

柔性关节机操手的神经网络控制

彭济根¹ 倪元华² 乔红³

摘要 本文在关节柔性较弱的情况下,对柔性关节机器人操作手的轨迹跟踪问题,提出了一种基于奇异摄动理论的机器人神经网络控制设计方法,在一般框架下证明了系统跟踪误差最终一致有界,并且可以通过选取增益矩阵使该误差界任意地小.该方法克服了对模型参数线性化条件的要求,无需求解回归矩阵,因而具有很强的鲁棒性和模型推广能力.数值试验表明,所提出的控制方法是可行且有效的.

关键词 奇异摄动, 机器人, 神经网络, 柔性关节
中图分类号 TP24

Neural Network Control of Flexible-joint Robot Manipulators

Peng Ji-Gen¹ Ni Yuan-Hua² Qiao Hong³

Abstract In this paper, for flexible-joint robot manipulators with weak flexibility, we propose a neural network trajectory-tracking strategy based on singular perturbation theory. Under general assumptions, we prove that the tracking error is ultimately uniformly bounded and that the corresponding ultimate bound can be sufficiently decreased by modifying the feedback gain matrix. Since the linearization assumption of the unknown parameters is removed, the regression matrix need not be computed. Therefore, the proposed method has great robustness and the ability of model generalization. The numerical simulation shows that the proposed method is feasible and efficient.

Key words Singular perturbation, robot, neural network, joint flexibility

1 引言

随着科技与工业的发展,人们对机器人操作手的控制设计要求日益提高.研究与实践表明,如果在控制设计时忽略操作手的柔性,那么机器人操作手执行高频率与高精度任务的能力将会受到很大的限制.因此,研究柔性机器人操作手系统的控制具有重要的意义.目前,柔性关节机器人操作手的控制问题已成为机器人控制系统研究中重要的研究课题之一.现有的研究主要基于反馈线性化^[1~3]、奇异摄动^[4~6]、积分流形^[1,5]等方法.

对柔性关节机操手系统来说,虽然在某些条件下,可以得到近似的反馈线性化^[1,2],但是,完全精确反馈线性化是不可能的.在[3]中,作者在简化模型的基础上给出了一个反馈线性化算法.与[1,2]一样,此算法需要连杆加速度作为反馈变量.但在物

理上要准确地测量加速度是很困难的,因此该算法在实际工程中很难实现.

基于奇异摄动理论的控制方法目前主要集中在自适应控制上^[7].在这些自适应控制方案中,一般不需要精确知道机器人的惯性参数,而是通过一定的自适应规律来辨识这些参数.为辨识这些未知参数,通常假定参数可以线性化,因而需要求解回归矩阵.实践证明,这种控制方法不具备模型推广能力^[6].在大多数情况下参数线性化假设是不成立的.

与奇异摄动理论相比,积分流形具有精确简化模型的能力^[1].然而,对于一个给定的非线性控制系统,往往难以找出其精确流形.虽然通过线性化可得到流形的近似解,但随着要求的精度增高,其控制越困难,甚至不可实现,因而仅适合于理论分析^[5].

本文的主要目的是:在一般框架下,对柔性关节机器人操作手轨迹跟踪问题给出一种基于奇异摄动理论的神经网络控制策略.这种控制方法的主要思想是,在关节柔性较弱的条件下,将关节处的柔性力和关节角分别看成快、慢变量.从而将整个柔性关节机器人操作手系统分解成快慢两个独立的子系统(即,降阶子系统与边界层子系统).然后,利用混合控制原理,分别对这两个子系统设计快慢控制器,加和后作为整个系统的输入.设计快速控制器的目的是,使得边界层子系统是指数稳定的,即在快时间尺度下在关节处提供充分的阻尼.边界层消退后,得

收稿日期 2005-9-21 收修改稿日期 2006-8-29
Received September 21, 2005; in revised form August 29, 2006
国家自然科学基金(10371097)资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (10371097)

1. 西安交通大学理学院信息与系统科学研究所, 西安 710049 2. 曲阜师范大学数学科学学院, 山东曲阜 273165 3. 中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室, 北京 100080

1. Institute for Information and System Sciences, Faculty of Science, Xi'an Jiatong University, Xi'an 710049 2. School of Mathematical Science, Qufu Normal University, Qufu 273165 3. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080

DOI: 10.1360/aas-007-0175

到的降阶子系统与通常的刚性机械人操作手系统是相同的. 这样, 对降阶子系统设计神经网络慢速控制, 以达到对原系统轨迹跟踪控制的目的. 稳定性分析和数值仿真表明所提控制策略是可行和有效的.

