

# 非线性系统辨识中模糊模型参数收敛问题的进一步研究

万峰<sup>1,2</sup> 孙优贤<sup>2</sup>

**摘要** 对于使用标准的 Mamdani 型模糊系统及正交投影参数调整算法进行非线性系统辨识, 基于模糊模型参数的估计值收敛到其真实值所需的持续激励条件, 给出了适用于非线性移动平均模型和二阶非线性自回归移动平均模型系统辨识的持续激励输入信号设计的几个算法.

**关键词** 非线性系统辨识, 模糊系统模型, 参数收敛性, 持续激励输入信号设计  
**中图分类号** TP27

## Further Study on the Parameter Convergence of Fuzzy Models in Nonlinear System Identifications

WAN Feng<sup>1,2</sup> SUN You-Xian<sup>2</sup>

**Abstract** This paper investigates the persistent excitation conditions under which the parameters in the fuzzy system model converge to their true values when the standard Mamdani type fuzzy system is constructed and the orthogonal projection parameter-tuning algorithm is used for nonlinear system identification. Algorithms are proposed accordingly for generating the input signals with persistent excitation property for the identifications of nonlinear moving average (N-MA) and second-order nonlinear auto-regressive moving average (N-ARMA) systems.

**Key words** Nonlinear system identification, fuzzy system model, parameter convergence, persistently exciting input signal design.

### 1 引言

模糊系统方法已被广泛应用于复杂非线性系统辨识<sup>[1~5]</sup>. 对于非线性连续时间系统, 文献 [2] 提出两类基于模糊系统的辨识器, 采用 Lyapunov 方法自适应调节律, 保证在一定条件下辨识误差渐近地收敛到零, 以及辨识器全局稳定. 对于离散时间非线性系统, 文献 [3] 将模糊系统表示成模糊基函数的形式, 并使用递推最小二乘法调整模糊模型中的参数. 新的模糊模型和辨识方法也不断涌现. 然而, 由于研究对象的非线性性质, 上述绝大多数的研究都集中于讨论模型辨识误差的收敛性, 而对模型参数收敛性的研究极少. 如 [2] 只给出了辨识误差的收敛性, 而没有考虑模型中参数的收敛性. 但在许多场合, 仅仅要求模型辨识误差收敛并不足够, 模型中的参数能否收敛到其真值也非常重要. 例如, 在自适应模糊控制系统闭环稳定性的分析中, 由于模糊系统的逼近能力和自适应调节机制, 被控系统的状态和跟踪误差的有界性一般都可保证, 但整个系统的稳定则需要模糊模型的参数都有界.

一般而言, 如果辨识时所用的输入信号能够激励被控系统所有的模式, 那么模型中的参数可望收敛到真值. 这种输入信号被称为持续激励信号 (或称其满足持续激励条件). 输入信号的激励特性与辨识模型参数的收敛速率密切相关. 线性系统辨识中的参数收敛性已有相当成熟的研究<sup>[6~10]</sup>. 但对于非线性系统, 因输入信号对被控系统的非线性作用方式而使问题变得非常复杂. 简单地讲, 参数是否收敛取决于输入信号及被激励的输出信号能否提供足够多的信息. 具体而言, 就是要求输入输出数据的信息阵  $\sum_{k=1}^K \phi^T(k)\phi(k)$  非奇异, 这里  $\phi$  为包含输入输出信号的回归向量,  $K$  为数据长度. 对于非线性系统的辨识, 上述判据仍然有效但实际难以运用. 比如, 虽然模糊系统和神经网络能够表示为对参数线性的形式, 并且可以用类似线性系统的方法来辨识参数, 但很难将持续激励条件和输入信号联系起来, 因为输入信号以非线性方式进入回归向量. 在以往模糊辨识的研究中, 为避免这些问题, 输入信号频率常被假定为足够丰富 (如随机信号<sup>[2]</sup>), 或者简单地假定为满足持续激励条件<sup>[11]</sup>, 然而这并不符合现实.

