秀人才计划资助  
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60474051), Program for New Century Excellent Talents in University of China  
1. 上海交通大学自动化研究所 上海 200240 2. 江苏大学电气信息工程学院 镇江 212013  
1. Institute of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240 2. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013  
DOI: 10.1360/aas-007-0327

隶属度矩阵  $U = [\mu_{ik}]_{c \times N}$ , 并用改进的 G-K 算法重新对系统进行  $c + 1$  类划分, 直到  $c = c_{\max}$  为止. 由于聚类计算过程中无需重新初始化随机的聚类中心和隶属度矩阵, 计算量将大大降低, 算法收敛速度也将明显加快.

### 3.2 子模型个数的选择算法

运用 G-K 模糊聚类算法对样本数据进行划分时, 都是事先定义一个聚类个数  $c$ , 而如何选择优化的聚类个数, 使得样本数据得到合理的划分, 则是一个 Benchmark 问题, 很多学者针对具体问题提出了不同的方法, 但目前还没有一个统一的性能指标. 通常做法是计算多个性能指标<sup>[8]</sup>, 采用人工评判的方法来确定合理的分类, 以克服误判断的情况. 本文套用文献 [8] 的做法, 以分类熵 CE (Classification entropy)、分类系数 PC (Partition coefficient)、FS (Fukuyama and Sugeno) 和 XB (Xie and Beni) 为综合性能指标校验聚类效果<sup>[8]</sup>, 即

$$c_{opt} = \min_{2 \leq c \leq c_{\max}} \{CE(c)\} = \min_{2 \leq c \leq c_{\max}} \left\{ -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \log(\mu_{ik}) \right\} \quad (2)$$

$$c_{opt} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \{PC(c)\} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^2 \right\} \quad (3)$$

$$c_{opt} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \{FS(c)\} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \left\{ \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m \|z_k - \nu_i\|^2 - \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m \|\nu_i - \bar{\nu}\|^2 \right\}, \bar{\nu} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \nu_i \quad (4)$$

$$c_{opt} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \{XB(c)\} = \max_{2 \leq c \leq c_{\max}} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m \|z_k - \nu_i\|^2}{N \min_{i,j} \|\nu_i - \nu_j\|} \right\} \quad (5)$$

### 3.3 子模型参数辨识

在确定了聚类参数  $c$ 、 $\nu_i$ 、 $\mu_{ik}$  之后, 取各数据样本的隶属度最大值, 将其划分到相应的分类中, 获得各个子数据集  $\{LD_i\}_{i=1}^c = \left\{ \{\varphi(k), y(k)\}_{k=1}^{N_i} \right\}_{i=1}^c$ . 为提高子模型的建模精度, 可利用样本的隶属度信息, 采用加权最小二乘辨识算法, 得各局部模型参数  $\{\theta_i\}_{i=1}^c$ .

$$\hat{\theta}_i = (\Psi_i^T Q \Psi_i)^{-1} \Psi_i^T Q y_i, \quad i = 1, 2, \dots, c \quad (6)$$

式中,  $\Psi_i = [\varphi_i(1), \dots, \varphi_i(N_i)]^T$ , 为第  $i$  个聚类中  $N_i$  个回归向量;  $y_i = [y_i(1), \dots, y_i(N_i)]^T$ , 为第  $i$  个聚类中  $N_i$  个系统输出;  $Q = \text{diag}(\max_i \mu_{ik}(1), \dots, \max_i \mu_{ik}(N_i))$ , 为第  $i$  个聚类中样本  $z_k$  最大隶属度值.

### 3.4 子模型作用域凸多面体方程系数辨识

由系统 (1) 的描述可知, 各作用域的凸多面体除公共边界外没有重叠部分, 因此, 其切换面方程系数辨识可直接转化为聚类数据的线性分割问题. 由于系统 (1) 受噪声信号的影响, 往往线性不可分 (见图 2), 另外  $c \geq 2$ , 也就是说聚类

所得到的子数据集, 哪些是两两相邻的, 事先并不知道, 文献都是在假定两两相邻的子数据集已知的前提下<sup>[4, 6]</sup>, 来求解凸多面体方程的系数. 由于 G-K 聚类算法不仅侧重于聚类的形状, 更侧重于聚类中心的位置, 因此可利用聚类中心信息, 用聚类中心的最近邻方法, 来确定两两相邻的子数据集, 即

$$\{LD_i, LD_j\} = \min_{2 \leq i, j \leq c_{\max}, i \neq j} \{\|\nu_i - \nu_j\|_2\} \quad (7)$$

