

对角 CARIMA 模型多变量广义预测控制器系数直接算法

李奇安¹ 褚健¹

摘要 为了简化多变量广义预测控制 MGPC 的设计与实现,提出了对角 CARIMA (Controlled autoregressive integrated moving average) 模型 MGPC 控制器系数的直接求解方法. 利用多变量对角 CARIMA 模型直接递推得到了非常简洁的 MGPC 控制器, 控制增量等于控制器系数与设定值、过程输入输出历史数据、模型预测误差历史数据的乘积, 控制器系数只与模型参数和设计参数有关, 控制器系数维数只由模型结构参数决定. 避免了 Diophantine 方程的求解, 减少了在线计算量, 简化了 MGPC 控制器的实现. 在一个 DCS 控制的非线性液位装置上的对比实验结果表明了该方法的有效性.

关键词 广义预测控制, 多变量, CARIMA 模型, 自适应控制, 直接算法
中图分类号 TP273

Direct Algorithm for Multivariable Generalized Predictive Controller's Coefficients of Diagonal CARIMA Model

LI Qi-An¹ CHU Jian¹

Abstract A direct way for getting controller's coefficients of multivariable generalized predictive control (MGPC) of diagonal CARIMA model is developed in order to simplify the design and implementation of MGPC. A very concise MGPC controller is obtained by directly manipulating the model predictor of a diagonal multivariable CARIMA model recursively, and the control moves are the product of the controller's coefficients and set-points, historical input/output data of the plant and predictive errors of the predictor. The controller's coefficients are determined only by the model parameters and design parameters, and the number of coefficients only depends on the orders of the model. This method avoids solving Diophantine equations, reduces the computational overhead on line, and simplifies the implementation of MGPC. Its validity is demonstrated by comparative experiment results obtained from a nonlinear liquid system controlled by DCS.

Key words Generalized predictive control, multivariable, CARIMA model, adaptive control, direct algorithm

1 引言

随着生产力的大力发展,许多生产过程变得越来越复杂,有时一个控制系统要控制数以百计的输入输出变量^[1,2],且输入变量的个数与输出变量的个数也不相等,常规的控制方法已变得不可行,因此寻找有效的建模与控制方案,是实现优化生产必须解决的关键问题之一.

模型预测控制 (Model predictive control, MPC),特别是广义预测控制算法 (Generalized predictive control, GPC),是解决复杂控制问题的有

效手段^[3].但是常规 CARIMA (Controlled autoregressive integrated moving average) 模型表达的多变量广义预测算法 MGPC 模型结构单一,计算复杂.文献 [3] 指出如果采用对角形式的 CARIMA 模型 (即 CARIMA 模型中 $A(z^{-1})$ 与 $C(z^{-1})$ 构造对角多项式矩阵的形式),则 MGPC 求解过程会大大简化,且计算量也会显著减少.文献 [4] 进一步发展和完善了对角 CARIMA 模型多变量广义预测控制,丰富了 MGPC 的建模能力、降低了其实现难度、增强了其控制参数选择的灵活性.文献 [5] 提出了对角 CARIMA 模型 MGPC 控制器系数的计算方法,把控制增量表达成控制器系数与参考轨迹及过程历史数据的点乘形式,在非自适应控制模式下控制器的实现和 PID 控制器一样简单,但在自适应控制模式下仍需求解矩阵 Diophantine 方程,不利于 MGPC 控制器的工程实现.文献 [6] 提出了一种改进的多变量广义预测算法,利用对象的模型直接递推计算模型输出的自由响应项,可以避免 Diophantine 方程的求解.文献 [7] 回顾了 GPC 简化实

收稿日期 2005-12-20 收修改稿日期 2006-5-16
Received December 20, 2005; in revised form May 16, 2006
国家自然科学基金 (60421002) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60421002)
1. 工业控制技术国家重点实验室浙江大学先进控制研究所, 浙江大学玉泉校区, 杭州 310027
1. National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027
DOI: 10.1360/aas-007-0059

现方法研究的历史与现状,并提出了单变量 GPC 控制器系数的直接求解方法,大大简化了单变量 GPC 控制器的实现问题。

本文借鉴文献 [6] 和 [7] 的研究思想,利用对角 CARIMA 模型直接计算模型的预测输出,避免了求解 Diophantine 方程所引入的计算量,并把 MGPC 控制器表达成控制器系数与过程已知数据的点乘形式,达到简化 MGPC 的目的.并用实验对算法的控制性能进行了对比研究。

2 对角 CARIMA 模型及 MGPC 控制器系数直接求解

2.1 多变量过程的对角 CARIMA 模型

对于物理可实现的 m 个输入 n 个输出的多变量对象,总可建立如下的对角 CARIMA 模型^{[3][4]}:

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + C(z^{-1})\mathbf{e}(t)/\Delta \quad (1)$$

其中

$$A(z^{-1}) = \text{diag}\{A_{11}(z^{-1}), A_{22}(z^{-1}), \dots, A_{nn}(z^{-1})\}$$

和

$$C(z^{-1}) = \text{diag}\{C_{11}(z^{-1}), C_{22}(z^{-1}), \dots, C_{nn}(z^{-1})\}$$