有关非线性模型中参数收敛问题的研究很少, 较为接近的有<sup>[12~15]</sup>. 文献 [12] 提到, 对于径向基网络, 满足持续激励条件的输入信号必须顺序地落在网络的节点上. 文献 [13] 则给出一个较为宽松的条件, 即满足持续激励条件的输入信号必须落在网络节点附近的某个区域内. 这些结果很有意义, 但都没有提供算法以设计满足持续激励条件的输入信号. [16] 讨论了在使用模糊系统方法对非线性离散时间系统建模时, 模糊系统模型中参数的收敛性. 本文将 [16] 提出的模糊模型参数收敛所需的持续激励条件加以推广和利用, 针对某几类非线性系统, 给出设计持续激励输入信号的算法. 我们将简述基于模糊模型的非线性系统辨识问题及参数收敛条件, 具体细节可参考 [16].

### 2 基于模糊模型的非线性系统辨识

考虑如下单输入单输出非线性自回归移动平均 (N-ARMA) 模型表示的离散时间系统

$$y(t+1) = g(y(t), \dots, y(t-n+1); u(t), \dots, u(t-m+1)) \quad (1)$$

式中系统输入  $u \in R_u \subset R$ , 系统输出  $y \in R_y \subset R$ ,  $R_u$  及  $R_y$  设为有界紧集,  $n$  和  $m$  分别表示输入和输出的阶次. 记  $\mathbf{x}(t) = [y(t), \dots, y(t-n+1); u(t), \dots, u(t-m+1)]^T = [x_1, \dots, x_s]^T$  为  $g(\cdot)$  的输入矢量, 其维数  $s = n + m$ , 即  $\mathbf{x} \in X \subset R^{n+m}$ .  $g(\mathbf{x})$  为定义在  $X$  上描述系统动态特性的未知非线性函数, 并假定对  $\mathbf{x}$  各分量都连续且偏导数有界.

#### 2.1 模糊系统模型的构造方法

用以描述未知函数  $g(\mathbf{x})$  的模糊系统模型为

$$\hat{y}(t+1) = f(y(t), \dots, y(t-n+1); u(t), \dots, u(t-m+1)),$$

式中  $\hat{y}(t+1)$  是对被控对象输出  $y(t+1)$  的预测. 使用如下模糊 IF-THEN 规则

$$\text{Rule}^{i_1 \dots i_s} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_{i_1}^{i_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_s \text{ is } A_{i_s}^{i_s}, \text{ THEN } y \text{ is } B^{i_1 \dots i_s}, \quad (3)$$

并选取三角形隶属度函数  $\mu_{A_j^{i_j}}(\cdot)$ , 乘积推理机、单值模糊产生器和中心—平均模糊消除器建立 Mamdani 型模糊系统  $f(\mathbf{x})$ . 具体构造步骤可参考 [16]. 该模糊系统可表示为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i_1=1}^{N_1} \dots \sum_{i_s=1}^{N_s} \theta^{i_1, \dots, i_s} \left[ \prod_{j=1}^s \mu_{A_j^{i_j}}(x_j) \right] \quad (4)$$

收稿日期 2004-11-29 收修改稿日期 2006-7-27  
Received November 29, 2004; in revised form July 27, 2006  
1. 澳门大学科技学院电子与电机工程学系 澳门 2. 浙江大学控制系工业控制技术国家重点实验室现代控制工程研究所 杭州 310027  
1. Dept. of EEE, FST, University of Macau, Taipa, Macau SAR, P. R. China 2. National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Modern Control Engineering, Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China  
DOI: 10.1360/aas-007-0109

其中  $i_1 = 1, \dots, N_1; \dots, i_s = 1, \dots, N_s, \theta^{i_1, \dots, i_s}$  为模糊集  $B^{i_1, \dots, i_s}$  的中心点.