2 柔性关节机器人操作手系统模型

考虑柔性关节机器人操作手系统的动力学模型^[3]

$$D(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\dot{\mathbf{q}}_1 + G(\mathbf{q}_1) + F(\dot{\mathbf{q}}_1) = K(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) \quad (1)$$

$$J\ddot{\mathbf{q}}_2 - K(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) = \mathbf{u} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{q}_1 \in R^n$ 与 $\mathbf{q}_2 \in R^n$ 分别表示连杆和转子的转角; $D(\mathbf{q}_1)$ 与 J 分别表示连杆和转子的惯性矩阵; $C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\dot{\mathbf{q}}_1$ 、 $G(\mathbf{q}_1)$ 、 $F(\dot{\mathbf{q}}_1)$ 分别表示哥氏力和离心力项、重力项、摩擦力项; K 为关节角刚度系数; $\mathbf{u} \in R^n$ 为控制输入.

根据物理意义, 模型中各变量具有几个重要的基本性质, 在此不再赘述, 读者可参考 [8] 或其它相关文献.

注 1. 矩阵 $D(\mathbf{q}_1)$ 和向量 $G(\mathbf{q}_1)$ 的每一个元素都是由连杆质量 m 、连杆长度 a 和关节角正余弦组成的有限维多项式; 哥氏力和离心力项可选取为 $C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) = \dot{D}(\mathbf{q}_1)\dot{\mathbf{q}}_1 - \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}_d^T \frac{\partial D}{\partial \mathbf{q}_1} \dot{\mathbf{q}}_1$.

在实际工程应用中, 关节的柔性通常是很小的, 即 K 非常大, 因而存在正常数 $\epsilon \ll 1$ 使得 $K = \epsilon^{-2}K_1$, 其中 K_1 是与 ϵ 无关的正对角阵. 令 $\mathbf{z} = K(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)$, 则系统 (1-2) 等价与如下系统

$$D(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\dot{\mathbf{q}}_1 + G(\mathbf{q}_1) + F(\dot{\mathbf{q}}_1) = \mathbf{z} \quad (3)$$

$$\epsilon^2 J\ddot{\mathbf{z}} + K_1\mathbf{z} = K_1(\mathbf{u} - J\dot{\mathbf{q}}_1) \quad (4)$$

易见, 当关节柔性较弱 (即, 当 ϵ 足够小) 时, 系统 (4-5) 可以看成是一个奇异摄动系统. 根据奇异摄动系统理论^[9], 系统 (4-5) 可以近似地分解成两个独立的子系统, 即降阶系统与边界层系统. 如果将控制变量 \mathbf{u} 分解成独立的两个部分, 那么, 这两个部分将分别出现于降阶系统和边界层系统中. 这样, 我们可通过分别对降阶系统和边界层系统设计适当的控制器, 达到对系统 (4-5) 从而对 (1-2) 的控制目的. 这就是混和控制方法 (Composite control method)^[9] 的思想.

设 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f$, 其中 \mathbf{u}_s 和 \mathbf{u}_f 分别称为控制变量的慢部和快部. 特别地, 若控制变量的快部 \mathbf{u}_f 设计为: $\mathbf{u}_f = \epsilon^{-1}K_2(\dot{\mathbf{q}}_1 - \dot{\mathbf{q}}_d)$, 其中 K_2 是与 ϵ 无关

的正对角阵, 则 (4) 等价于

$$\epsilon^2 J\ddot{\mathbf{z}} + \epsilon K_2\dot{\mathbf{z}} + K_1\mathbf{z} = K_1(\mathbf{u}_s - J\dot{\mathbf{q}}_1) \quad (5)$$

进一步地, 若令 $\mathbf{w} = (\mathbf{z}^T, \epsilon\dot{\mathbf{z}}^T)^T$, 那么, 容易验证, 方程 (5) 因而 (4) 等价于

$$\epsilon\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -J^{-1}K_1(I + JD^{-1}) & -J^{-1}K_2 \end{bmatrix} \mathbf{w} + \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1}K_1JD^{-1}(C\dot{\mathbf{q}}_1 + G + F) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1}K_1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_s \triangleq A(\mathbf{q}_1)\mathbf{w} + B(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + E\mathbf{u}_s \quad (6)$$

易见, 矩阵 $A(\mathbf{q}_1)$ 是可逆的. 于是, 求 (3) 和 (6) 在 $\epsilon = 0$ 时的解, 则有

$$D(\bar{\mathbf{q}}_1)\ddot{\bar{\mathbf{q}}}_1 + C(\bar{\mathbf{q}}_1, \dot{\bar{\mathbf{q}}}_1)\dot{\bar{\mathbf{q}}}_1 + G(\bar{\mathbf{q}}_1) + F(\dot{\bar{\mathbf{q}}}_1) = [I \ 0]\bar{\mathbf{w}} \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{w}} = -A(\bar{\mathbf{q}}(t))^{-1}[B(\bar{\mathbf{q}}_1, \dot{\bar{\mathbf{q}}}_1) + E\mathbf{u}_s] \quad (8)$$

该系统 (7-8) 称为系统 (3-4) 的降阶系统. 若令

$$\mathbf{w}_1 = -A(\mathbf{q}(t))^{-1}[B(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + E\mathbf{u}_s]$$