为 $n \times n$ 首一多项式矩阵, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示以花括号中的元素为对角元素的对角矩阵; $B(z^{-1})$ 为 $n \times m$ 维多项式矩阵,其第 i 行第 j 列元素为 $z^{-d_{ij}}B_{ij}(z^{-1})$, d_{ij} 是第 i 个输出对于第 j 个输入的纯滞后;且 $A_{ii}(z^{-1}) = 1 + a_{ii1}z^{-1} + \dots + a_{iina_{ii}}z^{-na_{ii}}$, $B_{ij}(z^{-1}) = b_{ij0} + b_{ij1}z^{-1} + \dots + b_{ijn_{ij}}z^{-nb_{ij}}$, $C_{ii}(z^{-1}) = 1 + c_{ii1}z^{-1} + \dots + c_{iinc_{ii}}z^{-nc_{ii}}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$, na_{ii} 、 nb_{ij} 和 nc_{ii} 分别为多项式 $A_{ii}(z^{-1})$ 、 $B_{ij}(z^{-1})$ 和 $C_{ii}(z^{-1})$ 的阶次; $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T$, $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$ 与 $\mathbf{e}(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T$ 分别为 t 时刻的 $n \times 1$ 维输出向量, $m \times 1$ 维输入向量和 $n \times 1$ 维噪声向量;假设噪声向量为零均值白噪声,算子 $\Delta = 1 - z^{-1}$ 。

2.2 目标函数

考虑如下有限时域二次目标函数:

$$J(\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_3) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=N_{1i}}^{N_{2i}} \delta_i(k) [\hat{y}_i(t+k|t) - w_i(t+k)]^2 + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{N_{3j}+1} \lambda_j(k) [\Delta u_j(t+k-1)]^2 \quad (2)$$

其中: $\hat{y}_i(t+k|t)$ 为系统第 i 个输出的最优 k 步向前预报; $w_i(t+k)$ 为第 i 个输出 $t+k$ 时刻的设定值或参考轨迹; $\Delta u_j(t+k-1)$ 为第 j 个输入 $t+k-1$ 时刻的增量; $\mathbf{N}_1 = [N_{11}, N_{12}, \dots, N_{1n}]^T$ 为最小预测时域向量, $\mathbf{N}_2 = [N_{21}, N_{22}, \dots, N_{2n}]^T$ 为最大预测时域向量, $\mathbf{N}_3 = [N_{31}, N_{32}, \dots, N_{3m}]^T$ 为控制时域向量,其中 N_{1i} 、 N_{2i} 分别是第 i 个输出变量的最小预测时域、最大预测时域, N_{3j} 是第 j 个输入变量的控制时域; $\delta_i(k)$ 和 $\lambda_j(k)$ 是加权系数,一般取常值。

2.3 输出预测表达式

由 (1) 得

$$\tilde{A}_{ii}(z^{-1})y_i(t) = \sum_{j=1}^m z^{-d_{ij}} B_{ij}(z^{-1})\Delta u_j(t-1) + C_{ii}(z^{-1})e_i(t) \quad (3)$$

其中 $\tilde{A}_{ii}(z^{-1}) = \Delta A_{ii}(z^{-1}) = 1 + \tilde{a}_{ii1}z^{-1} + \tilde{a}_{ii2}z^{-2} + \dots + \tilde{a}_{iina_{ii}}z^{-na_{ii}} + \tilde{a}_{iina_{ii}+1}z^{-na_{ii}-1}$ 。由 (3) 得

$$y_i(t) = - \sum_{k=1}^{na_{ii}+1} \tilde{a}_{iik} y_i(t-k) + \sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{nb_{ij}} b_{ijk} \Delta u_j(t-d_{ij}-k-1) + e_i(t) + \sum_{k=1}^{nc_{ii}} c_{iik} e_i(t-k) \quad (4)$$

将 (4) 递推 $d_i + N_i$ 步 (其中 $d_i = \min_j d_{ij}$ 是第 i 个输出对所有输入的最小滞, N_i 是第 i 个输出变量的预测时域, $N_i = N_{2i} - N_{1i} + 1$), 得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{i_{d_i}} \\ \mathbf{Y}_{i_{N_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii_{pd_i}} \\ A_{ii_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{i_p} + \sum_{j=1}^m \left\{ \begin{bmatrix} B_{ij_{pd_i}} \\ B_{ij_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{U}_{ij_p} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{ij_{N_i}} \end{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \right\} + \begin{bmatrix} C_{ii_{pd_i}} \\ C_{ii_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{E}_{ii_p} + \begin{bmatrix} C_{ii_{d_i}} \\ C_{ii_{N_i}} \end{bmatrix} \mathbf{E}_{ii} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{i_{d_i}} &= [y_i(t+1), y_i(t+2), \dots, y_i(t+d_i)]^T \\ \mathbf{Y}_{i_{N_i}} &= [y_i(t+d_i+1), y_i(t+d_i+2), \dots, y_i(t+d_i+N_i)]^T, \\ \mathbf{Y}_{i_p} &= [y_i(t), y_i(t-1), \dots, y_i(t-na_{ii})]^T \\ \mathbf{U}_{ij_p} &= [\Delta u_j(t-1), \Delta u_j(t-2), \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta u_j(t - d_{ij} - nb_{ij})^T \\ \mathbf{U}_{ij} &= [\Delta u_j(t), \Delta u_j(t+1), \dots, \\ & \Delta u_j(t + d_i + N_i - d_{ij} - 1)]^T, \\ \mathbf{E}_{ii_p} &= [e_i(t), e_i(t-1), \dots, e_i(t - nc_{ii} + 1)]^T, \\ \mathbf{E}_{ii} &= [e_i(t+1), e_i(t+2), \dots, e_i(t + d_i + N_i)]^T. \end{aligned}$$

