# 群决策中两类三端点区间数判断矩阵的集结方法

朱建军 [1] 刘思峰 [1] 王翯华 [1]

**摘 要** 研究群决策过程中三端点区间数互反判断矩阵和三端点区间数互补判断矩阵的集结. 采用 OWA(Ordered weighted averaging) 方法将决策者的偏好信息集结为两个三端点区间数判断矩阵. 基于三端点区间数判断矩阵的完全一致性概念, 建立三端点区间数判断矩阵的权重求解模型. 根据群决策背景下专家群最大一致的目标, 建立求解专家群体偏好权重的模型. 在第二阶段建立群偏好权重分布范围估计模型, 最后通过可能度方法以排定各方案的最终优劣顺序.

**关键词** 群决策, 三端点区间数, 判断矩阵, 集结
**中图分类号** C943

## Aggregation Approach of Two Kinds of Three-Point Interval Number Comparison Matrix in Group Decision Making

ZHU Jian-Jun[1] LIU Si-Feng[1] WANG He-Hua[1]

**Abstract** The group aggregation approach of three-point interval number reciprocal comparison matrix and three-point interval number complementary comparison matrix in group decision making is studied. First, the ordered weighted averaging (OWA) is used to aggregate the decision-maker′s multi-different preference into two matrixes, one is three-point interval number reciprocal matrix and the other is three-point interval number complementary matrix. According to the complete consistency definition of three-point interval number comparison matrix, weight models of three-point interval number comparison matrixes are proposed. In order to obtain the consistent opinion, a group aggregation weight approach is suggested. Then a weight low-upper value model is developed. Finally, the group′s weights are ranked to obtain the ultimate order based on the possibility degree.

**Key words** Group decision making, three-point interval number, comparison matrix, aggregation

## 1 引言

随着社会的发展、科学技术的进步, 知识和信息量大大增加, 使得各种决策问题错综复杂, 群决策的应用日益广泛. 群决策过程中, 决策者往往给出不同结构的偏好信息, 如判断矩阵、效用值、偏好序等形式. 针对决策者给出的不同结构的偏好信息, 集结方法分为结构相同和结构不同的集结, 对结构相同的集结方法的研究取得了许多研究成果[1,2], 而对结构不同的集结方法的研究是一个新课题. 文献 [3] 研究了群决策中具有效用值、序关系值和互补判断矩阵等三种形式的偏好的集结, 文献 [4] 研究了具有语言判断矩阵和数值判断矩阵两种形式偏好的集结, 文献 [5,6] 研究了互补判断矩阵、互反判断矩阵、效用值和偏好序值四种偏好的集结, 文献 [7] 研究了多种确定性偏好一致化方法. 在集结不同结构偏好时, 很多文献采取信息一致化的方法, 但由于信息转化会有不同程度的信息丢失, 信息转换的有效性难以保证; 另一种思路是建立优化模型进行偏好集结 (如文献 [8]), 但如何度量决策群体的一致性程度等问题尚没有得到解决. 由于决策问题的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性, 采用确定的偏好信息来刻画复杂问题往往是不现实的. 近年来, 基于复杂决策环境的不确定决策引起了学者们的广泛关注, 文献 [9,10] 总结了国内外不确定性决策领域的最新进展, 但就其内容仅局限于单一偏好信息的处理. 不确定性偏好包括区间数 (模糊数) 互反/互补判断矩阵、区间数 (模糊数) 效用值、区间数 (模糊数) 偏好序、语言判断矩阵, 以及各类残缺判断矩阵等[10], 文

