

渐近非局部平均图像去噪算法

邢笑笑¹ 王海龙² 李健¹ 张选德¹

摘要 非局部平均去噪算法 (Non-local means denoising algorithm, NLM) 是图像处理领域具有里程碑意义的算法, NLM 的提出开启了影响深远的非局部方法. 本文从以下两个方面来重新探讨非局部平均算法: 1) 针对 NLM 算法运算复杂度高的问题, 基于互相关 (Cross-correlation, CC) 和快速傅里叶变换 (Fast Fourier transformation, FFT) 构造了一种快速算法; 2) NLM 在滤除噪声的同时会模糊图像结构信息, 在强噪声条件下更是如此. 针对这一问题, 提出了一种渐近非局部平均图像去噪算法, 该算法利用方差的性质来控制滤波参数. 数值实验表明, 快速算法较之经典算法, 在标准参数配置下运行速度可提高 27 倍左右; 渐近非局部平均图像去噪算法较之经典非局部平均图像去噪算法, 去噪效果显著改善.

关键词 图像去噪, 非局部平均, 快速算法, 渐近非局部平均

引用格式 邢笑笑, 王海龙, 李健, 张选德. 渐近非局部平均图像去噪算法. 自动化学报, 2020, 46(9): 1952–1960

DOI 10.16383/j.aas.c190294

Asymptotic Non-local Means Image Denoising Algorithm

XING Xiao-Xiao¹ WANG Hai-Long² LI Jian¹ ZHANG Xuan-De¹

Abstract Non-local means denoising (NLM) algorithm is a milestone algorithm in the field of image processing. The proposal of NLM has opened up the non-local method which has a deep influence. This paper performed a revisit for NLM from two aspects as follows: 1) To alleviate the high computational complexity problem of NLM, a fast algorithm was constructed, which was based on cross-correlation and fast Fourier transform; 2) NLM always blur structures and textures during the noise removal, especially in the case of strong noise. To solve this problem, an asymptotic non-local means (ANLM) image denoising algorithm is put forward, which uses the property of noise variance to control the filtering parameters. Numerical experiments illustrate that the fast algorithm is 27 times faster than classical implementation with standard parameter configuration, and the ANLM obtain better denoising effect than classical NLM.

Key words Image denoising, non-local means (NLM), fast algorithm, asymptotic non-local means (ANLM)

Citation Xing Xiao-Xiao, Wang Hai-Long, Li Jian, Zhang Xuan-De. Asymptotic non-local means image denoising algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(9): 1952–1960

图像经常在采集和传输过程中被噪声污染, 噪声的存在会降低图像质量, 影响人们对图像的观察. 在与图像相关的各种应用中, 有效地抑制噪声有助于产生可靠的结果. 因此, 对图像进行预先的去噪处理非常重要.

图像去噪一直是图像处理领域的一个重要研究课题, 研究学者们根据噪声特性, 提出了许多关于

空域或频域的滤波方法. 其中, 空域滤波是基于邻域处理的增强方法, 直接在图像所在的二维空间进行处理, 即处理每一个像素点的灰度值. 其主要方法有均值滤波、中值滤波、高斯滤波和维纳滤波等^[1-4]. 而频域滤波是将图像变换到频域后, 在频域中处理其变换系数, 然后再进行逆变换得到滤波后的图像. 常用的变换包括小波变换^[5-6]、傅里叶变换^[7]、基于过完备字典的稀疏表示^[8-9]、基于多尺度几何分析的变换等^[10-12]. 以上这些方法大多是基于局部处理的思想, 即通过对像素点邻域内所有像素或部分像素进行加权平均从而实现图像去噪. 1998 年 Tomasi 等^[13]提出了利用两个像素空间上的邻近关系和灰度上的相似性来确定权值的方法, 此为非局部思想的雏形. 2005 年 Buades 等^[14]基于图像中包含大量自相似结构的特点, 提出了非局部平均去噪算法 (Non-local means denoising algorithm, NLM), 该算法利用加权平均的思想来估计待处理像素点的