如果用 X 分别代表 $[A_{ii_{pd_i}}^T, A_{ii_{pN_i}}^T]^T$ 、 $[B_{ij_{pd_i}}^T, B_{ij_{pN_i}}^T]^T$ 和 $[C_{ii_{pd_i}}^T, C_{ii_{pN_i}}^T]^T$, X_c 代表矩阵 X 的列数, 则矩阵 X 中的元素 $X(i, j)$ 可按如下方式产生

$$\begin{aligned} X(i, j) &= \mathbf{T}(i + j - 1) + \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k X(i - k, j), \\ (1 \leq i \leq N_i + d_i, 1 \leq j \leq X_c) \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{T} = \begin{cases} \begin{cases} [-\tilde{a}_{ii_1}, -\tilde{a}_{ii_2}, \dots, -\tilde{a}_{ii_{na_{ii}+1}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N_i+d_i-1}] \\ X = [A_{ii_{pd_i}}^T, A_{ii_{pN_i}}^T]^T \end{cases} & d_{ij} = 0 \\ \begin{cases} [b_{ij_1}, \dots, b_{ij_{nb_{ij}}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N_i+d_i-1}] \\ [0, 0, \dots, 0, b_{ij_0}, b_{ij_1}, \dots, b_{ij_{nb_{ij}}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N_i+d_i-1}] \end{cases} & d_{ij} > 0 \end{cases}$$

$$\alpha_k = \begin{cases} -\tilde{a}_{ii_k} & 1 \leq k \leq na_{ii} + 1 \\ 0 & k > na_{ii} + 1 \end{cases}$$

$B_{ij_{N_i}}$ 的前 $d_{ij} - d_i$ 行是全零元素, 令 $B_{ij_{N_i}} = [0^T, \bar{B}_{ij_{N_i}}^T]^T$, $\bar{B}_{ij_{N_i}}$ 和 $[C_{ii_{d_i}}^T, C_{ii_{N_i}}^T]^T$ 是下三角矩阵, 且其第 $i+1$ 行的第 2 个至第 $i+1$ 个元素分别是第 i 行的第 1 个至第 i 个元素, 因此只有第一列的元素需要求解. 如果用 X 分别代表 $\bar{B}_{ij_{N_i}}$ 和 $[C_{ii_{d_i}}^T, C_{ii_{N_i}}^T]^T$, X_r 代表矩阵 X 的行数, 则

$$X(i, 1) = \mathbf{T}(i) + \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k X(i - k, 1), (1 \leq i \leq X_r) \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{T} = \begin{cases} [b_{ij_0}, b_{ij_1}, \dots, b_{ij_{nb_{ij}}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N_i+d_i-d_{ij}-nb_{ij}-1}] \\ X = \bar{B}_{ij_{N_i}} \\ [1, c_{ii_1}, \dots, c_{ii_{nc_{ii}}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N_i+d_i-nc_{ii}-1}] \\ X = [C_{ii_{d_i}}^T, C_{ii_{N_i}}^T]^T \end{cases}$$

以上计算公式由 (4) 直接递推而来, 可用归纳法证明.

采用期望算子, 考虑到 (5) 中 \mathbf{E}_{ii} 的元素都在将来时刻, 则输出的期望值为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{i_{d_i}} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{i_{N_i}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{ii_{pd_i}} \\ A_{ii_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{i_p} + \\ & \sum_{j=1}^m \left\{ \begin{bmatrix} B_{ij_{pd_i}} \\ B_{ij_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{U}_{ij_p} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{ij_{N_i}} \end{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \right\} + \\ & \begin{bmatrix} C_{ii_{pd_i}} \\ C_{ii_{pN_i}} \end{bmatrix} \mathbf{E}_{ii_p} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\hat{\mathbf{Y}}_{i_{d_i}} = [\hat{y}_i(t+1|t), \hat{y}_i(t+2|t), \dots, \hat{y}_i(t+d_i|t)]^T$, $\hat{\mathbf{Y}}_{i_{N_i}} = [\hat{y}_i(t+d_i+1|t), \hat{y}_i(t+d_i+2|t), \dots, \hat{y}_i(t+d_i+N_i|t)]^T$.