由于系统 (1) 的切换面方程为:  $h_{ij} = \{w_i \varphi(k) + b_i = 0\}$ , 由软边界 SVM<sup>[11]</sup>, 构造代价函数

$$\min J(w, \xi) = \frac{1}{2} w^T w + \lambda \sum_{k=1}^l \xi_k \quad (8)$$

s.t.  $y_i [w \varphi_i(k) + b] \geq 1 - \xi_i$   
 $\xi_i \geq 0$

式中,  $\xi = \{\xi_k\}_{k=1}^l$  为松弛变量, 主要考虑 PWARX 模型受到系统噪声的作用, 两两相邻的子数据集中存在线性不可分的样本数据, 如果样本数据  $\varphi(k)$  线性可分, 则  $\xi_k = 0$ , 否则  $\xi_k > 0$ ;  $\lambda$  为惩罚系数, 反映对错分样本的惩罚程度, 实现算法复杂度与错分样本数之间的均衡;  $y_i \in \{-1, 1\}$ ,  $y_i(\varphi_i(k)) = \text{sign}(w \varphi_i(k) + b)$ ;  $w = \{w_i\}_{i=1}^n$ ,  $w_i \in R^n$  为分界面方程的系数;  $l$  为两两相邻子数据集中所有数据个数的总和.

这样, 以变量  $[w \ b \ \xi]$  为未知数, 构造一个标准的二次优化问题, 运用二次规划的方法 (SQP) 求解, 可得到系统 (1) 的切换面方程系数  $h = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n \ b]$ .

### 3.5 算法步骤

基于模糊 G-K 聚类的 PWA 系统的辨识算法可概括为:

**Step 1.** 选定聚类个数范围  $c \in [2, c_{\max}]$ , 令初始聚类个数  $c = 2$ , 并从样本集中找出最不相似的两个样本为初始聚类中心, 这里“最不相似”可简单理解为距离最远, 由下式获得

$$(i, j) = \arg \max_{1 \leq i, j \leq N} \|z_i - z_j\| \quad (9)$$

**Step 2.** 用改进的 G-K 算法对  $Z$  进行聚类, 得隶属度矩阵  $U = [\mu_{ik}]_{c \times N}$  及各聚类中心  $\{\nu_i\}_{i=1}^c$ ;

**Step 3.** 计算性能指标式 (2)~(5);

**Step 4.** 若满足  $c > c_{\max}$ , 则认为聚类过程结束, 跳转到 Step 7; 否则, 在数据样本集中, 根据隶属度矩阵  $U$  找出一个与各子集均不相似样本  $z_k$ , 不相似性可按下式给出

$$k = \arg \min_k \sum_{1 \leq i, j \leq c, i \neq j} (\mu_{ik} - \mu_{jk}) \quad (10)$$

为避免噪声的影响, 一般应找出几个类似的样本求其平均值, 作为新的聚类中心  $\nu_{c+1}$ ;

**Step 5.** 以  $\nu_1, \dots, \nu_c, \nu_{c+1}$  为新的聚类初始中心, 粗略计算相应新的初始隶属度矩阵  $U_0$ ;

**Step 6.** 令  $c = c + 1$ , 跳转到 Step 2;

**Step 7.** 综合 4 个性能指标的极值, 选择最佳聚类个数  $c_{opt}$ ;

**Step 8.** 以  $c_{opt}$  为最佳聚类个数, 得到样本的隶属度矩阵  $U = [\mu_{ik}]_{c_{opt} \times N}$  及各子类中心向量  $\{\nu_i\}_{i=1}^{c_{opt}}$ ;

**Step 9.** 按样本数据的隶属度最大值, 划分系统数据, 得到  $c_{opt}$  子类数据集:  $\{LD_i\}_{i=1}^{c_{opt}}$ ;

**Step 10.** 由 (6) 式, 计算各子模型的参数  $\theta_i$ ;

**Step 11.** 由 (7) 式, 找出两两相邻的聚类样本  $LD_i, LD_j$ ; 由 (8) 式, 计算切换面方程参数  $h_{ij}$ .

### 3.6 算法性能分析

#### 3.6.1 模糊聚类的收敛性

就 G-K 模糊聚类算法中的迭代序列而言, 显然迭代序列是有下界的, 因为目标函数值及其隶属度均不会小于零. 从任意一步  $\{U_i, V_i\}$  到下一次迭代  $\{U_{i+1}, V_{i+1}\}$ , 算法是经过两次交互的寻优过程, 即从  $\{U_i, V_i\}$  到  $\{U_{i+1}, V_i\}$ , 再从  $\{U_{i+1}, V_i\}$  到  $\{U_{i+1}, V_{i+1}\}$ . 在前一步, 因为  $J(Z; U_i, V_i)$  是目标函数在  $\{U_i, V_i\}$  处的极小值点, 所以有:  $J(Z; U_i, V_i) \geq J(Z; U_{i+1}, V_i)$ . 同理, 因为  $J(Z; U_{i+1}, V_{i+1})$  是目标函数在  $\{U_{i+1}, V_i\}$  处的极小值点, 所以有:  $J(Z; U_{i+1}, V_i) \geq J(Z; U_{i+1}, V_{i+1})$ , 综合上述两个步骤可得