由 [5] 第 (40) 式知

$$\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} (I + JD^{-1})^{-1}Q + (I + JD^{-1})^{-1}\mathbf{u}_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中 $Q = JD^{-1}(C\dot{\mathbf{q}}_1 + G + F)$, 进而令 $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{w} - \mathbf{w}_1$, $\tau = \epsilon^{-1}t$, 则 (3) 和 (6) 等价于

$$D(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\dot{\mathbf{q}}_1 + G(\mathbf{q}_1) + F(\dot{\mathbf{q}}_1) = (I + JD^{-1})^{-1}\mathbf{u}_s + [I \ 0]\boldsymbol{\eta} + P \quad (9)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{d\tau} = A(\mathbf{q}_1(t))\boldsymbol{\eta} - \epsilon\dot{\mathbf{w}}_1 \quad (10)$$

其中 $P = (I + JD^{-1})^{-1}JD^{-1}(C\dot{\mathbf{q}}_1 + G + F)$. 在 (10) 中令 $\epsilon = 0$, 则得到系统 (3-4) 的边界层系统为

$$\frac{d\bar{\boldsymbol{\eta}}}{d\tau} = A(\bar{\mathbf{q}}_1(t))\bar{\boldsymbol{\eta}} \quad (11)$$

为了利于控制系统的设计, 我们引入以下变量

$$\mathbf{r} = \dot{\mathbf{e}} + \Lambda\mathbf{e}, \mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}_1 \quad (12)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = D(\mathbf{q}_1)(\ddot{\mathbf{q}}_d + \Lambda\dot{\mathbf{e}}) + C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)(\dot{\mathbf{q}}_d + \Lambda\mathbf{e}) + G(\mathbf{q}_1) + F(\mathbf{q}_1) - P \quad (13)$$

其中, \mathbf{q}_d 为给定的连杆期望轨迹, Λ 为正定对角阵, \mathbf{y} 为适当选取的变量 (譬如, $\mathbf{y} =$

$(\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T, \mathbf{e}^T, \mathbf{r}^T)^T$). 则方程 (9) 可等价地写成

$$D(\mathbf{q}_1)\dot{\mathbf{r}} = -C(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\mathbf{r} + f(\mathbf{y}) - [I \ 0]\boldsymbol{\eta} - (I + JD^{-1})^{-1}\mathbf{u}_s \quad (14)$$

同样地, 令 $\bar{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{e}} + \Lambda\bar{\mathbf{e}}, \bar{\mathbf{e}} = \mathbf{q}_d - \bar{\mathbf{q}}_1$, 则降阶系统 (7-8) 等价于

$$D(\bar{\mathbf{q}}_1)\dot{\bar{\mathbf{r}}} = -C(\bar{\mathbf{q}}_1, \dot{\bar{\mathbf{q}}}_1)\bar{\mathbf{r}} + f(\bar{\mathbf{y}}) - (I + JD^{-1})^{-1}\mathbf{u}_s \quad (15)$$

注 2. 在 (12) 式中, 变量 \mathbf{e} 通常称为跟踪误差, \mathbf{r} 称为滤波误差. 容易证明, \mathbf{e} 可以由 \mathbf{r} 上界控制^[8]. 期望轨迹 \mathbf{q}_d 一般可选择为三阶光滑且有界的曲线, 即, 存在常数 $q_B > 0$, 使得

$$\|(\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T)^T\| \leq q_B, \forall t \geq 0 \quad (16)$$

3 基于奇异摄动理论的神经网络控制

本节在函数 $f(\mathbf{y})$ 未知的情况下, 运用神经网络的万有逼近性质, 为系统 (1-2) 建立一种神经网络控制方法.

由神经网络的万有逼近性质^[8] 知, $f(\mathbf{y})$ 可以由一个单层的 Functional-link 神经网络任意逼近, 即, 对任意给定的紧集 $S \in R^n$ 和逼近误差界 ϵ_N , 可适当选取激活函数 $\phi(x)$ 和权重矩阵 W_0 使得

$$f(\mathbf{y}) = W_0^T \phi(\mathbf{y}) + \epsilon(\mathbf{y}), \forall \mathbf{y} \in S \quad (17)$$

其中 $\|\epsilon(\mathbf{y})\| \leq \epsilon_N$, 通常地, $\phi(x)$ 可选取为^[8]

$$\left(\left[\frac{1}{1 + \exp(-\cdot)}, \dots, \frac{1}{1 + \exp(-\cdot)} \right]^T \right)_{5n \times 1} \quad (18)$$

值得注意的是, 因为函数 $f(\mathbf{y})$ 是未知的, 所以满足 (17) 式的权重矩阵 W_0 是未知的. 然而若激活函数选定, 则 W_0 的变化范围是可以确定的, 既存在正常数 ω_B , 使得 $\|W_0\|_F \leq \omega_B$, 其中 $\|W_0\|_F = \sqrt{\text{tr}\{W_0^T W_0\}}$ 为 W_0 的 Frobenius 范数.