### 2.2 模糊系统模型的参数调整算法

表示模糊系统 (4) 为对参数线性的形式:  $f(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\theta}$ , 其中  $\boldsymbol{\theta} = [\theta^{1, \dots, 1}, \dots, \theta^{N_1, \dots, N_s}]^T$ ,  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) = [\phi^{1, \dots, 1}(\mathbf{x}), \dots, \phi^{N_1, \dots, N_s}(\mathbf{x})]^T$ ,  $\phi^{i_1, \dots, i_s}(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^s \mu_{A_j^{i_j}}(x_j)$ .

模糊系统的万能逼近定理<sup>[4]</sup>表明, 如果使用足够多的模糊集, 模糊系统能够以任意精度逼近非线性函数  $g(\cdot)$ . 定义最佳参数  $\boldsymbol{\theta}^0 = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \{\sup_{\mathbf{x}} |f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) - g(\mathbf{x})|\}$ , 表示  $f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}^0)$  是对  $g(\cdot)$  逼近得最好的模糊系统. 视  $\boldsymbol{\theta}^0$  为参数真实值, 令  $\boldsymbol{\theta}(t)$  为  $t$  时刻对  $\boldsymbol{\theta}^0$  的估计, 正交投影算法按如下递推算式计算参数  $\boldsymbol{\theta}(t)$ <sup>[8]</sup>.

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \boldsymbol{\theta}(t-1) + \frac{P(t-2)\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(t-1))}{\boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x}(t-1))P(t-2)\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(t-1))} [y(t) - \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x}(t-1))\boldsymbol{\theta}(t-1)] \quad (5)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(t-1))\boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x}(t-1))P(t-1)}{\boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x}(t-1))P(t-1)\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(t-1))}, \quad (6)$$

其中初始值  $\boldsymbol{\theta}(0)$  给定,  $P(0) = I$ .

## 3 模糊模型的参数收敛性

### 3.1 持续激励条件

引理 1<sup>[6]</sup>. 对于某个  $k \geq \prod_{j=1}^s N_j$ , 如果

$$\text{rank}[\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(1)), \dots, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}(k))] = \prod_{j=1}^s N_j = \text{dimension of } \boldsymbol{\theta}^0$$

那么由正交投影算法 (5)–(6) 求出的参数估计  $\boldsymbol{\theta}(t)$  在  $\bar{T}_k$  步内收敛到真实值, 即  $\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}^0$ .

式 (7) 称为正交投影算法的持续激励条件. 以下讨论如何设计输入信号, 使得持续激励条件 (7) 成立. 由于回归向量  $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{x})$  和输入信号  $u$  之间的非线性, 上述问题相当复杂. 下面只考虑两种简单情况, 但设计思路可推广到更为一般的情况.

### 3.2 N-MA 系统辨识的参数收敛条件及持续激励输入信号设计

考虑二阶非线性移动平均 (N-MA) 模型表示的非线性系统:  $y(\mathbf{x}+1) = g(u(t), u(t-1)) = \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{x}(t))\boldsymbol{\theta}^0$ , 其中  $\mathbf{x}(t) = [u(t), u(t-1)]^T$ .

定理 1<sup>[16]</sup>. 考虑使用图 1 所示模糊集的模糊模型. 称  $(\gamma_1^i, \gamma_2^j)$  ( $i = 1, \dots, N_1, j = 1, \dots, N_2$ ) 为回归向量  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$  的中心点. 如果对于某个  $k \geq N_1 N_2$ ,  $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)$  包含这  $N_1 N_2$  个中心点, 那么持续激励条件 (7) 成立, 因而模糊模型参数的估计收敛到其真实值. 二维情况下模糊系统的中心点如图 1 所示.

设计满足持续激励条件的输入信号的思想是使得  $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)$  包含回归向量  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$  所有的中心点.  $\mathbf{x}(t) = (u(t), u(t-1))^T$  和  $\mathbf{x}(t+1) = [u(t+1), u(t)]^T$  都含有  $u(t)$  但其位置不同.