收稿日期 2005-10-26 收修改稿日期 2006-5-6
Received October 26, 2005; in revised form May 6, 2006
国家自然科学基金项目 (70473037), 国家教育部博士学科点科研基金项目 (20020287001), 江苏省自然科学基金重点项目 (BK2003211), 中国博士后科学研究基金项目 (2005038575), 江苏省博士后科研资助计划 (苏人通 [2005]255 号), 南京航空航天大学特聘教授科研创新基金项目 (1009-260812), 南京航空航天大学创新集体和科研创新基金项目 (Y0488-091) 资助
Support by National Nature Science Foundation of P. R. China (70473037), Doctor Subject Science Fund Project of Nation Education Department (20020287001), Jiangsu Province Nature Science Fund Key Project (BK2003211), China Postgraduate Science Research Fund Project (2005038575), Jiangsu Province Postgraduate Science Research Fund Project ([2005]255), Special Hire Professor Science Innovation Fund Project of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (1009-260812), and Science Innovation Collective Fund Project of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (Y0488-091)
1. 南京航空航天大学经济与管理学院 南京 210016
1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016
DOI: 10.1360/aas-007-0297

献 [11] 探讨了六类残缺判断矩阵的决策方法. 文献 [12~14] 提出了两种新的两端点区间数互反判断矩阵的权重求解方法. 本文在此基础上, 考虑到区间数和三角模糊数在某些决策情况下表达决策者偏好的局限性, 提出用三端点区间数判断矩阵来表达决策者的偏好, 并研究两类三端点区间数判断矩阵的集结方法.

# 2 集结模型与算法

## 2.1 基本概念

**定义 1**[10]**.** 称 $\overline{A}=(\overline{a_{ij}})_{n\times n}$ 为区间数互反判断矩阵, 其中, $\overline{a_{ij}}=[a_{ij}^L,a_{ij}^U]$, $a_{ij}^L\le a_{ij}^U$, $a_{ij}^U$ 表示 $a_{ij}$ 的上限, $a_{ij}^L$ 表示 $a_{ij}$ 的下限, $\overline{a_{ji}}=[1/a_{ij}^U,1/a_{ij}^L]$, $\overline{a_{ii}}=[1,1]$.

**定义 2**[10]**.** 称 $\overline{B}=(\overline{b_{ij}})_{n\times n}$ 为区间数互补判断矩阵, 其中, $\overline{b_{ij}}=[b_{ij}^L,b_{ij}^U]$, $b_{ij}^L\le b_{ij}^U$, $\overline{b_{ji}}=[1-b_{ij}^U,1-b_{ij}^L]$, $\overline{b_{ii}}=[0.5,0.5]$.

**定义 3**[15,16]**.** 称 $\overline{s}=[s^L,s^M,s^U]$ 为三端点区间数, 其中, $s^L$ 为下限值, $s^U$ 为上限值, $s^M$ 为最可能值, $s^L\le s^M\le s^U$.

**定义 4.** 称 $\overline{C}=(\overline{c_{ij}})_{n\times n}$ 为三端点区间数互反判断矩阵, $\overline{c_{ij}}=[c_{ij}^L,c_{ij}^M,c_{ij}^U]$, $c_{ij}^L\le c_{ij}^M\le c_{ij}^U$, $\overline{c_{ji}}=[1/c_{ij}^U,1/c_{ij}^M,1/c_{ij}^L]$, $\overline{c_{ii}}=[1,1,1]$.

**定义 5.** 称 $\overline{D}=(\overline{d_{ij}})_{n\times n}$ 为三端点区间数互补矩阵, 其中, $\overline{d_{ij}}=[d_{ij}^L,d_{ij}^M,d_{ij}^U]$, $d_{ij}^L\le d_{ij}^M\le d_{ij}^U$, $\overline{d_{ji}}=[1-d_{ij}^U,1-d_{ij}^M,1-d_{ij}^L]$, $\overline{d_{ii}}=[0.5,0.5,0.5]$.