由 (10) 和 (14) 知, 在网络逼近 (17) 时, 系统 (1-2) 在紧集 S 上等价于

$$D\dot{\mathbf{r}} = -C\mathbf{r} + W_0^T \phi(\mathbf{y}) + \epsilon(\mathbf{y}) - [I \ 0]\boldsymbol{\eta} - (I + JD^{-1})^{-1}\mathbf{u}_s \quad (19)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{d\tau} = A(q_1)\boldsymbol{\eta} - \epsilon\dot{\mathbf{w}}_1 \quad (20)$$

为得到系统跟踪误差的最终一致有界性结论, 下面给出两个引理.

引理 1.^[9] 设 $A(t) \in R^{n \times n}$ 为以 t 为变量的矩阵函数, 如果 $A(t)$ 满足以下条件 (a) - (c):

a) 特征值的实部严格小于零, 即存在常数 $c_1 > 0$, 使 $\text{Re}\lambda \leq -c_1, \forall t$;

b) $A(t)$ 一致有界, 即存在常数 $c_2 > 0$, 使 $\|A(t)\| \leq c_2, \forall t$;

c) $\dot{A}(t)$ 一致有界, 即存在常数 $\beta > 0$, 使 $\|A(t)\| \leq \beta, \forall t$.

那么, 存在常数 $\alpha_1 > 0$, 使得以下结论成立:

- 1) 存在 $P(t), \forall t, P(t)A(t) + A^T(t)p(t) = -I$;
- 2) $\forall \mathbf{x} \in R^n, t$, 有 $C^{-1}\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq 2\mathbf{x}^T P(t)\mathbf{x} \leq \alpha_1^{-1}C^2\mathbf{x}^T \mathbf{x}$, 其中 $C = \sup_t \|A(t)\|$;
- 3) $\forall t$, 有 $\|\dot{P}\| \leq 2^{-1}\alpha_1^{-1}\beta M^4$, 其中 $P(t) = \int_0^\infty [e^{A(t)\tau}]^T [e^{A(t)\tau}] d\tau$ 为正定对称矩阵.

注 3. 容易验证^[5], 若在 (5) 式选取 $K_2 = K_1 J$, 则 $A(t) := A(q_1(t))$ 满足引理 1 中的三个条件, 其中 $A(q_1(t))$ 为方程 (6) 给出, 因而引理 1 的三个结论都成立, 其中

$$P(t) = \int_0^\infty [e^{A(q_1(t))\tau}]^T [e^{A(q_1(t))\tau}] d\tau \quad (21)$$

为方便计, 相应于引理 1 中结论 3), 令

$$\tau_1 := 2^{-1}\alpha_1^{-1}\beta M^4$$

若慢速控制 \mathbf{u}_s 设计为

$$\mathbf{u}_s = (I + JD^{-1})[\widehat{W}^T \phi(\mathbf{y}) + K_r \mathbf{r}]$$

其中 \widehat{W} 是对 W_0 的估计, 则系统 (19) 等价于

$$D(\mathbf{q}_1)\dot{\mathbf{r}} = -[C(\mathbf{T}_1, \dot{\mathbf{T}}_1) + K_r]\mathbf{r} + \widehat{W}^T \phi(\mathbf{y}) + \epsilon(\mathbf{y}) - [I \ 0]\boldsymbol{\eta} \quad (22)$$

其中 $\widetilde{W} = W_0 - \widehat{W}$.

引理 2. 令 $\mathbf{x} = [e^T \ r^T]^T, X = [x^T \ \eta^T]^T$, 若 $(X, \widetilde{W}) \in B_X \times B_{\widetilde{W}} \triangleq B$, 其中 B_X 和 $B_{\widetilde{W}}$ 分别表示中心在原点半径为 ρ_X 和 $\rho_{\widetilde{W}}$ 的闭球. 若 w_1 可微, 则存在正常数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 使下面不等式成立

$$\|\dot{\mathbf{w}}_1\| \leq \beta_1 + \beta_2 \|\mathbf{x}\| + \beta_3 \|\boldsymbol{\eta}\| \quad (23)$$

证明: w_1 沿着整个系统的解轨迹和神经网络权重调节法则 $\widehat{W} = F\phi(\mathbf{y})\mathbf{r}(t)^T - \kappa F\|\mathbf{r}(t)\|\widehat{W}(t)$ 求得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}}_1 &= \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{q}_d} \dot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}} \\ &\quad + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \sum_{i,j} \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \dot{\widetilde{W}}_{ij} \\ &= \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{q}_d} \dot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{e}} (\mathbf{r} - \Lambda \mathbf{e}) \\ &\quad + \sum_{i,j} \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \dot{\widetilde{W}}_{ij} + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}} D^{-1}[-(C + K_r)\mathbf{r} \\ &\quad + \widehat{W}^T \phi(\mathbf{y}) + \epsilon(\mathbf{y}) - [I \ 0]\boldsymbol{\eta}] \end{aligned} \quad (24)$$

其中 \widetilde{W}_{ij} , $\dot{\widetilde{W}}_{ij}$ 分别是矩阵 \widetilde{W} , $\dot{\widetilde{W}}$ 的第 i 行第 j 列元.