收稿日期 2019-04-11 录用日期 2019-09-09

Manuscript received April 11, 2019; accepted September 9, 2019

国家自然科学基金 (61871260, 61362029, 61811530325, 61871259, 61603234) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61871260, 61362029, 61811530325, 61871259, 61603234)

本文责任编辑 刘跃虎

Recommended by Associate Editor LIU Yue-Hu

1. 陕西科技大学电子信息与人工与智能学院 西安 710021 2. 宁夏师范学院数学与计算机科学学院 固原 756000

1. School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021 2. School of Mathematics and Computer Science, Ningxia Normal University, Guyuan 756000

值, 权重的大小利用两个图像块的相似性来计算, 图像块之间的相似性由高斯加权欧氏距离度量. NLM 充分利用了自然图像中存在的大量冗余信息, 能更好地保持图像的细节和纹理.

为了获得更好的去噪性能, 许多学者对非局部平均去噪算法进行了深入的研究. 2007 年 Dabov 等^[15]提出了 BM3D (Block-matching and 3D filtering) 的方法, 该方法利用图像块之间的相似性, 对具有相似结构的图像块进行三维变换域滤波. 2018 年 Verma 等^[16]通过给每个像素重新选取合适的平滑参数, 提出了一种基于灰色关联分析的非局部滤波方法. 2009 年 Tasdizen 等^[17]提出了基于主成分分析 (Principle component analysis, PCA) 的方法, 该方法利用 PCA 将图像邻域向量投影到低维子空间, 然后利用子空间中的距离计算相似性权重. 2011 年 Grewenig 等^[18]提出通过旋转来查找更相似的图像块的方法, 将图像中相似的图像块尽可能地提取出来. 2013 年 Wu 等^[19]提出了根据图像块差异的概率确定权值的方法, 该方法在高斯噪声的假定下推导了图像块之间差异的概率分布, 并根据此概率分布来确定非局部平均算法中的权值. 2016 年蔡斌等^[20]提出了基于候选集选取的方法, 先搜索灰度分布相似的图像块组成候选集, 然后在候选集中选取结构更为相似的图像块. 2019 年 Bo 等^[21]提出了利用模糊理论来重新度量图像像素之间相似性的方法. 2017 年 Nguyen 等^[22]对 James-Stein 型中心像素权重估计方法进行了改进. 2014 年 Jacques^[23]提出了利用积分图像 (Integral images) 技术对 NLM 算法进行加速的方法, 该方法对原始图像进行整体平移, 而后通过对平移前后的两幅图像逐点计算差的平方来建立积分图像, 而利用积分图像计算两个图像块之间的欧氏距离可以避免一定重复计算. 2016 年黄智等^[24]利用图像块的奇异值分解重新定义邻域间的相似度, 提出了混合相似性权重的方法. 2013 年张选德等^[25]利用奇异值分解建立符合“两方向”和“求同存异”原则的非局部图像去噪模型.

本文从以下两个方面来重新探讨非局部平均算法: 1) 针对算法时间复杂度高的问题, 提出一种快速非局部平均去噪算法 (Fast non-local means denoising algorithm, FNLM), 该算法借助互相关 (Cross-correlation, CC) 和快速傅里叶变换 (Fast Fourier transformation, FFT) 来计算两个图像块之间加权欧氏距离. 2) NLM 算法在滤除噪声的同时会模糊图像的结构信息, 针对这一问题, 本文提出一种渐近非局部平均方法 (Asymptotic non-loc-

al means, ANLM), 该方法利用方差的性质来控制滤波参数, 通过对图像的渐近滤波来缓解结构信息的模糊. 数值实验表明, 快速算法较之经典方法, 在标准参数配置下运行速度可提高 27 倍左右; 渐近非局部平均图像去噪算法较之经典非局部平均图像去噪算法, 能更好地保持图像的结构信息, 从而获得更好的去噪效果.