由于 t 时刻的输入至少要经过 d_i 个时刻后才能在第 i 个输出中反映出来, 取 $N_{1_i} = d_i + 1$, $N_{2_i} = d_i + N_i$, 从 (8) 可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_{i_{N_i}} &= A_{ii_{pN_i}} \mathbf{Y}_{i_p} + \sum_{j=1}^m \{ B_{ij_{pN_i}} \mathbf{U}_{ij_p} + B_{ij_{N_i}} \mathbf{U}_{ij} \} + \\ & C_{ii_{pN_i}} \mathbf{E}_{ii_p} \end{aligned} \quad (9)$$

引入控制时域 N_{3_j} , 第 j 个输入从第 $t + N_{3_j} + 1$ (约定 $N_{3_j} \leq d_i + N_i - d_{ij} - 2$) 个采样时刻起, 控制信号保持不变, 即当 $k > N_{3_j}$ 时, $\Delta u_j(t+k) = 0$, 则 (9) 可表示为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_{i_{N_i}} &= A_{ii_{pN_i}} \mathbf{Y}_{i_p} + \\ & \sum_{j=1}^m \left\{ B_{ij_{pN_i}} \mathbf{U}_{ij_p} + B_{ij_{N_i N_{3_j}}} \mathbf{U}_{j N_{3_j}} \right\} + C_{ii_{pN_i}} \mathbf{E}_{ii_p} \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{j N_{3_j}} &= [\Delta u_j(t), \Delta u_j(t+1), \dots, \\ & \Delta u_j(t + N_{3_j})]_{(N_{3_j}+1) \times 1}^T, \end{aligned}$$

$B_{ij_{N_i N_{3_j}}}$ 为 $B_{ij_{N_i}}$ 前 $N_{3_j} + 1$ 列元素构成的子矩阵. 由 (10) 式可得所有输出的预测式

$$\hat{\mathbf{Y}} = A_{pN} \mathbf{Y}_p + B_{pN} \mathbf{U}_p + B_{N_3} \mathbf{U}_{N_3} + C_{pN} \mathbf{E}_p \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{Y}} &= [\hat{\mathbf{Y}}_{1N_1}^T, \hat{\mathbf{Y}}_{2N_2}^T, \dots, \hat{\mathbf{Y}}_{nN_n}^T]^T \\ \mathbf{Y}_p &= [\mathbf{Y}_{1p}^T, \mathbf{Y}_{2p}^T, \dots, \mathbf{Y}_{np}^T]^T, \\ \mathbf{U}_p &= [\mathbf{U}_{11p}^T, \mathbf{U}_{12p}^T, \dots, \mathbf{U}_{1mp}^T, \mathbf{U}_{21p}^T, \mathbf{U}_{22p}^T, \dots, \\ &\mathbf{U}_{2mp}^T, \dots, \mathbf{U}_{n1p}^T, \mathbf{U}_{n2p}^T, \dots, \mathbf{U}_{nmp}^T]^T \\ \mathbf{U}_{N_3} &= [\mathbf{U}_{1N_3}^T, \mathbf{U}_{2N_3}^T, \dots, \mathbf{U}_{mN_3}^T]^T \\ \mathbf{E}_p &= [\mathbf{E}_{11p}^T, \mathbf{E}_{22p}^T, \dots, \mathbf{E}_{nnp}^T]^T \\ A_{pN} &= \text{diag}\{A_{11pN_1}, A_{22pN_2}, \dots, A_{nnpN_n}\} \\ C_{pN} &= \text{diag}\{C_{11pN_1}, C_{22pN_2}, \dots, C_{nnpN_n}\} \\ B_{pN} &= \text{diag}\{B_{pN_1}, B_{pN_2}, \dots, B_{pN_n}\} \\ B_{pN_i} &= [B_{i1pN_i}, B_{i2pN_i}, \dots, B_{im_pN_i}]\end{aligned}$$

B_{N_3} 为 $n \times m$ 维分块矩阵, 其第 (i, j) 块子矩阵为 $B_{ijN_iN_3j}$, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$.

2.4 参考轨迹

将来输出参考值未知时, 第 i 个输出的参考轨迹 $\mathbf{w}_i = [w_i(t + d_i + 1), w_i(t + d_i + 2), \dots, w_i(t + d_i + N_i)]^T$ 可设为 $y_i(t)$ 向着 t 时刻设定值 $r_i(t)$ 的一阶光滑近似. 令 $\mathbf{T}_{y_i} = [\alpha_i^{N_{1i}}, \alpha_i^{N_{1i}+1}, \dots, \alpha_i^{N_{2i}}]^T$, $\mathbf{T}_{r_i} = [1 - \alpha_i^{N_{1i}}, 1 - \alpha_i^{N_{1i}+1}, \dots, 1 - \alpha_i^{N_{2i}}]^T$, 则有 $\mathbf{w}_i = \mathbf{T}_{y_i} y_i(t) + \mathbf{T}_{r_i} r_i(t)$, 其中 $\alpha_i \in [0, 1]$ 为第 i 个输出的柔化因子. 令

$$\begin{aligned}\mathbf{W} &= [\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_2^T, \dots, \mathbf{w}_n^T]^T \\ \mathbf{r}(t) &= [r_1(t), r_2(t), \dots, r_n(t)]^T \\ \mathbf{T}_y &= \text{diag}\{\mathbf{T}_{y_1}, \mathbf{T}_{y_2}, \dots, \mathbf{T}_{y_n}\} \\ \mathbf{T}_r &= \text{diag}\{\mathbf{T}_{r_1}, \mathbf{T}_{r_2}, \dots, \mathbf{T}_{r_n}\}\end{aligned}$$