若定义 $M = \sup\{\|\frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}}\| : (X, \widetilde{W}) \in B_X \times B_{\widetilde{W}}\}$, 则

$$\begin{aligned} \left\| \sum_{i,j} \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \dot{\widetilde{W}}_{ij} \right\| &\leq \sum_{i,j} |\dot{\widetilde{W}}_{ij}| \cdot \left\| \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \right\| \\ &\leq M \sum_{i,j} |\dot{\widetilde{W}}_{ij}| = M \|\dot{\widetilde{W}}\|_1 \end{aligned}$$

其中 $\|\cdot\|_1$ 为矩阵的 1-范数. 由范数的等价性可得, 存在 $c > 0$, 使得 $\|\dot{\widetilde{W}}\|_1 \leq c \|\dot{\widetilde{W}}\|_F$, 所以

$$\begin{aligned} \left\| \sum_{i,j} \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \dot{\widetilde{W}}_{ij} \right\| &\leq cM \|\dot{\widetilde{W}}\|_F \\ &\leq cM \|r\| (\|F\phi\| + \kappa \|F\|_F (\omega_B + \|\widetilde{W}\|_F)) \end{aligned}$$

由注 1 知, $\frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{q}_d}$, $\frac{\partial w_1}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d}$, $\frac{\partial w_1}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_d}$, $\frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{e}}$, $\frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}}$ 都是 $(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \mathbf{e}, \mathbf{r}, \widetilde{W})$ 的连续可微函数. 因为 $(\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T, \mathbf{e}^T)^T$ 一致有界, 所以当 $(X, \widetilde{W}) \in B_X \times B_{\widetilde{W}}$ 时, 存在正常数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 使得

$$\begin{aligned} \beta_1 &\geq \left\| \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{q}_d} \dot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d + \frac{\partial w_1}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_d} \ddot{\mathbf{q}}_d \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}} D^{-1} [\widetilde{W}^T \phi + \epsilon] \right\| \\ \beta_2 \|\mathbf{x}\| &\geq \left\| \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{e}} (\mathbf{r} - \Lambda \mathbf{e}) + \frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}} D^{-1} [-(C + K_r) \mathbf{r}] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i,j} \frac{\partial w_1}{\partial \widetilde{W}_{ij}} \dot{\widetilde{W}}_{ij} \right\| \\ \beta_3 \|\boldsymbol{\eta}\| &\geq \left\| -\frac{\partial w_1}{\partial \mathbf{r}} D^{-1} [I \ 0] \boldsymbol{\eta} \right\| \end{aligned}$$

于是, 由 (24) 式知, 不等式 (23) 成立, 证毕. \square

注 4. w_1 的可微性不难满足. 事实上, 由 [8] 知, 一般情况下摩擦力项 $F(\dot{\mathbf{q}}_1)$ 可以近似地表示为 $F\dot{\mathbf{q}}_1$. 因此, 适当地选择径向基函数 $\phi(\cdot)$ 可使 w_1 是 $(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \mathbf{e}, \mathbf{r}, \widetilde{W})$ 的连续可微函数.

定理 1. 如果控制输入 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f$ 设计为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= (I + JD^{-1}) [\widehat{W}^T \phi(\mathbf{y}) + K_r \mathbf{r}], \mathbf{u}_f = \\ &\quad \epsilon^{-1} K_1 J (\dot{\mathbf{q}}_1 - \dot{\mathbf{q}}_2) \end{aligned} \quad (25)$$

而且, 神经网络权重按如下规则学习

$$\dot{\widehat{W}} = F\phi(\mathbf{y})r(t)^T - \kappa F \|\mathbf{r}(t)\| \widehat{W}(t) \quad (26)$$

其中, K_r 和 F 为正定对角矩阵, κ 为调节参数, 那么, 柔性关节机器人系统 (1-2) 的滤波误差 \mathbf{r} (因而跟踪误差 \mathbf{e}) 和神经网络权重矩阵 \widehat{W} 是一致最终有

界的, 而且, r 的最终界可以通过调节增益矩阵 K_r 和参数 κ 变得任意小.