$$\begin{aligned} J(Z; U_i, V_i) &\geq J(Z; U_{i+1}, V_i) \\ &\geq J(Z; U_{i+1}, V_{i+1}) \end{aligned} \quad (11)$$

故 G-K 模糊聚类算法形成了一个单调有界序列, 因此它们必收敛.

#### 3.6.2 模糊聚类的效率

本文的模糊聚类算法直接以  $c = 2$  为初始化条件, 使得算法有了确定的初始聚类个数, 相对于文献 [9], 本文给出了每次聚类初始化参数, 即: 聚类中心为“最不相似”的点, 从而可确定初始隶属度矩阵, 而不必从随机数开始聚类, 因此计算的收敛速度将明显加快 (见后文实例的仿真时间), 聚类效果也将得到提高, 对于大样本量的数据集, 结果更为明显.

#### 3.6.3 模型个数 $c$ 调节

系统数据的合理划分, 是一个 Benchmark 问题, 至今没有一个统一的性能指标<sup>[8]</sup>. 对于实际的 PWA 系统, 仅仅依靠性能指标确定子模型个数  $c$ , 可能会出现过估计的情况<sup>[3, 7]</sup>, 可采用事后校验的方法来消除, 即在得到参数  $\{\theta_i\}_{i=1}^c$  后, 用下式评判来评价各模型的相似性

$$\text{sim}(\theta_i, \theta_j) = \frac{\|\theta_i - \theta_j\|}{\min\{\|\theta_i\|, \|\theta_j\|\}} < \delta, \quad i \neq j; i, j \in [1, c] \quad (12)$$

这里,  $\text{sim}(\theta_i, \theta_j)$  表征了两个子模型的相似度,  $\delta$  为用户满意的阈值. 如果满足式 (12), 则认为这两个子模型很相近, 可采用下述两种方法处理:

- 1) 合并两个子类数据, 即:  $LD_i = LD_i \cup LD_j, c = c - 1$ , 由 (6) 式重新辨识该子类的模型  $\theta_i$ ;
- 2)  $c = c - 1$ , 由算法中的 Step 8 至 Step 11 重新辨识 PWA 系统的模型.

#### 3.6.4 异常数据 (Outliers) 的处理

由于系统受噪声的影响, 原始数据集  $Z = \{z_k\}_{k=1}^N$  可能包含异常数据<sup>[3, 7]</sup>, 这对系统的子模型辨识带来两个影响: 一是子类数据的误划分, 即: 子类数据包含不该属于自己的数据点; 另一方面这些异常数据的出现会导致子模型之间是线性不可分的. 因此, 在本文中, 采用加权最小二乘法辨识子模型的参数, 降低异常数据对模型辨识的影响. 在求解线性分割面方程时, 采用软支持向量机算法, 克服不可分割的困难, 后文的仿真实例也说明了这个问题.

### 4 仿真验证

考虑文献 [3, 7] 中所描述的单入单出的 PWARX 系统:

$$y(k) = \begin{cases} [-0.4, 1, 1.5] \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} + e(k), \\ \quad \text{if } [4, -1, 10] \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} < 0 \\ [0.5, -1, -0.5] \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} + e(k), \\ \quad \text{if } \begin{bmatrix} -4, 1, -10 \\ 5, 1, -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0 \\ [-0.3, 0.5, -1.7] \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} + e(k), \\ \quad \text{if } [-5, -1, 6] \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ 1 \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\varphi(k) = [y(k-1), u(k-1)]^T$ , 则  $n_a = 1, n_b = 1, p = 1, n = n_a + n_b = 2$ ; 子模型个数:  $c = 3$ ; 切换面方程  $h_{ij}$ :  $h_{12} = [0.4, -0.1, 1]^T, h_{23} = [-0.8333, -0.1667, 1]^T$  (这里归一化了方程系数).