算法 1. 二阶 N-MA 系统持续激励输入信号的设计算法考虑图 1 所示的情况. 输入信号设计如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(1) &= (u(1), u(0))^T = (\gamma_1^1, \gamma_1^1)^T \\ \mathbf{x}(2) &= (u(2), u(1))^T = (\gamma_2^2, \gamma_1^1)^T \end{aligned}$$

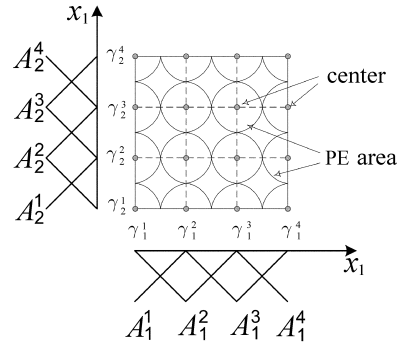


图 1 模糊模型回归向量的中心点和持续激励区域的示意图  
Fig. 1 Centers and PE areas of two dimensions

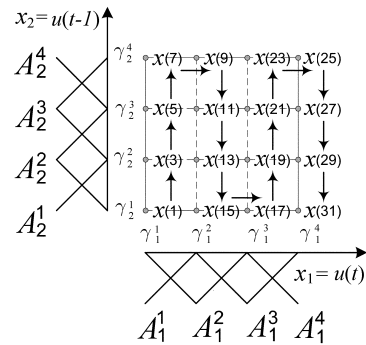


图 2 二阶 N-MA 模型持续激励输入信号设计的示意图  
Fig. 2 PE input design for second-order N-MA model

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(3) &= (u(3), u(2))^T = (\gamma_1^1, \gamma_2^2)^T \\ \mathbf{x}(4) &= (u(4), u(3))^T = (\gamma_2^2, \gamma_1^1)^T \\ \mathbf{x}(5) &= (u(5), u(4))^T = (\gamma_1^1, \gamma_2^3)^T \\ \mathbf{x}(6) &= (u(6), u(5))^T = (\gamma_2^2, \gamma_1^1)^T \\ \mathbf{x}(7) &= (u(7), u(6))^T = (\gamma_1^1, \gamma_2^4)^T \\ \mathbf{x}(8) &= (u(8), u(7))^T = (\gamma_2^2, \gamma_1^1)^T \\ \mathbf{x}(9) &= (u(9), u(8))^T = (\gamma_1^1, \gamma_2^4)^T \\ \mathbf{x}(10) &= \dots; \dots \end{aligned}$$

上述设计过程如图 2 所示, 即将奇数时刻的输入向量沿箭头所示方向依次放在中心点处. 如此,  $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(3), \dots, \mathbf{x}(2N_1 N_2 - 1)$  将包含这  $N_1 N_2$  个中心点上. 据定理 1 可证,  $k = 2N_1 N_2$  步之后, 有  $\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}^0$ .

推论 1. 由以上讨论易知, 定理 1 和算法 1 可推广应用至任意阶的 N-MA 系统.

### 3.3 二阶 N-ARMA 系统辨识的参数收敛条件及持续激励输入信号设计

考虑二阶 N-ARMA 模型表示的非线性系统:  $y(t+1) = g(y(t), u(t))$ , 这里  $\mathbf{x}(t) = [y(t), u(t)]^T$ . 显然, 定理 1 亦适用于此系统 (但  $\mathbf{x}(t)$  不同); 因此输入设计的任务仍然是使  $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)$  包含回归向量  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$  所有的中心点  $(\gamma_1^i, \gamma_2^j)$  ( $i = 1, \dots, N_1, j = 1, \dots, N_2$ ). 由于此时  $\mathbf{x}(t)$  中含有系统的输出  $y(t)$ , 故与 N-MA 情况相比, 问题更为复杂. 虽然  $u(t)$  可自由选取, 但不能直接地将  $y(t)$  放于某个指定