则有

$$\mathbf{W} = \mathbf{T}_y \mathbf{y}(t) + \mathbf{T}_r \mathbf{r}(t) \quad (12)$$

2.5 控制律求解

将目标函数 (2) 写成矩阵形式

$$J = (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{W})^T R (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{W}) + \mathbf{U}_{N_3}^T Q \mathbf{U}_{N_3} \quad (13)$$

其中 $R = \text{diag}\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$, $R_i = \text{diag}\{\delta_i(N_{1i}), \delta_i(N_{1i}+1), \dots, \delta_i(N_{2i})\}$, $i = 1, \dots, n$, $Q = \text{diag}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$, $Q_j = \text{diag}\{\lambda_j(1), \lambda_j(2), \dots, \lambda_j(N_{3j}+1)\}$, $j = 1, \dots, m$.

将 (11) 和 (12) 代入 (13), 如果没有限制条件, 最优控制增量可表示为

$$\mathbf{U}_{N_3} = [B_{N_3}^T R B_{N_3} + Q]^{-1} B_{N_3}^T R (\mathbf{T}_y \mathbf{y}(t) + \mathbf{T}_r \mathbf{r}(t) - A_{pN} \mathbf{Y}_p - B_{pN} \mathbf{U}_p - C_{pN} \mathbf{E}_p) \quad (14)$$

使用滚动优化策略, t 时刻只需要知道 $\Delta u_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, m$) 的值. 定义矩阵 $M = \text{diag}\{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_m\}$, 其中 $\mathbf{M}_j = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times (N_{3j}+1)}$, $j = 1, 2, \dots, m$; $S = \text{diag}\{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_n\}$, 其中 $\mathbf{S}_i = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times (na_{ii}+1)}$, $i = 1, 2, \dots, n$. 令 $K = M[B_{N_3}^T R B_{N_3} + Q]^{-1} B_{N_3}^T R$, $K_r = K \mathbf{T}_r$, $K_y = K(\mathbf{T}_y S - A_{pN})$, $K_u = -K B_{pN}$, $K_e = -K C_{pN}$ 则控制律为

$$\Delta \mathbf{u}(t) = K_r \mathbf{r}(t) + K_y \mathbf{Y}_p + K_u \mathbf{U}_p + K_e \mathbf{E}_p \quad (15)$$

其中 $\Delta \mathbf{u}(t) = [\Delta u_1(t), \Delta u_2(t), \dots, \Delta u_m(t)]^T$, $\mathbf{r}(t)$ 为当前时刻设定值, \mathbf{U}_p 与 \mathbf{Y}_p 为过程已知输入输出数据, \mathbf{E}_p 为过程已知预测误差. 控制器系数 K_r 、 K_y 、 K_u 和 K_e 只与过程模型参数及设计参数有关, 其个数仅由模型阶次决定. 对于非自适应控制模式, 控制器系数可以离线计算得到, 对于自适应控制模式, 则在模型参数更新时需要重新计算.

2.6 t 时刻的预测误差

噪声及未建模动态引起的 t 时刻的输出预报误差

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t|t-1) \quad (16)$$

其中 $\mathbf{e}(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T$, $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T$ 是系统实际输出, $\hat{\mathbf{y}}(t|t-1) = [\hat{y}_1(t|t-1), \hat{y}_2(t|t-1), \dots, \hat{y}_n(t|t-1)]^T$ 为 $t-1$ 时刻对 t 时刻的模型预测输出.

2.7 参数辨识

由 (4), 可以把第 i 个输出变量的表达式写成如下形式

$$y_i(t) = \mathbf{H}_i^T(t) \boldsymbol{\theta}_i + e_i(t) \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_i(t) &= [\bar{\mathbf{y}}_i, \Delta \bar{\mathbf{u}}_1, \dots, \Delta \bar{\mathbf{u}}_m, \bar{\mathbf{e}}_i]^T \\ \bar{\mathbf{y}}_i &= [-y_i(t-1), -y_i(t-2), \dots, -y_i(t-na_{ii}-1)], \\ \Delta \bar{\mathbf{u}}_j &= [\Delta u_j(t-d_{ij}-1), \Delta u_j(t-d_{ij}-2), \dots, \Delta u_j(t-d_{ij}-1-nb_{ij})] \\ \bar{\mathbf{e}} &= [-e_i(t-1), -e_i(t-2), \dots, -e_i(t-nc_{ii}-1)] \\ \boldsymbol{\theta}_i &= [\tilde{\mathbf{a}}_i, \mathbf{b}_{i1}, \dots, \mathbf{b}_{im}, \mathbf{c}_i]^T \\ \tilde{\mathbf{a}}_i &= [\tilde{a}_{ii1}, \tilde{a}_{ii2}, \dots, \tilde{a}_{ii_{na_{ii}+1}}] \\ \mathbf{b}_{ij} &= [b_{ij0}, b_{ij1}, \dots, b_{ij_{nb_{ij}}}] \\ \mathbf{c}_i &= [c_{ii1}, c_{ii2}, \dots, c_{ii_{nc_{ii}}}], \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ &j = 1, 2, \dots, m.\end{aligned}$$