以  $u(k)$  的单位分布:  $u(k) \in [-5, 5], e(k)$  的白噪声信号:  $e(k) \in [-0.1, 0.1]$  作用于系统, 从而产生  $N = 200$  组的系统激励数据集:  $Z = \{y(k-1), u(k-1), y(k)\}_{k=2}^N$ , 如图 1 所示, 该样本数据没有明显的聚集性, 在选用聚类算法时, 必须兼顾聚类的形状与聚类中心的位置. 选择聚类个数  $c \in [2, 10]$ , 采用本文的改进 G-K 模糊聚类算法, 得到表 1 所示的聚类效果, 4 个性能指标显示聚类个数取 3 时, 聚类效果最好, 这也符合实际的情况.

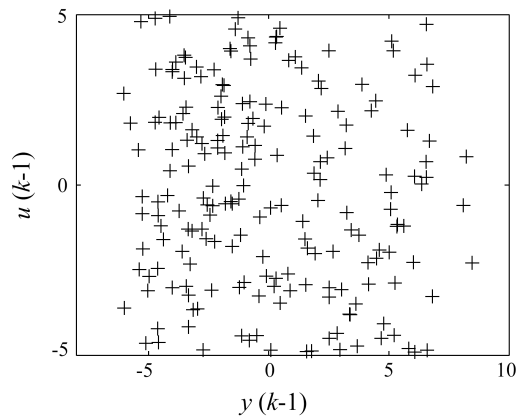


图 1 系统的原始数据  
Fig. 1 The data of PWA's system

以  $c_{opt} = 3$ , 对  $Z$  进行聚类, 以样本的隶属度最大值划分数据集, 可获得图 2 所示的 3 类数据, 其中中心为:  $\nu_1 = (-3.1030, -0.9736), \nu_2 = (0.6377, -0.6948), \nu_3 = (4.0934, -1.4231)$ . 分别用最小二乘与加权最小二乘得各子模型的参数, 如表 2 所示, 本文算法的最大绝对辨识误差 (0.0235) 要小于最小二乘的最大绝对辨识误差 (0.0326). 另外同一参数的最大绝对误差也都普遍较小, 证实本文加权的最小二乘算法具有较高的精度.

表 1 G-K 聚类效果  
Table 1 The result of G-K cluster

c 值 *	性能指标			
	CE(c)	PC(c)	FS(c)	XB(c)
2	0.2837	0.8383	95.4744	3.1492
<b>3</b>	<b>0.0463</b>	<b>0.9793</b>	<b>106.6861</b>	<b>3.8930</b>
4	0.1931	0.8924	88.2326	3.4454
5	0.3823	0.7679	75.7765	2.4925
6	0.5150	0.6883	59.3469	2.0685
7	0.5929	0.6537	54.8153	2.0992
8	0.6570	0.6285	54.0334	2.5833
9	0.7097	0.6077	52.6418	2.4479
10	0.7943	0.5808	47.6163	2.1271

\* 注: 整个迭代过程 (个数从 2 到 10) 的时间为: 4.3750s (机器配置: P IV 2.8GHz, 256M, 运行环境: Matlab6.5).

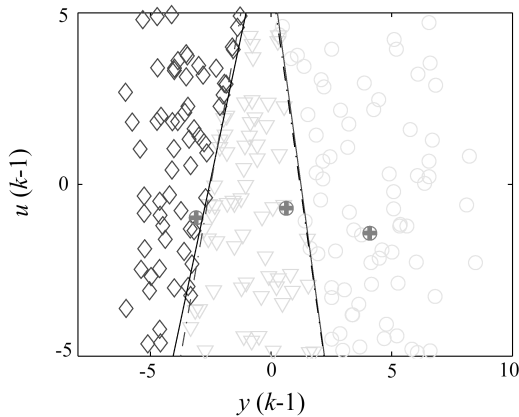


图 2 聚类效果与系统的分界面  
Fig. 2 The result of cluster and boundary hyper-planes

计算 3 个聚类中心的欧式距离, 得:  $d_{12} = 3.7511$ ,  $d_{23} = 3.5317$ ,  $d_{13} = 7.2105$ , 由此可知  $\nu_1$  和  $\nu_2$  相邻,  $\nu_2$  和  $\nu_3$  相邻, 分别用这 2 类数据, 选用  $\lambda = 6$ , 解式 (8) 得切换面方程系数, 如表 3 与图 2 中虚线所示, 其最大绝对误差为: 0.0814, 同样具有较高的精度.