两端点区间数[10~14] 表示决策者判断时, 有时为了覆盖整个取值范围, 区间可能会取得过大, 造成决策的不确定性程度增大, 并且无法获得区间内决策者判断的分布情况. 以方案 1 与 方案 2 相比较为例, 若决策者有如下偏好, 认为两方案同样重要 ($a_{12}=1$) 的可能性有 10%, 方案 1 比 方案 2 稍微重要 ($a_{12}=3$) 的可能性有 80%, 而明显重要 ($a_{12}=5$) 的可能性有 10%, 若用 $\overline{a_{12}}=[1,5]$ 表示两方案的重要性差别, 将增加决策的不确定性, 且没有充分利用决策者的判断信息. 若采用三端点区间数 $\overline{a_{12}}=[1,3,5]$ 进行表示, 保持了区间的取值范围, 且突出了取值可能性最大的重心点, 在一定程度上弥补了两端点区间数的不足. 三端点区间数与三角模糊数表达形式相似, 但三角模糊数假定 $c_{ij}^L$ 与 $c_{ij}^M$ (或 $c_{ij}^U$ 与 $c_{ij}^M$) 之间是线性关系, 这种假设往往缺乏理论根据, 有时不能准确表达决策者的真实偏好.

## 2.2 建模分析

设决策者给出两类不确定判断矩阵来表达其偏好, 专家 $i=1,\cdots,m$ 给出三端点区间数互反判断矩阵, 记作 $\boldsymbol{I}$, 三端点区间数互反判断矩阵记为 $\overline{C}_i, i\in\boldsymbol{I}$; 专家 $i=m+1,\cdots,n$ 给出三端点区间数互补判断矩阵, 记作 $\boldsymbol{J}$, 三端点区间数互补判断矩阵记为 $\overline{D}_j, j\in\boldsymbol{J}$. 若有决策者给出两端点区间数判断矩阵, 则转换成 $\overline{A'}$ 和 $\overline{B'}$, $\overline{A'}=([a_{ij}^L,a_{ij}^M,a_{ij}^U])_{n\times n}$, $\overline{B'}=([b_{ij}^L,b_{ij}^M,b_{ij}^U])_{n\times n}$, $a_{ij}^M=\frac{a_{ij}^L+a_{ij}^U}{2}$, $b_{ij}^M=\frac{b_{ij}^L+b_{ij}^U}{2}$. 针对 $\overline{C}_i, i\in\boldsymbol{I}$ 的三端点区间数判断 $[c_{ij}^L,c_{ij}^M,c_{ij}^U]$, 采用 OWA(Ordered weighted averaging) 算子 [10] 对 $c_{ij}^L$( 或 $c_{ij}^M,c_{ij}^U$) 进行集结, 则得到一个三端点区间数互反判断矩阵 $\overline{C}$. 同样方法处理 $\overline{D}_j, j\in\boldsymbol{J}$, 得 $\overline{D}$. 记 $wc_i$ 为 $\overline{C}$ 导出的权重, 若其具有完全一致性, 则应有式 (1) 成立

$$c_{ij}^L\le c_{ij}^M=\frac{wc_i}{wc_j}\le c_{ij}^U \tag{1}$$

若 $\overline{C}$ 不具有完全一致性, 对 $c_{ij}^M=\dfrac{wc_i}{wc_j}$ 的偏差, 引入偏差变量 $cpo_{ij}\ge 0, cdo_{ij}\ge 0$, 有

$$c_{ij}^M wc_j-wc_i+cpo_{ij}-cdo_{ij}=0 \tag{2}$$

对 $c_{ij}^L\le\dfrac{wc_i}{wc_j}\le c_{ij}^U$ 的偏差, 引入偏差变量 $cp_{ij}\ge 0, cd_{ij}\ge 0$, 则必有式 (3) 成立

$$\begin{cases} c_{ij}^L wc_j\le wc_i+cp_{ij}, i,j=1,\cdots,n, i\ne j\\ wc_i\le c_{ij}^U wc_j+cd_{ij}, i,j=1,\cdots,n, i\ne j\end{cases} \tag{3}$$