本文结构安排如下: 第 1 节给出退化模型和非局部平均图像去噪算法的基本原理; 第 2 节介绍快速非局部平均图像去噪算法; 第 3 节介绍 ANLM 去噪算法; 第 4 节通过仿真实验来验证 FNLM 和 ANLM 算法的有效性; 第 5 节对本文的工作进行总结.

1 非局部平均图像去噪算法

1.1 退化模型

假定退化模型为

$$g = f + \eta \quad (1)$$

其中, f 表示理想的干净图像, g 表示噪声图像, η 表示独立同分布 (均值为零、标准差为 σ) 的高斯噪声.

1.2 NLM 算法

假定噪声图像 $g = \{g(i) | i \in \Omega\}$, 滤波后的图像 $\hat{g} = \{\hat{g}(i) | i \in \Omega\}$, 其中, Ω 为图像区域, i 为像素索引. NLM 算法中, $\hat{g}(i)$ 可表示为

$$\hat{g}(i) = \frac{\sum_{j \in \Omega_i} w(i, j) g(j)}{\sum_{j \in \Omega_i} w(i, j)} \quad (2)$$

$$w(i, j) = \exp\left(-\frac{d(i, j)}{h^2}\right) \quad (3)$$

$$d(i, j) = \|N(i) - N(j)\|_{2, \alpha}^2 \quad (4)$$

其中, $N(i), N(j)$ 分别表示以像素 i, j 为中心、大小为 $p \times p$ 的图像块; $d(i, j)$ 为 $N(i)$ 与 $N(j)$ 之间的加权欧氏距离, α 表为高斯核的标准差, $w(i, j)$ 为赋予 $g(j)$ 的权值, 式 (2) 中分母 $\sum_{j \in \Omega_i} w(i, j)$ 表示归一化因子, 归一化因子保证权值之和为 1; h 控制着滤波的平滑程度, 通常取 h 为噪声的标准方差, 即 $h = \sigma$; 在算法中每个图像块都要与搜索区域中所有的图像块进行相似性比较, 若搜索区域为整个图像, 计算量将非常大. 为了提高算法的速度, 将 Ω_i 取为以像素 i 为中心、大小为 $q \times q$ 的方形区域.

2 快速非局部平均图像去噪算法

在 NLM 算法中, 运算量主要消耗在两个图像

块之间加权欧氏距离的计算上. 假设图像的大小为 $N \times N$, 像素点 i 为待处理像素, 搜索区域 Ω_i 的大小为 $q \times q$. 为了计算 $\hat{g}(i)$, 需要计算 $N(i)$ 与搜索区域 Ω_i 中每个图像块 $N(j)$, $j \in \Omega_i$ 之间的加权欧氏距离. 如此一来, 处理一个像素点需要计算 $2p^2q^2$ 次乘法, 而处理整个图像需要计算 $2N^2p^2q^2$ 次乘法. 因此, NLM 的计算复杂度为 $O(N^2p^2q^2)$. 如上所述, NLM 算法需要进行逐像素处理, 而且处理每个像素时需要计算以该像素为中心的图像块与搜索区域中每个图像块之间的加权欧氏距离, 因此存在大量的重复计算. 为了提高算法的执行效率, 下面利用互相关来构造一种快速算法.