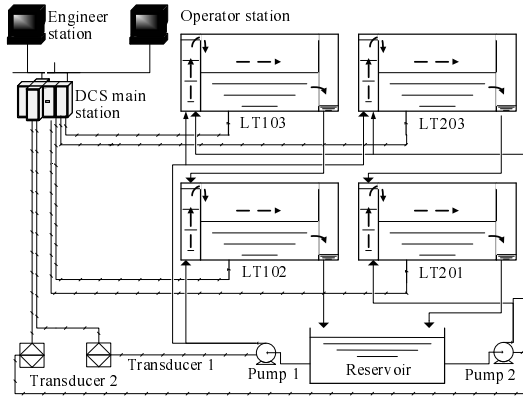


图 1 非线性多溶液位系统工艺流程图

Fig. 1 Flow chart of nonlinear multi-tank liquid system

则所有输出的表达式可以表示成如下的矩阵形式:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}(t) \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T \\ \mathbf{e}(t) &= [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T \\ \mathbf{H}(t) &= \text{diag}\{\mathbf{H}_1^T(t), \mathbf{H}_2^T(t), \dots, \mathbf{H}_n^T(t)\} \\ \boldsymbol{\theta} &= [\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_n^T]^T \end{aligned}$$

根据对角 CARIMA 模型的结构特点, 多变量过程的参数辨识问题 (18) 可以转换成 n 个 m 个输入单个输出对象的参数辨识问题 (17). 参数辨识采用渐消记忆的递推最小二乘法^[8].

3 实验研究

文献 [5] 中的对比实验已经证明对角 CARIMA 模型的 MGPC 控制器系数求解方法保持了 MGPC 常规算法的良好控制性能, 所以只将本文所示算法与对角 CARIMA 模型 MGPC 控制器系数求解方法进行对比实验研究, 以了解其控制性能. 以下用 MGPC-1 标识 [5] 中的对角 CARIMA 模型的 MGPC 控制器系数求解方法, MGPC-2 标识本文对角 CARIMA 模型的 MGPC 控制器系数直接算法.

3.1 实验装置简介

对比实验在图 1 所示的 DCS 控制的非线性多溶液位系统上进行. 液体的流动方向为: 泵 1 的水分别注入 LT102、LT103、LT203; 泵 2 的水分别注入 LT201、LT203、LT103; LT103 的水流入 LT102, LT203 的水流入 LT201; LT102 和 LT201 的水流回底部贮水箱. 实验装置更详尽的描述请参照 [5].

3.2 被控对象模型

实验中, 被控变量 y_1 和 y_2 分别取 LT102 和 LT201 的液位, 控制量 u_1 和 u_2 分别为泵 1 和泵 2 的工作频率, 受物理条件制约, u_1 和 u_2 的实际取值限定在 50% 到 100% 之间. 被控对象的对角 CARIMA 模型结构参数如下: $na_{11} = na_{22} = 1$, $nb_{11} = nb_{12} = nb_{21} = nb_{22} = 0$, $d_{11} = d_{22} = 0$, $d_{12} = d_{21} = 1$, $nc_{11} = nc_{22} = 1$. 用伪随机激励信号进行模型测试, 得到模型参数的平均值为: $\tilde{a}_{111} = -1.955$, $\tilde{a}_{112} = 0.962$, $\tilde{a}_{221} = -1.942$, $\tilde{a}_{222} = 0.946$, $b_{110} = 1.512e^{-4}$, $b_{120} = 1.896e^{-5}$, $b_{210} = 2.035e^{-5}$, $b_{220} = 1.783e^{-4}$, $c_{111} = -0.853$, $c_{221} = -0.879$.

3.3 控制器参数选择

依据控制周期与预测控制算法参数选择的一般原则, 数据采样周期为 1s, 控制周期为 5s, 预测时域 $N_{11} = N_{12} = 73$, 控制时域 $N_{31} = N_{32} = 18$. 实验中参考轨迹取设定值的一阶光滑近似, 柔化因子为 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$. R 与 Q 为常值对角阵, 对角元素分别为 5000 和 0.01. 辨识方法采用带遗忘因子的最小二乘法, 辨识参数初值取实验平均值, 遗忘因子为 0.98, 协方差矩阵初值 $P_0 = 1 \times 10^4 I$ (I 为单位矩阵).

3.4 实验结果

实验分四组, 第一组为自适应 MGPC-1, 第二组为自适应 MGPC-2, 第三组为非自适应 MGPC-1, 第四组为非自适应 MGPC-2. 为了模拟生产中自适应控制器的在线投运过程, 每组实验中, 1~600s 泵 1 和泵 2 输入伪随机二进制序列控制信号让辨识器运行起来; 601~900s 让系统平稳下来; 901~3000s 系统投入自动控制. 为了与自适应控制模式时的控制结果进行对照, 非自适应控制模式时的整个物理过程与自适应控制模式时保持一致, 辨识器仍然在线运行, 只不过控制器系数不再按辨识结果在线进行校正了, 非自适应控制器的设计依据模型参数的实验平均值.