位置, 因为  $y(t)$  受  $u(t-1), u(t-2), \dots, u(0)$  控制. 为此假设系统输出  $y(t)$  可由某个 PID 控制器控制到工作范围内的任意点  $y_d$ . (这是合理的, 因为 PID 控制器的积分作用可使控制误差  $y_d - y(t)$  充分小. 控制系统的暂态响应或许很差, 但经过一段时间后, 一般总可以使稳态时的残差足够小. 对于  $y(t)$  到达  $y_d$ , 并没有时间上的限制. 下一节将给出更容易实现的持续激励条件和设计算法, 以弥补上述假设带来的不足.) 利用上述假设, 可有如下算法.

**算法 2.** 二阶 N-ARMA 系统持续激励输入信号的设计算法

步骤 1. 取设定值  $y_d = \gamma_1^1$ , 使用一个 PID 控制器将系统控制至  $y(t) = y_d$ . 取  $u(t) = \gamma_2^1$  并进行下一步的控制. 如此可得  $\bar{\mathbf{x}}(1) = \mathbf{x}(1) = (y(1), u(1))^T = (\gamma_1^1, \gamma_2^1)^T$  和  $\bar{y}(2) = y(t+1)$ .

步骤 2. 取  $u(t) = \gamma_2^2, \gamma_2^3, \dots, \gamma_2^{N_2}$ , 重复步骤 1,  $N_2 - 1$  次, 并记下相应包含  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$  的数据对  $(\bar{\mathbf{x}}(2), \bar{y}(3)), \dots, (\bar{\mathbf{x}}(N_2), \bar{y}(N_2+1))$ .

步骤 3. 取  $y_d = \gamma_1^2, \gamma_1^3, \dots, \gamma_1^{N_1}$  重复步骤 1 和步骤 2,  $N_1 - 1$  次, 并分别记下相应包含  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$  的数据对  $(\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1))$ ,  $r$  每次加 1. 这样总共有  $N_1 N_2$  对输入输出数据,  $(\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1)) (r = 1, \dots, N_1 N_2)$ , 且  $\bar{\mathbf{x}}(r)$  在中心点上.

步骤 4. 将前面得到的数据  $(\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1))$  作为  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$ , 利用正交投影算法 (5)–(6) 计算参数  $\theta(N_1 N_2)$ . 根据定理 1 可证,  $\theta(N_1 N_2) = \theta^0$  成立.

### 3.4 更易实现的参数收敛条件及持续激励输入信号设计

算法 1 和 2 都要求将模糊系统的输入向量  $\mathbf{x}(t) = [u(t), u(t-1)]^T$  或  $\mathbf{x}(t) = [y(t), u(t)]^T$  设计到某个指定点上. 从实际应用的角度来说这并不容易. 定理 2 表明, 如果模糊模型每个中心点附近的某个区域内至少有一个输入向量, 那么持续激励条件就能满足.

**定理 2.**<sup>[16]</sup> 考虑使用图 2 所示模糊集的模糊模型. 定义以  $(\gamma_1^i, \gamma_2^j)$  为中心的持续激励区域为  $PE_{(\gamma_1^i, \gamma_2^j)} = \{(x_1, x_2) | \mu_{A_1^i}(x_1) \mu_{A_2^j}(x_2) > 0.5\}$ . 如果对于某个  $k \geq N_1 N_2$ , 在以模糊模型的中心点  $(\gamma_1^i, \gamma_2^j)$  为中心的所有的持续激励区域  $PE_{(\gamma_1^i, \gamma_2^j)}$  内都能找到  $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)$  中的至少一个输入向量, 那么持续激励条件 (7) 满足,  $\theta(k) = \theta^0$  成立.

图 1 给出了二维情况下持续激励区域的大致形状, 即以回归向量中心点为中心的椭圆区域. 利用定理 2, 可将算法 1 和 2 分别改进如下.