证明. 设 $P(t)$ 如 (21) 所示, 分别对降阶系统和边界层系统设计李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_1(\mathbf{r}, \widetilde{W}) &= \frac{1}{2} \mathbf{r}^T D \mathbf{r} + \frac{1}{2} \text{tr}\{\widetilde{W}^T F^{-1} \widetilde{W}\}, V_2(\boldsymbol{\eta}) \\ &= \boldsymbol{\eta}^T P \boldsymbol{\eta} \end{aligned} \quad (27)$$

易得 V_1 和 V_2 沿着原系统 (1-2) 等价地沿着系统 (20-22) 解轨迹的求导满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\lambda_{\min}\{K_r\} \|\mathbf{r}\|^2 + \kappa \|\mathbf{r}\| \cdot \|\widetilde{W}\|_F (\omega_B \\ &\quad - \|\widetilde{W}\|_F) + \epsilon_N \|\mathbf{r}\| + \|\mathbf{r}\| \cdot \|\boldsymbol{\eta}\| \end{aligned} \quad (28)$$

$$\dot{V}_2 = (-\epsilon^{-1} + \tau_1) \|\boldsymbol{\eta}\|^2 - 2\boldsymbol{\eta}^T P(t) \dot{\mathbf{w}}_1 \quad (29)$$

令 $V = (1-d)V_1 + dV_2$, 其中 $d \in (0, 1)$ 为可调参数. 由引理 2 知, 当 $(X, \widetilde{W}) \in B_X \times B_{\widetilde{W}}$ 时, 由 (28)(29) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \begin{bmatrix} \|\mathbf{x}\| & \|\boldsymbol{\eta}\| \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} \|\mathbf{x}\| \\ \|\boldsymbol{\eta}\| \end{bmatrix} + d\tau_2 \beta_1 \|\boldsymbol{\eta}\| + \\ &\quad (1-d) [\kappa \|\mathbf{r}\| \cdot \|\widetilde{W}\|_F (\omega_B - \|\widetilde{W}\|_F) + \epsilon_N \|\mathbf{r}\|] \end{aligned}$$

其中, Q 为矩阵

$$\begin{bmatrix} (1-d)\lambda_{\min}\{K_r\} & -\frac{1}{2}[(1-d) + d\tau_2\beta_2] \\ -\frac{1}{2}[(1-d) + d\tau_2\beta_2] & d(\epsilon^{-1} - \tau_1 - \tau_2\beta_3) \end{bmatrix}$$

τ_2 是引理 1 结论 (2) 中的 $\alpha_1^{-1}C^2$. 易知, 当

$$\epsilon \leq \frac{4d(1-d)\lambda_{\min}\{K_r\}}{[(1-d) + d\tau_2\beta_2]^2 + \Delta} =: \epsilon_1 \quad (30)$$

时 (其中 $\Delta = 4d(1-d)\lambda_{\min}\{K_r\}(\tau_1 + \tau_2\beta_3)$), Q 为正定矩阵. 由 $\|\mathbf{x}\| \leq \|X\|$, $\|\boldsymbol{\eta}\| \leq \|X\|$ 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_{\min}\{Q\} \|X\|^2 + d\tau_2 \beta_1 \|X\| + (1-d) \cdot \\ &\quad [\kappa \|X\| \cdot \|\widetilde{W}\|_F (\omega_B - \|\widetilde{W}\|_F) + \epsilon_N \|X\|] \\ &= -\|X\| \{ \lambda_{\min}\{Q\} \|X\| + (1-d) [\kappa \|\widetilde{W}\|_F \\ &\quad (\|\widetilde{W}\|_F - \omega_B) - \epsilon_N] - d\tau_2 \beta_1 \} \end{aligned} \quad (31)$$

从而, 当

$$\|X\| > \frac{(1-d) [\kappa \frac{\omega_B^2}{4} + \epsilon_N] + d\tau_2 \beta_1}{\lambda_{\min}\{Q\}} \triangleq l_1 \quad (32)$$

或

$$\|\widetilde{W}\|_F > \frac{\omega_B}{2} + \sqrt{\frac{\omega_B^2}{4} + \frac{(1-d)\epsilon_N + d\tau_2\beta_1}{(1-d)\kappa}} \triangleq l_2 \quad (33)$$

时, $\dot{V} < 0$. 为求矩阵 Q 的最小特征值, 令

$$\begin{aligned}\delta_1 &= (1-d)\lambda_{\min}\{K_r\}[d(\epsilon^{-1} - \tau_1 - \tau_2\beta_3)] \\ &\quad - \frac{1}{4}[(1-d) + d\tau_2\beta_2]^2 \\ \delta_2 &= (1-d)\lambda_{\min}\{K_r\} + d(\epsilon^{-1} - \tau_1 - \tau_2\beta_3)\end{aligned}$$

易得 Q 的最小特征值 $Q_{\min} = \frac{\delta_2 - \sqrt{\delta_2^2 - 4\delta_1}}{2}$. 从而有 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} Q_{\min} = (1-d)\lambda_{\min}\{K_r\}$. 于是

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} l_1 = \frac{(1-d)[\kappa\frac{\omega_B^2}{4} + \epsilon_N] + d\tau_2\beta_1}{(1-d)\lambda_{\min}\{K_r\}} \quad (34)$$

记 $\mathcal{R}_a = \{(X, \widetilde{W}) : (X, \widetilde{W}) \in B, V(X, \widetilde{W}) \leq c_a\}$, 其中 c_a 为使得 $\mathcal{R}_a \subset B$ 的最大的正数; $\mathcal{S} = \{(X, \widetilde{W}) : (X, \widetilde{W}) \in B, V(X, \widetilde{W}) \leq c, \dot{V} > 0\}$, 其中 c 为使得 $\mathcal{S} \subset B$ 的最大的正数. 易见 $\mathcal{S} \subset \mathcal{R}_a$.