将偏差距离写成 $\sum\limits_{i,j} cpo_{ij}+cdo_{ij}+cp_{ij}+cd_{ij}$, 若其值 $\to\min$, 则说明决策者给出的三端点区间数互反判断矩阵的一致性越好, 于是建立 $\mathrm{P}_1$ 来求解权重

$$\min c=\sum_{i,j} cp_{ij}+cd_{ij}+cpo_{ij}+cdo_{ij} \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} c_{ij}^M wc_j-wc_i+cpo_{ij}-cdo_{ij}=0,\\ i,j=1,\cdots,n, i\ne j & (5)\\ c_{ij}^L wc_j\le wc_i+cp_{ij}, i,j=1,\cdots,n, i\ne j & (6)\\ wc_i\le c_{ij}^U wc_j+cd_{ij}, i,j=1,\cdots,n, i\ne j & (7)\\ \sum\limits_{i=1}^{n} wc_i=1 & (8)\\ wc_i\ge 0, cp_{ij}, cd_{ij}, cpo_{ij}, cdo_{ij}\ge 0,\\ i,j=1,\cdots,n & (9)\end{cases}$$

式中, 目标函数 (4) 表示寻求与最可能值、判断上下限的偏离值之和最小的一组权重, 式 (5) 表示权重与最可能值的偏差关系, 式 (6) 和 (7) 表示权重与判断上下限偏离值的偏差关系, 式 (8) 表示权重满足归一化条件, 式 (9) 表示权重非负、偏差变量非负的条件.

若决策者采用三端点区间数互补判断矩阵来表达其偏好 $\overline{D}=[d_{ij}^L,d_{ij}^M,d_{ij}^U]_{n\times n}$, 记 $wd_i$ 为其导出的

权重, 若其具有完全乘性一致性[10], 则有

$$d_{ij}^L \leq d_{ij}^M = \frac{wd_i}{wd_i + wd_j} \leq d_{ij}^U \tag{10}$$

若 $\overline{D}$ 不具有完全一致性, 对 $d_{ij}^M = \frac{wd_i}{wd_i+wd_j}$ 偏差, 引入最可能值偏差变量 $dpo_{ij} \geq 0, ddo_{ij} \geq 0$, 有

$$d_{ij}^M(wd_i + wd_j) - wd_i + dpo_{ij} - ddo_{ij} = 0 \tag{11}$$

对 $d_{ij}^L \leq \frac{wd_i}{wd_i+wd_j} \leq d_{ij}^U$ 的偏差, 引入偏差变量 $dp_{ij}, dd_{ij}$, 则有式 (12) 成立

$$\begin{cases} d_{ij}^L(wd_i + wd_j) \leq wd_i + dp_{ij} \\ wd_i \leq d_{ij}^U(wd_i + wd_j) + dd_{ij} \end{cases} \tag{12}$$

将偏差距离写成 $\sum\limits_{i,j} dpo_{ij} + ddo_{ij} + dp_{ij} + dd_{ij}$，$\sum\limits_{i,j} dpo_{ij} + ddo_{ij} + dp_{ij} + dd_{ij} \to \min$, 则说明决策者给出的三端点区间数互补判断矩阵的一致性越好, 于是, 建立求解权重的 $\mathrm{P}_2$

$$\min d = \sum_{i,j} dp_{ij} + dd_{ij} + dpo_{ij} + ddo_{ij} \tag{13}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} d_{ij}^M(wd_i + wd_j) - wd_i + dpo_{ij} - ddo_{ij} = 0, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (14) \\ d_{ij}^L(wd_i + wd_j) \leq wd_i + dp_{ij}, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (15) \\ wd_i \leq d_{ij}^U(wd_i + wd_j) + dd_{ij}, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (16) \\ \sum\limits_{i=1}^{n} wd_i = 1 & (17) \\ wd_i \geq 0, dp_{ij}, dd_{ij}, dpo_{ij}, ddo_{ij} \geq 0, \\ i,j = 1,\cdots,n & (18) \end{cases}$$

$\mathrm{P}_2$ 含义与 $\mathrm{P}_1$ 类似. 记 $\mathrm{P}_1$ 和 $\mathrm{P}_2$ 的最优值分别为 $c^*, d^*$, 则有:

**定理 1.** 若 $c^* = 0$ (或 $d^* = 0$), 则 $\overline{C}$ (或 $\overline{D}$) 具有完全一致性. 反之也成立.

**证明.** 由于 $cp_{ij}, cd_{ij}, cpo_{ij}, cdo_{ij} \geq 0$, 若 $c^* = 0$, 有 $\sum\limits_{i,j} cp_{ij} + cd_{ij} + cpo_{ij} + cdo_{ij} = 0$, 有 $cp_{ij} = 0, cd_{ij} = 0, cpo_{ij} = 0, cdo_{ij} = 0$, 必有式 (1) 成立. 若 $\overline{C}$ 具有完全一致性, 则必有式 (1) 成立, 故必有 $c^* = 0$. 同理可证 $d^* = 0 \Leftrightarrow \overline{D}$ 具有完全一致性. □

**定理 2.** 若 $c^*$( 或 $d^*$) $> 0$, 则 $\overline{C}$(或 $\overline{D}$) 不具有完全一致性；$c^*$(或 $d^*$) 值越大, $\overline{C}$(或 $\overline{D}$) 一致性越差.

**证明.** 根据定理 1, 若 $c^* > 0$, 则 $\overline{C}$ 必不具有完全一致性. 由 $c^* = \sum\limits_{i,j} cp_{ij} + cd_{ij} + cpo_{ij} + cdo_{ij}$, $c^*$ 越大, 则偏离式 (1) 的程度也越大, 故三端点区间数判断矩阵的一致性也越差. 同理证 $\mathrm{P}_2$ 情况. □

在群决策背景下, 专家为尽可能达成一致意见, 则有式 (19) 成立, 即

$$wc_i = wd_i, i = 1,\cdots,n \tag{19}$$

基于式 (19), 记 $w_i = wc_i = wd_i, i = 1,\cdots,n$, 可将 $\mathrm{P}_1$ 和 $\mathrm{P}_2$ 联列成 $\mathrm{P}_3$, 即

$$\min f = \sum_{i,j} cp_{ij} + cd_{ij} + cpo_{ij} + cdo_{ij} + dp_{ij} + \\ + dd_{ij} dpo_{ij} + ddo_{ij} \tag{20}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} c_{ij}^M w_j - w_i + cpo_{ij} - cdo_{ij} = 0, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (21) \\ c_{ij}^L w_j \leq w_i + cp_{ij}, i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (22) \\ w_i \leq c_{ij}^U w_j + cd_{ij}, i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (23) \\ d_{ij}^M(w_i + w_j) - w_i + dpo_{ij} - ddo_{ij} = 0, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (24) \\ d_{ij}^L(w_i + w_j) \leq w_i + dp_{ij}, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (25) \\ w_i \leq d_{ij}^U(w_i + w_j) + dd_{ij}, \\ i,j = 1,\cdots,n, i \neq j & (26) \\ \sum\limits_{i=1}^{n} w_i = 1,\ w_i \geq 0, i = 1,\cdots,n & (27) \\ cp_{ij}, cd_{ij}, cpo_{ij}, cdo_{ij}, dp_{ij}, dd_{ij}, dpo_{ij}, \\ ddo_{ij} \geq 0, i,j = 1,\cdots,n & (28) \end{cases}$$

$\mathrm{P}_3$ 中各式含义参考 $\mathrm{P}_1$ 和 $\mathrm{P}_2$, 记 $\mathrm{P}_3$ 的最优值为 $f^*$, 则有:

**定理 3.** 若 $f^* = 0$, 则专家群的意见达成完全一致. 反之也成立.

**定理 4.** 若 $f^* > 0$, 则专家没有达成完全一致；$f^*$ 值越大, 一致性程度越差, 意见越分散.

求解 $\mathrm{P}_3$ 得到最优值 $f^*$, 以及专家组的折衷意见 $w_i, i = 1,\cdots,n$. 可以据 $f^*$ 的大小来判定决策者意见的一致性程度, 并分析专家群意见对方案的优劣排序. 一般地, $\mathrm{P}_3$ 可能存在多组最优解, 因此, 采用二阶段方法来评估专家群意见的分布范围, 得到 $\mathrm{P}_4$.