由式 (2) ~ (4) 可见, NLM 算法在处理第 i , $i \in \Omega$ 个像素时, 需要计算图像块 $N(i)$ 与 $N(j)$, $j \in \Omega_i$ 之间的加权欧氏距离

$$\begin{aligned} \|N(i) - N(j)\|_{2,\alpha}^2 = \\ \|N(i)\|_{2,\alpha}^2 + \|N(j)\|_{2,\alpha}^2 - 2 \times N(i) \otimes N(j) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\|N(i)\|_{2,\alpha}^2, \|N(j)\|_{2,\alpha}^2$ 分别表示图像块 $N(i)$, $N(j)$ 的加权 2-范数的平方, $N(i) \otimes N(j)$ 表示 $N(i)$ 与 $N(j)$ 的加权内积, 此处的“加权”是利用高斯核函数来完成的. 计算 $N(i)$ 中所有像素值的平方, 然后求和, 就得到了 $N(i)$ 的 2-范数的平方 $\|N(i)\|_2^2$; 而计算 $N(i)$ 中所有像素值的平方, 然后求高斯加权和, 就得到了加权 2-范数的平方 $\|N(i)\|_{2,\alpha}^2$. 类似地, 计算 $N(i)$ 与 $N(j)$ 的逐点之乘积, 然后求和, 就得到 $N(i)$ 与 $N(j)$ 的内积; 而计算 $N(i)$ 与 $N(j)$ 的逐点之乘积, 然后求高斯加权和, 就得到 $N(i)$ 与 $N(j)$ 的加权内积.

由式 (5) 可见, NLM 算法需要计算 $\|N(i)\|_{2,\alpha}^2, \|N(j)\|_{2,\alpha}^2, i \in \Omega, j \in \Omega_i$ 及其 $N(i) \otimes N(j), i \in \Omega, j \in \Omega_i$. 下面说明如何来简化计算: 1) 关于 $\|N(i)\|_{2,\alpha}^2, \|N(j)\|_{2,\alpha}^2, i \in \Omega, j \in \Omega_i$ 的计算. 利用高斯函数对平方图像 (计算输入图像的逐点平方所得的图像) 做相关滤波, 可以计算出整个图像中所有图像块的加权 2-范数的平方, 在后续处理中只需直接调用这些值. 2) 关于 $N(i) \otimes N(j), i \in \Omega, j \in \Omega_i$ 的计算. 对于每个 $i \in \Omega$, 同样可利用互相关滤波一次性计算所有 $N(i) \otimes N(j), j \in \Omega_i$ 的值. 上面借助互相关滤波来减少 NLM 算法中的重复计算, 而互相关滤波可利用 FFT 加速实现.

一般地, 对于二维信号 $h(t), I(t), t \in \mathbf{R}^2, h(t)$ 与 $I(t)$ 的互相关定义为

$$(h \star I)(\tau) = \sum_{t \in T} \overline{h(t)} I(t + \tau) \quad (6)$$

其中, $\overline{h(t)}$ 为 $h(t)$ 的复共轭, τ 为位移, T 为互相关滤波时的图像窗口. 类似于卷积定理, 互相关满足

$$\mathcal{F}\{h \star I\} = \overline{\mathcal{F}(h)} \cdot \mathcal{F}\{I\} \quad (7)$$

$$\{h \star I\} = \mathcal{F}^{-1}\{\overline{\mathcal{F}(h)} \cdot \mathcal{F}\{I\}\} \quad (8)$$

其中 $\mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}$, 分别表示傅里叶变换和傅里叶逆变换, 符号 “ \star ” 表示互相关, 符号 “ \cdot ” 表示逐点相乘, $\overline{\mathcal{F}(h)}$ 为 $\mathcal{F}\{h\}$ 的复共轭.

从而, NLM 中关于相似度的计算, 可转化为 FFT 来实现

$$1) \|N(i)\|_{2,\alpha}^2, \|N(j)\|_{2,\alpha}^2, i \in \Omega, j \in \Omega_i \text{ 由} \\ \mathcal{F}^{-1}\{\overline{\mathcal{F}(G)} \cdot \mathcal{F}\{g \cdot g\}\} \quad (9)$$

来计算.

$$2) \text{ 对于每个 } N(i) \otimes N(j), i \in \Omega, j \in \Omega_i \text{ 由} \\ \mathcal{F}^{-1}\{\overline{\mathcal{F}\{G \cdot N(i)\}} \cdot \mathcal{F}\{D(i)\}\} \quad (10)$$

来计算. 其中 G 为高斯加权函数, $D(i)$ 为搜索窗图像, 即位于 Ω_i 区域的图像块, 如图 1 所示.