**算法 3.** 二阶 N-MA 系统持续激励输入信号设计的改进算法

考虑图 2 所示的情况. 输入信号设计如下:

$$\mathbf{x}(1) = (u(1), u(0))^T \in PE_{(\gamma_1^1, \gamma_2^1)}$$

$$\mathbf{x}(2) = (u(2), u(1))^T \in PE_{(\gamma_2^2, \gamma_1^1)}$$

$$\mathbf{x}(3) = (u(3), u(2))^T \in PE_{(\gamma_1^1, \gamma_2^2)}$$

$$\mathbf{x}(4) = (u(4), u(3))^T \in PE_{(\gamma_2^3, \gamma_1^1)}$$

$$\mathbf{x}(5) = (u(5), u(4))^T \in PE_{(\gamma_1^1, \gamma_2^3)}$$

$$\mathbf{x}(6) = (u(6), u(5))^T \in PE_{(\gamma_2^4, \gamma_1^1)}$$

$$\mathbf{x}(7) = (u(7), u(6))^T \in PE_{(\gamma_1^1, \gamma_2^4)}$$

$$\mathbf{x}(8) = (u(8), u(7))^T \in PE_{(\gamma_2^4, \gamma_1^1)}$$

$$\mathbf{x}(9) = (u(9), u(8))^T \in PE_{(\gamma_1^2, \gamma_2^4)}$$

$$\mathbf{x}(10) = \dots; \dots$$

这样, 在以模糊模型的中心点  $(\gamma_1^i, \gamma_2^j)$  为中心的所有的持续激励区域  $PE_{(\gamma_1^i, \gamma_2^j)}$  内都能找到至少一个输入向量, 因而持续激励条件 (7) 成立, 即采用按照上述步骤设计的输入信号序列  $\{u(t)\}, k = 2N_1 N_2$  步之后有  $\theta(k) = \theta^0$ .

**算法 4.** 二阶 N-ARMA 系统持续激励输入信号设计的改进算法

步骤 1. 取设定值  $y_d = \gamma_1^1$ , 使用一个 PID 控制器控制系统使得  $y(t) \in P_1(PE_{(y_d, \gamma_2^1)})$ . 这里  $P_1(PE_{(y_d, \gamma_2^1)})$  表示  $PE_{(y_d, \gamma_2^1)}$  在坐标轴  $x_1$  上的投影. 取使得  $(y(t), u(t))^T \in PE_{(y_d, \gamma_2^1)}$  满足的  $u(t)$  进行下一步的控制. 保存  $\bar{\mathbf{x}}(1) = \mathbf{x}(1) = (y(1), u(1))^T \in PE_{(y_d, \gamma_2^1)}$  和  $\bar{y}(t+1)$ .

步骤 2. 取  $u(t)$  使  $(y(t), u(t))^T \in PE_{(y_d, \gamma_2^j)}$  ( $j = 2, 3, \dots, N_2$ ) 重复步骤 1,  $N_2 - 1$  次, 并记录包含  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$  的数据对  $(\bar{\mathbf{x}}(2), \bar{y}(3)), \dots, (\bar{\mathbf{x}}(N_2), \bar{y}(N_2+1))$ .

步骤 3. 取  $y_d = \gamma_1^2, \gamma_1^3, \dots, \gamma_1^{N_1}$ , 重复步骤 1 和步骤 2,  $N_1 - 1$  次, 并记录包含  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$  的数据对  $(\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1))$ ,  $r$  每次加 1. 这样总共有  $N_1 N_2$  对输入输出数据,  $((\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1)) (r = 1, \dots, N_1 N_2)$ , 且  $\bar{\mathbf{x}}(r)$  在中心点上.

步骤 4. 将前面得到的数据  $(\bar{\mathbf{x}}(r), \bar{y}(r+1))$  作为  $(\mathbf{x}(t), y(t+1))$ , 利用正交投影算法 (5)–(6) 计算参数  $\theta(N_1 N_2)$ .