$$\min / \max w_i \tag{29}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} f^* = \sum\limits_{i,j} cp_{ij} + cd_{ij} + cpo_{ij} + cdo_{ij} + dp_{ij} \\ + dd_{ij} + dpo_{ij} + ddo_{ij} & (30) \\ \text{下同模型 } P_3 \text{ 的约束条件.} \end{cases}$$

$\mathrm{P}_4$ 中，式 (29) 表示专家群意见分布范围的上下值, 式 (30) 表示与三端点区间数的最可能值、判断

上下限偏离值之和为某个常数, 该常数为 $P_3$ 的最优值.

**定理 5.** $P_4$ 必有最优解.

**定理 6.** $P_4$ 中, 若没有约束式 (21) 和式 (24) 的限制, 则权重的不确定性程度 (用 $w_i^U - w_i^L$ 表示) 不小于存在约束式时的情况.

**证明.** 1) 设存在 $w_i, i = 1, \cdots, n$ 满足 $c_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_j} \le c_{ij}^U$ 和 $d_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_i + w_j} \le d_{ij}^U$, 在无式 (21) 和式 (24) 限制时, 只要满足 $c_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_j} \le c_{ij}^U$ 和 $d_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_i + w_j} \le d_{ij}^U$ 的条件即为 $P_4$ 的解; 若存在式 (21) 和 (24) 的限制, 只有满足 $c_{ij}^M = \dfrac{w_i}{w_j}$ 和 $d_{ij}^M = \dfrac{w_i}{w_i + w_j}$ 的权重才为 $P_4$ 的解, 由 $P_4$ 所得权重不确定性程度减小. 2) 设不存在 $w_i, i = 1, \cdots, n$ 满足 $c_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_j} \le c_{ij}^U$ 和 $d_{ij}^L \le \dfrac{w_i}{w_i + w_j} \le d_{ij}^U$, 则有两种情况: $c_{ij}^L \le c_{ij}^M \le c_{ij}^U < \dfrac{w_i}{w_j}$ 或 $\dfrac{w_i}{w_j} < c_{ij}^L \le c_{ij}^M \le c_{ij}^U$, $d_{ij}^L \le d_{ij}^M \le d_{ij}^U < \dfrac{w_i}{w_i + w_j}$ 或 $\dfrac{w_i}{w_i + w_j} < d_{ij}^L \le d_{ij}^M \le d_{ij}^U$, 此时, 式 (21) 与 (22) 或式 (23), 式 (24) 与 (25) 或 (26) 的约束作用相似. □

求解 $P_4$, 则 $w_i$ 被表示成 $w_i = [w_i^L, w_i^U], i = 1, \cdots, n$. 至此, 专家关于方案权重的分布范围已知, 决策者可以对以区间数形式表示的权重进一步排序[10,17], 从而确定各方案的最终优劣顺序.

# 3 算例分析

某风险投资公司有一笔资金要进行最优投资, 有四个备选方案, 即某生物制药公司, 某食品公司, 某时装公司, 某计算机软件公司, 公司聘请 $m$ 个专家进行决策 ($m \ge 2$), 分别给出基于三端点区间数互反判断矩阵和三端点区间数互补判断矩阵两种偏好形式.