设初始误差 $(X(0), \widetilde{W}(0)) \in \mathcal{R}_a$. 若 $(X(0), \widetilde{W}(0)) \in \mathcal{R}_a \setminus \mathcal{S}$, 则有 $\dot{V} < 0$, 因而随着时间的推移 V 会逐渐变小直至 (X, \widetilde{W}) 进入 \mathcal{S} , 而一旦进入 \mathcal{S} , 就有 $\dot{V} > 0$, 此时 V 会变大, 因此 (X, \widetilde{W}) 将渐近收敛到 \mathcal{S} 的边界. 若 $(X(0), \widetilde{W}(0)) \in \mathcal{S}$, 也可得到相同的结论.

现令 $\mathcal{T} = \{(X, \widetilde{W}) : \|X\| \leq l_1, \|\widetilde{W}\| \leq l_2\}$, 由 (30-34) 知, 当 $\rho_{\widetilde{W}} > 2\omega_B$ 时, 可以适当选取 K_r, κ, d 和 $\epsilon^* < \epsilon_1$ 使得对任意的 $\epsilon < \epsilon^*$, 有 $l_1 < \rho_X, l_2 < \rho_{\widetilde{W}}$, 从而 $\mathcal{T} \subset B$, 因而必有 $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}$. 否则 \mathcal{S} 中必存在一点 $(X^*, \widetilde{W}^*) \notin \mathcal{T}$, 即 $\|X^*\| \geq l_1$ 或 $\|\widetilde{W}^*\| \geq l_2$, 从而 $\dot{V}(X^*, \widetilde{W}^*) < 0$, 此与 \mathcal{S} 的定义矛盾.

上面得到, 只要初始误差 $(X(0), \widetilde{W}(0)) \in \mathcal{R}_a$, (X, \widetilde{W}) 就将渐近收敛到 \mathcal{S} 的边界. 而 $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}$, 故充分长时间后, $\|X\| \leq l_1, \|\widetilde{W}\| \leq l_2$ 成立, 从而 $X(t)$ (因而滤波误差 $r(t)$) 和 $\widetilde{W}(t)$ 是最终一致界的. 而 $r(t)$ 的最终界 l_1 可以通过调节增益矩阵 K_r 和参数 κ 变得任意小. \square

注 5. 注意到, 神经网络输入涉及到 $y = (\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T, \mathbf{e}^T, \mathbf{r}^T)^T$ 中的 5 个输入参数. 为减少神经网络输入参数, 文 [10] 给出了一大类机器人控制算法, 其中一个技巧就是“用期望轨迹代替实际轨迹作为控制输入”. 在 [11] 中, 作者对于神经网络控制提出了一个新的控制算法, 其网络输入为 $y = (\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T)^T$.

4 数值仿真

为了验证所设计控制算法的有效性, 本节给出一个单连杆柔性关节机械手的数值仿真. 该机械手的动力学模型和参数取值参看文献 [12].

设期望轨迹为 $q_d = 0.1 \sin(\pi t)$, 小参数 ϵ 选取

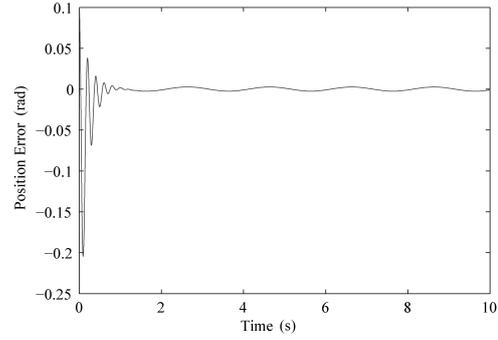


图 1 当初值 $(q_1(0), \dot{q}_1(0), q_2(0), \dot{q}_2(0)) = (0.1, 0, 0, 0)$ 时的误差曲线

Fig. 1 The error curve initiated from $(q_1(0), \dot{q}_1(0), q_2(0), \dot{q}_2(0)) = (0.1, 0, 0, 0)$