图 2~5 给出了实验过程中输入输出变量的实时曲线, 输出曲线图中实线、点线、虚线、点划线分别为 y_1 、 y_2 、 r_1 、 r_2 的实时曲线, 输入曲线图中实线和点线分别为 u_1 和 u_2 的实时曲线. 限于篇幅, 此处没有给出模型参数的实时辨识结果. 表 1 中的统计数据分别为 1200~3000s 之间输出跟踪设定值的误差绝对值和 $e_{ASE_i} = \sum_{k=1200}^{3000} |r_i(k) - y_i(k)|$ 、误差平方和 $e_{SSE_i} = \sum_{k=1200}^{3000} [r_i(k) - y_i(k)]^2$, 其中 $i = 1, 2$.

图 2~5 中的输出曲线以及表 1 的统计数据表明, 在相同的条件下, MGPC-2 与 MGPC-1 具有同样优秀的控制效果. 但本文所示算法不再需要求解矩阵 Diophantine 方程, 其实现方式与计算量显

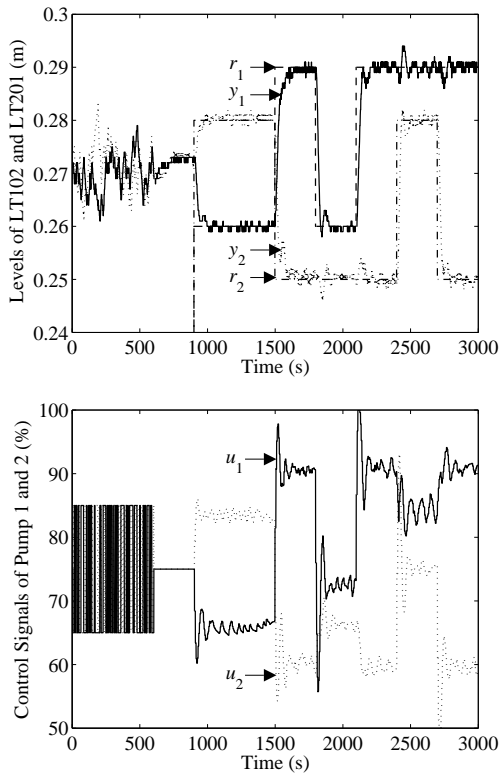


图 2 自适应MGPC-1输入输出
Fig. 2 Inputs and outputs of adaptive MGPC-1

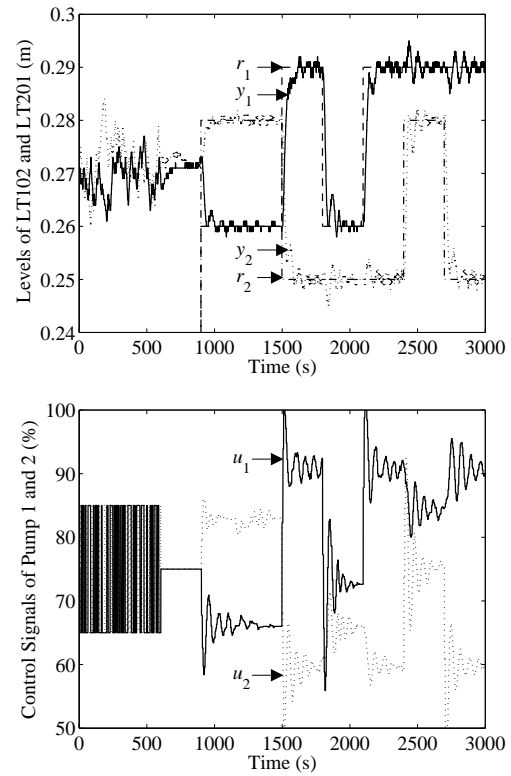


图 4 非自适应MGPC-1输入输出
Fig. 4 Inputs and outputs of non-adaptive MGPC-1

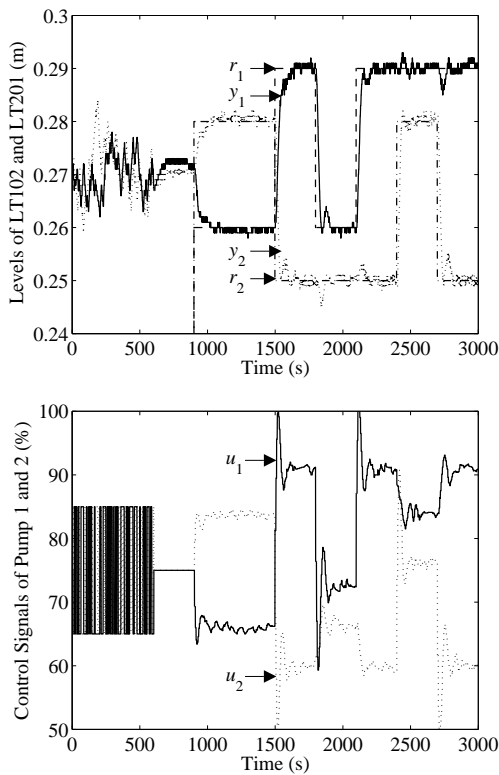


图 3 自适应MGPC-2输入输出
Fig. 3 Inputs and outputs of adaptive MGPC-2

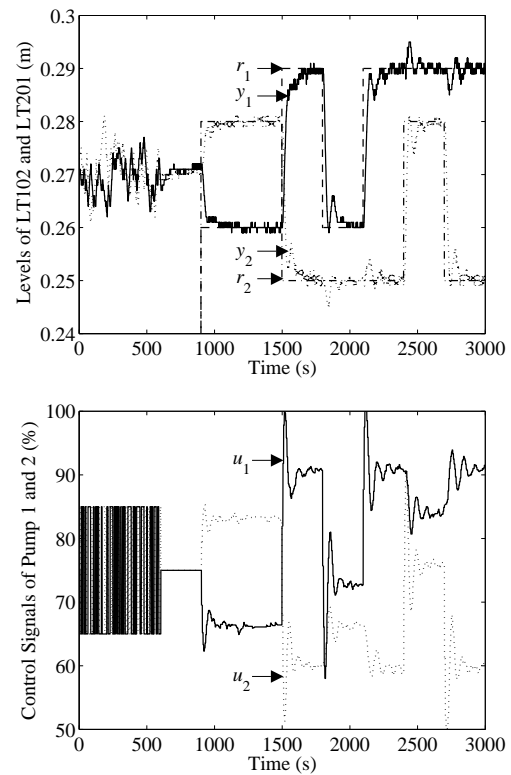


图 5 非自适应MGPC-2输入输出
Fig. 5 Inputs and outputs of non-adaptive MGPC-2

然比一般 MGPC 容易. 而且在非自适应控制模式下, MGPC-2 的实现与计算相对于 MGPC-1 进一步下降. 实验中 MGPC-1 控制器系数矩阵维数为 2×440 , MGPC-2 为 2×10 , 只有 MGPC-1 的 $1/44$. 可见, 本文所示方法非常适合于工程应用.

表 1 跟踪误差

Table. 1 Setpoint tracking error

| 算法 | e_{ASE_1} | e_{ASE_2} | e_{SSE_1} | e_{SSE_2} |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 自适应MGPC-1 | 3.1940 | 3.1070 | 0.0434 | 0.0409 |
| 自适应MGPC-2 | 3.3010 | 3.0570 | 0.0480 | 0.0435 |
| 非自适应MGPC-1 | 3.5810 | 3.2590 | 0.0468 | 0.0420 |
| 非自适应MGPC-2 | 3.6950 | 3.3610 | 0.0496 | 0.0455 |

4 结论

对于物理可实现的被控对象, 总可以构造对角形式的 CARIMA 模型, 利用此模型可以直接递推得到过程的输出预测表达式. 当系统不存在约束时, 则可以得到结构非常简洁的 MGPC 控制器; 当考虑系统的约束时, 本文方法亦可以简化目标函数求解时相关矩阵的计算. 总之, 本文所示方法不需要进行模型输出的预报, 降低了在线计算量, 简化了 MGPC 控制器的实现, 有助于拓展 MGPC 的应用范围.

References

- 1 Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(7): 733~764
- 2 Lu J Z. Challenging control problems and emerging technologies in enterprise optimization. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(8): 847~858