**步骤 1.** OWA 集结. 根据专家给出偏好的类型, 采用 OWA 集结方法将 $m$ 个专家的偏好集结成两类形式, 即三端点区间数互反判断矩阵和三端点区间数互补判断矩阵 (各专家的判断矩阵以及集结具体过程略), 设得到两个三端点区间数判断矩阵, 即:

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} [1,1,1] & [1,2,3] & [1/3,1/2,1] & [1/3,1/2,1] \\ [1/3,1/2,1] & [1,1,1] & [1/5,1/3,1/2] & [1/4,1/3,1/2] \\ [1,2,3] & [2,3,5] & [1,1,1] & [1/3,1/2,1] \\ [1,2,3] & [2,3,4] & [1,2,3] & [1,1,1] \end{bmatrix}$$

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} [0.5,0.5,0.5] & [0.4,0.5,0.6] & [0.4,0.45,0.5] & [0.3,0.4,0.5] \\ [0.4,0.5,0.6] & [0.5,0.5,0.5] & [0.3,0.4,0.5] & [0.3,0.35,0.4] \\ [0.5,0.55,0.6] & [0.5,0.6,0.7] & [0.5,0.5,0.5] & [0.3,0.4,0.5] \\ [0.5,0.6,0.7] & [0.6,0.65,0.7] & [0.5,0.6,0.7] & [0.5,0.5,0.5] \end{bmatrix}$$

**步骤 2.** 基于 $P_4$, 得专家意见分布范围, 即 $w_1 = [0.19, 0.2233]$, $w_2 = [0.1234, 0.1382]$, $w_3 = [0.2532, 0.3026]$, $w_4 = [0.3663, 0.4073]$.

**步骤 3.** 基于可能度比较区间权重的大小. 根据文献 [10] 的方法建立可能度矩阵, 得 $P = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0.5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}$. 由此, $w_1 \overset{1}{>} w_2$, $w_1 \overset{0}{>} w_3$, $w_1 \overset{0}{>} w_4$, $w_2 \overset{0}{>} w_3$, $w_2 \overset{0}{>} w_4$, $w_3 \overset{0}{>} w_4$, 求解可能度矩阵 $P$ 得群体权重为, $w_1'' = 0.1875$, $w_2'' = 0.0625$, $w_3'' = 0.3125$, $w_4'' = 0.4375$, 得到专家群的意见为 $w_4 \overset{1}{>} w_3 \overset{1}{>} w_1 \overset{1}{>} w_2$.

# 4 结论

随着社会决策问题的日益复杂, 参与决策的人数越来越多, 群决策技术在社会各个领域都得到了广泛应用. 决策者可能给出各种结构不同的偏好信息, 且在一些决策情况下以确定的偏好信息来刻画复杂问题往往是不现实的. 针对在一些决策情况下两端点区间数和传统三角模糊数的缺陷, 本文提出一种新的偏好表达形式 — 三端点区间数判断矩阵, 并研究了三端点区间数互反判断矩阵和三端点区间数互补判断矩阵的集结. 本文所建模型思路清晰, 应用简单, 有较大的实用价值, 下一步的工作是研究三端点区间数判断矩阵的其它性质以及更多种类不确定偏好信息的集结方法.

## References


1 Ray T, Triantaphyllou E. Evaluation of rankings with regard to the possible number of agreements and conflicts. *European Journal of Operational Research*, 1998, **106**(1): 129~136

2 Beynon M, Curry B, Morgan P. The dempster-shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling. *Omega*, 2000, **28**(1): 37~50

3 Chiclana F, Herrera F. Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision-making based in fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, **97**(1): 33~48

4 Delgado M, Herrera F, Herrera V. Combining numerical and linguistic information in-group decision-making. *Information Sciences*, 1998, **107**(1): 177~194

5 Fan Zhi-Ping, Jiang Yan-Ping. Approach to group decision making with different forms of preference information based on OWG operators. *Journal of Management Sciences in China*, 2003, **6**(1): 32∼36)
(樊治平, 姜艳萍. 基于 OWG 算子的不同形式偏好信息的群决策方法. 管理科学学报, 2003, **6**(1): 32∼36)

6 Chen Hua-You, Liu Chun-Lin. Relative entropy aggregation method in group decision making based on different types of preference information. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*. 2005, **35**(2): 311∼315
(陈华友, 刘春林. 群决策中基于不同偏好信息的相对熵集成方法. 东南大学学报 (自然科学版). 2005, **35**(2): 311∼315)