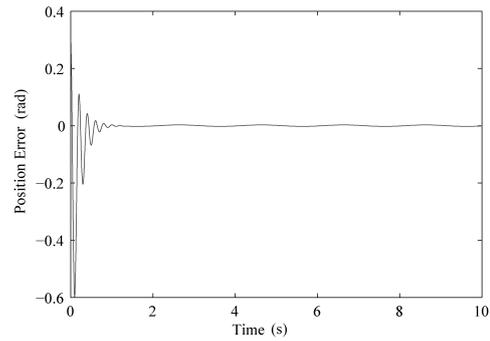


图 2 当初值为 $(q_1(0), \dot{q}_1(0), q_2(0), \dot{q}_2(0)) = (30, 3, 3, 3)$ 时的误差曲线

Fig. 2 The error curve initiated from $(q_1(0), \dot{q}_1(0), q_2(0), \dot{q}_2(0)) = (30, 3, 3, 3)$

为 $\epsilon = 0.1$, 神经网络输入选取为 $y = (\mathbf{q}_d^T, \dot{\mathbf{q}}_d^T, \ddot{\mathbf{q}}_d^T, \mathbf{e}^T, \mathbf{r}^T)^T$, 输入层神经元数为 5, 输出层神经元数为 1, 网络权重初始化为零, 且调节法则中的学习参数 $F = 5, \kappa = 1, \Lambda = 5$. 选取反馈增益矩阵 $K_r = 100$. 对不同的初值我们得到下面的数值模拟结果:

从以上两图可以看出, 本文所提算法对初始误差小敏感, 即使初始误差非常的大 (图 2), 轨迹跟踪误差也会快速地靠近 0. 因而, 本文提出的基于奇异摄动理论的神经网络控制算法能够有效地克服参数未知、模型未知等不确定因素, 使得跟踪误差可以任意地小, 因而它是可行的且有效的.

References

- 1 Spong M W, Khorasani K, Kokotovic P V. An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 291~300.
- 2 Khonasani K, Kokotovic P V. Feedback linearization of a flexible manipulator near its rigid bod-manifold. *Systems & Control Letters*, 1985, **6**(2): 187~192.

- 3 Spong M W. Modeling and control of elastic joint manipulators. *Transaction of ASME: Journal of Dynamical Systems Measurement Control*, 1987, **109**(4): 310~319.
- 4 Taghirad H D, Khosravi M A. Stability analysis and robust composite controller synthesis for flexible joint robots. In *Proceedings of IEEE. International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2002, **3**: 2073~2078
- 5 Ghorbel F, Spong M W. Integral manifold of singularly perturbed systems with application to rigid-link flexible-joint multibody systems. *Int. J. Nonlinear Mechanics*, 2000, **35**(1): 133~155.
- 6 Chang Y Z, Daniel R W. On the adaptive control of flexible joint robot. *Automatica*, 1992, **28**(5): 969~974
- 7 Brogliato B, Ortega R, Lozano R. Global tracking controllers for flexible joint manipulators: a comparative study. *Automatica*, 1995, **31**(7): 941~956.
- 8 Lewis F L, Yesildirak A, Jagannathan S. *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*, New York: Taylor, 1999.
- 9 Kokotovic P V, Khalil H K, O'Reilly J. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. New York: Academic press, 1986.
- 10 Bayard D S, Wen J T. New class of control laws for robotic manipulators. *International Journal of Control*, 1988, **47**(5): 1387~1406.
- 11 Sun F, Sun Z Q, Woo P. Neural network-based adaptive control design of robotic manipulators with an observer. *IEEE Transactions on Neural Network*, 2001, **12**(1): 54~67.
- 12 Spong W. Adaptive control of flexible joint manipulators: comments on two papers. *Automatica*, 1995, **31**(4): 585~590.

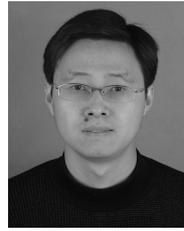


彭济根 西安交通大学理学院信息与系统科学研究所教授. 研究方向为非线性泛函分析、机器学习、控制理论及应用. 本文通信作者.

E-mail: jgpeng@mail.xjtu.edu.cn

(Peng Ji-Gen Professor in Institute of Information and System Science, Xi'an Jiaotong University. His research

interests include nonlinear functional analysis, machine learning, and control theory and its applications. Corresponding author of this paper.)



倪元华 山东曲阜师范大学数学科学学院讲师. 2004 年获得西安交通大学应用数学硕士学位, 研究方向为机器人学、随机 H_∞ 控制理论. E-mail: yhni78@yahoo.com.cn

(Ni Yuan-Hua Lecturer in School of Mathematical Sciences at Qufu Normal University, Qufu, Shandong. He

received his master degree from Xi'an Jiaotong University in 2004. His research interests include robotics and stochastic H_∞ control theory.)



乔红 中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室研究员. 研究领域为智能机器人、模式识别、机器学习、数据挖掘. E-mail: hong.qiao@mail.ia.ac.cn

(Qiao Hong Professor in Key Lab of Complex Systems and Intelligent Science at Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Her research interests include intelligent robots, pattern recognition, and machine learning and data mining.)