根据定理 2 可证,  $\theta(N_1 N_2) = \theta^0$  成立.

## 4 仿真研究

**例.** 辨识如下由二阶非线性移动平均 (N-MA) 模型表示的非线性系统

$$y(t+1) = g(y(t), u(t)) = \frac{u(t)}{1 + y^2(t) + u^2(t)} \quad (8)$$

模糊模型为  $\hat{y}(t+1) = f(y(t), u(t))$ . 定义  $5 \times 5$  个模糊集均匀地覆盖模糊系统输入的定义域  $[-0.5, 0.5] \times [-1, 1]$ . 应用算法 4 来设计持续激励输入信号. 在  $y$  的定义域上有 5 个节点:  $-0.5, -0.25, 0, 0.25, 0.5$ . 依照算法 4, 需要一个控制器, 控制系统输出至  $P_1(PE_{(y_d, \gamma_2^j)})$ , 即  $PE_{(y_d, \gamma_2^j)}$  在坐标轴  $x_1$  上的投影区域内, 再选取  $u(t)$  使得  $(y(t), u(t))^T \in PE_{(y_d, \gamma_2^j)}$  ( $j = 2, \dots, N_2$ ) 成立并进行下一步的控制. 图 3 给出了使用 PI 控制器的控制结果, 其中控制器的比例系数  $K_p = 0.25$ , 积分系数  $T_i = 5T$ ,  $T$  为控制周期.

容易看到上述控制器可以将系统输出控制到所有的  $P_1(PE_{(y_d, \gamma_2^j)})$  区域内. 因此, 选取以下可以迅速达到的输出设定点以及控制作用节点:  $\{y_d\} = \{-0.4, -0.24, 0, 0.24, 0.4\}$ ,  $\{u\} = \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$ , 它们决定了持续激励区域. 利用正交投影算法 (5)–(6) 和测得的系统输入输出信号, 对模糊模型的参数进行辨识. 辨识结束后, 模糊模型的参数很接近其真实值, 为  $[-0.4480, -0.3366, -0, 0.3366, 0.4480, -0.4854, -0.3816, 0, 0.3816, 0.4854, -0.5000, -0.4000, 0, 0.4000, 0.5000, -0.4854, -0.3816, 0, 0.3816, 0.4854, -0.4480, -0.3366, 0, 0.3366,$

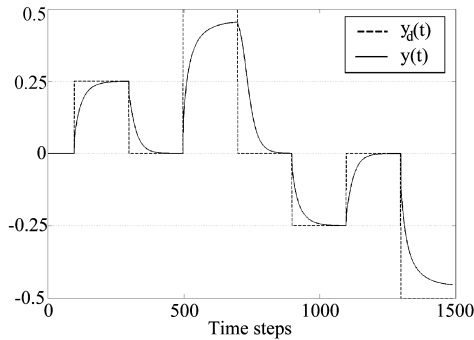


图3 设定值与PI控制的系统输出  
Fig. 3 Setpoints and PI controlled outputs

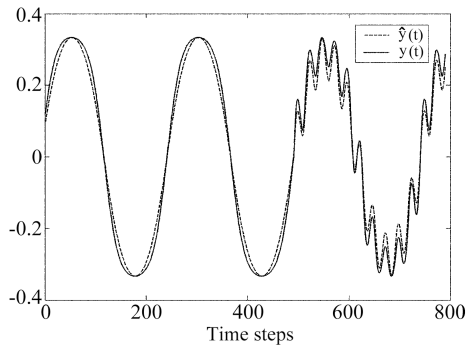


图4 系统输出与模型预测输出(5×5个模糊集)  
Fig. 4 Plant outputs and model outputs (5×5 fuzzy sets)

$0.4480]^T$ . 对于输入信号

$$u(t) = \begin{cases} \sin(2\pi t/250), & 1 \leq t < 500 \\ 0.8 \sin(2\pi t/250) + 0.2 \sin(2\pi t/25), & 500 \leq t \leq 800 \end{cases} \quad (9)$$

图4给出了原系统的输出和辨识得到的模糊模型的预测. 模糊模型预测的平均绝对误差为0.018. 可见辨识结果是满意的.