### 5 结论

针对 PWARX 模型表示的混杂系统, 本文提出一种基于模糊聚类的辨识算法, 在假定模型阶次已知的情况下, 提出采用改进的 G-K 模糊聚类算法, 以克服聚类过程中出现的非数值解情况. 同时兼顾聚类的形状与聚类中心的位置, 获得最佳的聚类效果, 并利用多个指标综合方案来确定聚类个数, 以隶属度选取最大值进行分类, 得到子模型的数据集. 同时利用加权最小二乘算法与支持向量机求解子模型的参数与作用域超平面方程系数, 并详细分析了该算法的性能. 最后以文献中的典型 PWARX 模型验证本文算法的有效性.

### References

- 1 Juloski A Lj, Heemels W P M H, Ferrari-Trecate G. Data-based hybrid modelling of the component placement process in pick-and-place machines. *Control Engineering Practice*, 2004, **12**(10): 1241~1252
- 2 Fantuzzi C, Simani S, Beghelli S, Rovatti R. Identification of piecewise affine models in noisy environment. *International Journal of Control*, 2002, **75**(18): 1472~1485

表 2 PWA 系统的子模型参数值  
Table 2 The sub-model's parameters of PWA

	真值	最小二乘估计值	绝对误差	加权最小二乘估计值	绝对误差
$\theta_1$	-0.4	-0.4053	0.0053	-0.4046	0.0046
	1	1.0007	0.0007	1.0006	0.0006
	1.5	1.4674	<b>0.0326</b>	1.4765	<b>0.0235</b>
$\theta_2$	0.5	0.5028	0.0028	0.5017	0.0017
	-1	-1.0012	0.0012	-1.0012	0.0012
	-0.5	-0.4856	0.0144	-0.4898	0.0102
$\theta_3$	-0.3	-0.2978	0.0022	-0.2979	0.0021
	0.5	0.4988	0.0012	0.4989	0.0011
	-1.7	-1.6979	0.0021	-1.6986	0.0014

表 3 PWA 系统的凸多面体面系数  
Table 3 The boundary hyper-planes' coefficient of PWA

	$h_{12}$			$h_{23}$		
真值	0.4	-0.1	1	-0.8333	-0.1667	1
估计值	0.3924	-0.1186	1.000	-0.8065	-0.1568	1.000
绝对误差	0.0076	<b>0.0186</b>	0	0.0268	0.0099	0

- 3 Ferrari-Trecate G, Muselli M, Liberati D, Morari M. A clustering technique for the identification of piecewise affine systems. *Automatica*, 2003, **39**(2): 205~217
- 4 Heemels W P M H, Schutter B D, Bemporad A. Equivalence of hybrid dynamical models. *Automatica*, 2001, **37**(7): 1085~1091
- 5 Amaldi E, Mattavelli M. The MIN PFS problem and piecewise linear model estimation. *Discrete Applied Mathematics*, 2002, **118**(1): 115~143
- 6 Roll J, Bemporad A, Ljung L. Identification of piecewise affine systems via mixed-integer programming. *Automatica*, 2004, **40**(1): 37~50
- 7 Hayato Nakada, Kiyotsugu Takaba, Tooru Katayama. Identification of piecewise affine systems based on statistical clustering technique. *Automatica*, 2005, **41**(13): 905~913
- 8 Yang M S, Wu K L. Unsupervised possibilistic clustering. *Pattern Recognition*, 2006, **39**(5): 5~21
- 9 Babuska R, van der Veen P J, Kaymak U. Improved covariance estimation for Gustafson-Kessel clustering. In: Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2002, 1081~1085
- 10 Li Ning, Li Shao-Yuan, Xi Yu-Geng. Modeling of pH neutralization processes using fuzzy satisfactory clustering. *Control and Decision*, 2003, **17**(2): 143~147 (李柠, 李少远, 席裕庚. 利用模糊满意聚类建立 pH 中和过程模型. *控制与决策*, 2003, **17**(2): 143~147)
- 11 Vapnik V. *Statistical Learning Theory*. New York: Wiley, 1998. 493~520

潘天红 博士生, 江苏大学讲师, 主要研究方向为非线性系统多模型建模方法与应用, 机器学习算法等. E-mail: thpan@ujs.edu.cn (PAN Tian-Hong Ph.D. candidate in Shanghai Jiaotong University. His research interest covers multiple model approach and its application and machine learning algorithm.)

李少远 教授, 博士生导师, 研究领域为预测控制, 优化理论, Fuzzy 系统等. 本文通信作者. E-mail: syli@sjtu.edu.cn (LI Shao-Yuan Professor of Shanghai Jiaotong University. His research interest covers model predictive control, optimization theory, and fuzzy systems. Corresponding author of this paper.)