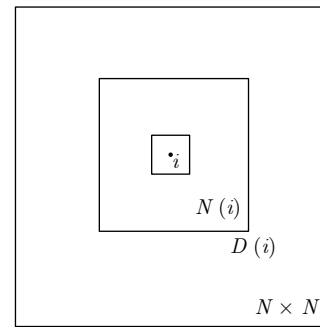


图 1 像素点 i 处的取块示意图

Fig. 1 The schematic of taking blocks at pixel points i

3 渐近非局部平均图像去噪算法

在 NLM 算法中, 滤波参数 h 通常取噪声的标准方差, 即 $h = \sigma$. 如图 2 所示, 滤波参数 h 的取值越小, 权值 $w(i, j)$ 受图像块之间加权欧氏距离 $d(i, j)$ 的影响越大; 反之, 滤波参数 h 的取值越大, 权值 $w(i, j)$ 受图像块之间加权欧氏距离 $d(i, j)$ 的影响越小. 因此, 当图像中含有强噪声时, 即 $h = \sigma$ 取值较大时, 权值趋于一致, 而 NLM 的去噪效果也趋于均值滤波的滤波效果, 即图像结构和细节信息丢失, 图像变得模糊. 图 3 中以 Straw 图像为例, 当滤波参数的值为 100 时, 可以看出 NLM 滤波后得到的图像非常模糊.

为了缓解上述问题, 我们采取渐近滤波的方法, 即进行多次滤波. 假定进行 K 次滤波, K 次的滤波参数分别为 $h_1(i), h_2(i), \dots, h_k(i)$, 其中 $h_k(i) < \sigma$,

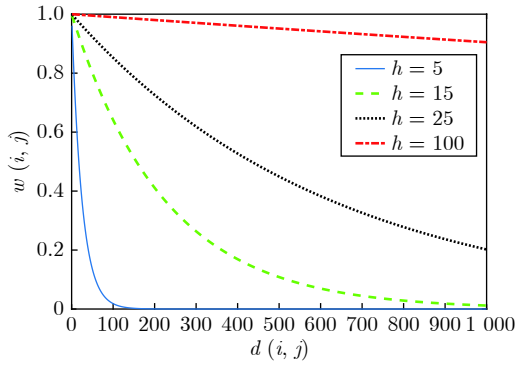
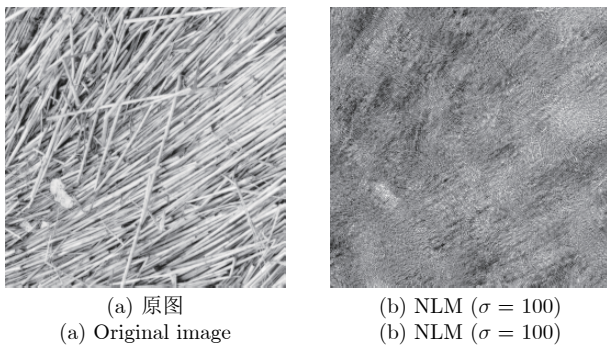


图 2 滤波参数的大小对权值的影响

Fig.2 The influence of filter parameter size on the weight



(a) 原图 (a) Original image (b) NLM ($\sigma = 100$) (b) NLM ($\sigma = 100$)

图 3 NLM 滤波与原图的效果比较

Fig.3 Effect comparison of NLM and original image

$k = 1, 2, \dots, K, i \in \Omega$, 这样每次滤除少量噪声的同时尽可能保持图像的结构, 以此来增强算法的结构保持能力. 但是, 到底进行多少次滤波和每次滤波参数应当如何选取, 都难以进行建模分析. 简单起见, 这里采用两阶段滤波, 第 1 次滤波的滤波参数

为 $h_1(i) = 0.5\sigma, i \in \Omega$ (所有的点使用相同的滤波参数), 而第 2 次滤波参数 $h_2(i)$ 利用第 1 次滤波的权值来进行逐点计算 (每个点上使用不同的滤波参数).