## 5 结束语

本文讨论了使用乘积推理机、单值模糊产生器和中心—平均模糊消除器的标准 Mamdani 型模糊系统以及正交投影算法进行非线性系统辨识时, 模糊系统模型中参数的收敛情况. 基于模糊模型参数的估计值收敛到其真实值所需的持续激励条件, 给出了对于 N-MA 和二阶 N-ARMA 系统辨识的持续激励输入信号设计的几个算法.

应当指出, 上述工作只是一个引子. 对于非线性辨识中模糊模型参数收敛性的问题, 需要更深入的研究. 例如, 选用不同部件—不同类型的模糊推理机、模糊产生器、模糊消除器和隶属度函数而构成的模糊系统, 以及其它形式的参数辨识算法的情况下, 模糊系统模型中参数的收敛性值得讨论. 另外, 如何将本文的方法推广到具有任意维输入输出的 N-ARMA 形式的非线性系统中去也有待进一步探讨.

致谢 第一作者感谢导师香港科技大学王立新博士的指导.

## References

- 1 Wang Li-Xin. Fuzzy systems: Challenges and chance — My experiences and perspectives. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(4): 585-590.  
(王立新. 模糊系统: 挑战与机遇并存——十年研究之感悟. 自动化学报, 2001, **27**(4): 585~590.)
- 2 Wang L X. Design and analysis of fuzzy identifiers of nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(1): 11~23.
- 3 Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, **3**(5): 807~814.
- 4 Wang L X. *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall, 1996.
- 5 Hellendoorn H, Driankov D (Eds. ). *Fuzzy Model Identification: Selected Approaches*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1997.
- 6 Goodwin G C, Sin K S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1984.
- 7 Sastry S, Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1989.
- 8 Narendra K S, Annaswamy A M. *Stable Adaptive Systems*. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1989.
- 9 Astrom K J, Wittenmark B. *Adaptive Control*. 2nd ed.. Reading Mass. : Addison-Wesley, 1994.
- 10 Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. 2nd ed.. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1999.
- 11 Jagannathan S. Adaptive fuzzy logic control of feedback linearizable discrete-time dynamical systems under persistence of excitation. *Automatica*, 1998, **34**(11): 1295~1310.
- 12 Sanner R M, Slotine J-J E. Stable recursive identification using radial basis function networks. In: *Proceedings of American Control Conference*. Chicago, IL: 1992, 1829~1833.
- 13 Gorinevshy D. On the persistence of excitations in radial basis function network identification of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1995, **6**(5): 1237~1244.
- 14 Farrell J A. Persistence of excitation conditions in passive learning control. *Automatica*, 1997, **33**(4): 699~703.
- 15 Farrell J A. On performance evaluation in online approximation for control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1998, **9**(5): 1001~1007.
- 16 WAN Feng, SUN You-Xian. Nonlinear discrete-time system identifications based on fuzzy models: Algorithms and performance analyses. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(6): 844~853.  
(万峰, 孙优贤. 基于模糊模型的非线性离散时间系统辨识: 算法与性能分析. 自动化学报, 2004, **30**(6): 844~853.)

万峰 博士. 目前研究兴趣为模糊系统与神经网络、非线性控制、自适应控制及过程控制等.

(Wan Feng Ph. D. His research interests include fuzzy systems and neural networks, nonlinear control, adaptive control, and process control. )

孙优贤 浙江大学教授、博士生导师、中国工程院院士. 长期从事过程控制理论与应用、容错控制理论与应用、鲁棒控制理论与应用以及造纸过程的模型化和计算机控制等方面的研究.

(Sun You-Xian Professor at Zhejiang University and Academician of Chinese Academy of Engineering. His research interests include process control, fault tolerant control, robust control, and papermaking process modeling and control. )