- 3 Camacho E F, Bordons C, Johnson M. *Model Predictive Control* (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). London: Springer, 1999
- 4 Li Qi-An, Chu Jian. Multivariable generalized predictive control for diagonal CARIMA model. *Journal of Zhejiang*

University (Engineering Science), 2006, **40**(4): 541~545

(李奇安, 褚健. 对角 CARIMA 模型多变量广义预测控制. 浙江大学学报(工学版), 2006, **40**(4): 541~545)

- 5 Li Qi-An. Study on Simplified Implementation of Generalized Predictive Control. [Ph. D. dissertation], Zhejiang University, 2005
(李奇安. 广义预测控制算法简化实现方法研究. 浙江大学博士学位论文, 2005)
- 6 Jin Yuan-yu, Gu Xing-yuan. Modified multivariable generalized predictive control algorithm. *Information and Control*, 1990, **19**(6): 20~23
(金元郁, 顾兴源. 改进的多变量广义预测控制算法. 信息与控制, 1990, **19**(6): 20~23)
- 7 Li Qi-An, Wang Shu-Qing, Chu Jian. Direct algorithm for coefficients of generalized predictive controller. *Information and Control*, 2006, **35**(3): 319~324
(李奇安, 王树青, 褚健. 广义预测控制器系数直接算法. 信息与控制, 2006, **35**(3): 319~324)
- 8 Ljung L. *System Identification - Theory for the User*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1986



李奇安 博士后, 研究领域自适应控制, 预测控制. 本文通信作者. E-mail: qali@iipc.zju.edu.cn

(LI Qi-An Postdoctoral researcher in National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control at Zhejiang University.

His research interests include adaptive control and predictive control. Corresponding author of this paper.)



褚健 教授, 研究领域现代控制理论, 自动化仪表及装置.

(CHU Jian Professor in National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control at Zhejiang University. His research interests include modern control theory, automation instrument, and

equipment.)