假设 $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ 为独立同分布的随机变量, 则有

$$D\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i^2 D(X_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (11)$$

其中, D 表示方差, $\text{Cov}(X_i, X_j)$ 表示协方差, 由于 X_1, X_2, \dots, X_i 是相互独立的, 则 $\text{Cov}(X_i, X_j) = 0, i \neq j$, 于是

$$D\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i^2 D(X_i) \quad (12)$$

由于噪声是独立同分布的, 因此根据式 (12), 第 1 次滤波后, 每个像素点 $i \in \Omega$ 处的噪声标准差为

$$\sigma_2(i) = \sqrt{\sum_{j \in \Omega_i} w^2(i, j) \sigma^2}, \quad i \in \Omega \quad (13)$$

而第 2 次滤波时平滑参数取为每一个像素点处的噪声标准差, 即

$$h_2(i) = \sigma_2(i) = \sqrt{\sum_{j \in \Omega_i} w^2(i, j) \sigma^2}, \quad i \in \Omega \quad (14)$$

图 4 给出了对含噪的 Lena 图像 ($\sigma = 25$) 进行两阶段渐近滤波的效果图. 其中, 图 4(a) 表示噪声图像, 图 4(b) 表示对图 4(a) 进行滤波的结果 (第 1 次), 而图 4(c) 表示对图 4(b) 进行滤波的结果 (第 2 次).



(a) 噪声图像 (a) Noise image (b) 第 1 次滤波结果 (b) First denoising result (c) 第 2 次滤波结果 (c) Second denoising result

图 4 渐近非局部的滤波结果

Fig.4 Denoising result of asymptotic non-local

4 仿真实验分析

4.1 FNLM 实验结果与分析

FFT 在工程实践中有广泛的应用, 其计算速度较之离散傅里叶变换 (Discrete Fourier transform, DFT) 有明显优势. 对长度为 M 的信号进行 DFT, 其计算复杂度为 $O(M^2)$, 而 FFT 的计算复杂度为 $O(M\log_2 M)$. 在 FNLM 算法中, 计算两个图像块之间加权欧氏距离的过程转换为 FFT 来实现, 这样在减少重复计算的同时大大降低了算法的时间复杂度. 由 FFT 性质, 式 (9) 的计算复杂度为 $O(2N^2 + 2N^2\log_2 N^2 + p^2\log_2 p^2)$, 式 (10) 的计算复杂度为 $O(N^2(2q^2\log_2 q^2 + p^2 + p^2\log_2 p^2 + q^2))$, 则 FNLM 算法的计算复杂度为 $O(N^2(\log_2 N + \frac{p^2\log_2 p}{N^2} + q^2\log_2 q + p^2\log_2 p))$. 由第 2 节的分析可知, 传统 NLM 算法的计算复杂度为 $O(N^2 p^2 q^2)$. 由于 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2 x}{x^k} = 0$ ($k > 0$), 因此, 当 N 固定时

$$\lim_{\substack{q \rightarrow +\infty \\ p \rightarrow -\infty}} \frac{N^2(\log_2 N + \frac{p^2\log_2 p}{N^2} + q^2\log_2 q + p^2\log_2 p)}{N^2 p^2 q^2} = 0 \quad (15)$$

这意味着当 p 和 q 取值较大时, FNLM 的运算量比传统 NLM 的运算量要小.