7 Herrera F, Martinez L, Sanchez P. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 2005, **166**(1): 115∼132

8 Xiao Si-Han, Fan Zhi-Ping, Wang Meng-Guang. Integrated approach to two judgment matrices in group decision-making. *Control and Decision*, 2001, **16**(5): 569∼572
(肖四汉, 樊治平, 王梦光. 群决策中两类判断矩阵的一种集成方法. 控制与决策, 2001, **16**(5): 569∼572)

9 Yager R. Uncertainty modeling and decision support. *Reliability Engineering & System Safety*, 2004, **85**(1): 341∼354

10 Xu Ze-Shui. *Uncertain Multi-attribute Decision Approach and Application*. Beijing: Tsinghua University Press, 2004
(徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用. 北京：清华大学出版社, 2004)

11 Xu Ze-Shui. Group decision making approach based on the multi incomplete comparison matrix. *Control and Decision*, 2006, **21**(1): 28∼33
(徐泽水. 基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法. 控制与决策, 2006, **21**(1): 28∼33)

12 Mikhailov L. A fuzzy approach to deriving priorites from interval pairwise comparison judgements. *European Journal of Operational Research*, 2004, **159**(3): 687∼704

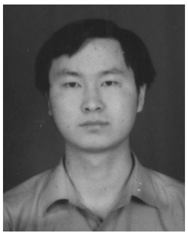
13 Wang Y M, Yang J B, Xu D L. A two–stage logarithmic goal programming methods for generating weights from internal comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*. 2005, **152**(1): 475∼498

14 Zhu Jian-Jun, Liu Shi-Xin, Wang Meng-Guang. Integration of weights model of interval numbers comparison matrix. *Acta Automatica Sinica*, 2005, **31**(3): 434∼439
(朱建军, 刘士新, 王梦光. 区间数判矩阵重求解的集成模型研究. 自动化学报, 2005, **31**(3): 434∼439)

15 Bu Guang-Zhi, Zhang Yu-Wen. Grey fuzzy comprehensive evaluation method based on interval numbers of three parameters. *Systems Engineering and Electronics*, 2001, **23**(9): 43∼45
(卜广志, 张宇文. 基于三参数区间数的灰色模糊综合评判. 系统工程与电子技术, 2001, **23**(9): 43∼45)

16 Wang Qing-Yin, Wang Feng-Song, Zuo Qi-Ting. *Basis of Grey Mathematics*. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996
(王清印, 王峰松, 左其亭. 灰色数学基础. 武汉：华中理工大学出版社, 1996)

17 Zhang Quan, Fan Zhi-Ping, Pan De-Hui. A ranking approach with possibilities for multiple attribute decision making problems with intervals numbers. *Control and Decision*, 1999, **14**(6): 703∼711)
(张全, 樊治平, 潘得惠. 区间数多属性决策中一种带有可能度的排序方法. 控制与决策, 1999, **14**(6): 703∼711)



**朱建军** 在站博士后, 讲师. 研究方向包括多属性决策理论，系统优化建模，群决策理论. 本文通信作者.
E-mail: zhujianjun@nuaa.edu.cn
(**ZHU Jian-Jun** Post doctor. He received his Ph. D. degree from Northeastern University. His research interest covers multi-criteria decision theory, system modeling and optimization, and group decision theory. Corresponding author of this paper.)

**刘思峰** 教授. 研究方向有灰色系统理论与方法, 区域科技发展战略规划等.
(**LIU Si-Feng** Professor. He received his Ph. D. degree from Huazhong University of Science and Technology. His research interest covers grey system theory and approach, district science and technology development.)

**王翯华** 南京航空航天大学研究生, 研究方向为多属性决策、项目管理.
(**WANG He-Hua** Master student at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. Her research interest covers multi-criteria decision theory and project management.)