下面通过仿真实验对 NLM、FNLM、NLM-P^[23] 三种实现方法的运行时间进行比较. 三种方法

均采用 MATLAB R2016b 实现, 计算平台为 dell-PC Intel(R) Core(TM) i7-7700 VPU @ 3.60 GHz 3.60 GHz, 8 GB 内存的计算机. 表 1 列出了利用三种算法分别对 512×512 的 Lena 图像进行去噪处理, 参数 p, q 取不同值时的运行时间. 从中可见, 无论参数 p 和 q 取何值, FNLM 比 NLM 和 NLM-P 算法的运行时间都要快. 在标准参数配置下, 即 $p = 5, q = 21$ 时, NLM-P 较之 NLM 的运算速度可提高 13 倍左右; 而 FNLM 较之 NLM 的运算速度可提高 27 倍左右. 当 $p = 3, q = 101$ 时, NLM-P 较之 NLM 的运算速度可提高 31 倍左右; FNLM 较之 NLM 的运算速度可提高 103 倍左右. 而当 $p = 3, q = 51$ 时, FNLM 较之 NLM-P 的运算速度可提高 8 倍左右 (均已加粗显示).

4.2 ANLM 实验结果与分析

下面通过仿真实验来验证 ANLM 的有效性. 这里选取去噪研究中常用的 14 幅图像作为测试图像, 选取 NLM、PNLM^[19] 作为比较算法. 三种算法中, 搜索区域和图像块的尺寸均设为 21×21 和 5×5 . 数值实验采用峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 和结构相似度 (Structural similarity, SSIM) 作为指标.

表 2 对三种算法在不同噪声强度下的 PSNR 和 SSIM 进行比较. 从中可见, 无论 PSNR 还是 SSIM, ANLM 较之传统的 NLM 都有一定的提高. 当噪声标准差小于 50 时, ANLM 的 PSNR 大部分

表 1 三种去噪算法运行速度的比较

Table 1 Comparison of running speeds of three denoising algorithms

图像块尺寸	搜索区域尺寸	NLM运行时间 (s)	NLM-P运行时间 (s)	FNLM运行时间 (s)	NLM与NLM-P运行时间之比	NLM与FNLM运行时间之比	NLM-P与FNLM运行时间之比
3 × 3	21 × 21	232.79	19.41	7.17	11.99	32.46	2.71
3 × 3	31 × 31	505.64	42.01	10.53	12.04	48.02	3.99
3 × 3	51 × 51	873.02	113.04	13.95	7.72	62.58	8.10
3 × 3	101 × 101	5 024.73	160.10	48.49	31.38	103.62	3.30
5 × 5	21 × 21	236.12	18.29	8.68	12.91	27.20	2.11
5 × 5	31 × 31	512.77	39.90	12.74	12.85	40.25	3.13
5 × 5	51 × 51	911.16	108.04	16.19	8.43	56.28	6.67
5 × 5	101 × 101	5 159.80	154.83	53.13	33.33	97.12	2.91
7 × 7	21 × 21	250.77	19.21	11.28	13.05	22.23	1.70
7 × 7	31 × 31	547.50	42.29	16.51	12.95	33.16	2.56
7 × 7	51 × 151	913.15	114.37	19.75	5.58	46.24	5.79
7 × 7	101 × 101	5 328.55	163.56	59.96	32.58	88.87	2.73
9 × 9	21 × 21	256.49	18.54	13.40	13.83	19.14	1.38
9 × 9	31 × 31	560.17	39.63	20.70	14.13	27.06	1.91
9 × 9	51 × 51	969.08	108.74	23.35	8.91	41.50	4.66
9 × 9	101 × 101	5 516.60	154.75	67.41	35.65	81.84	2.30

表 2 三种去噪算法对灰度图像的效果比较
Table 2 Effect comparison of three denoising algorithms on gray images

图像	算法	25	30	50	75	100
		PSNR/SSIM	PSNR/SSIM	PSNR/SSIM	PSNR/SSIM	PSNR/SSIM
Camera 256 × 256	NLM	28.23/0.77	27.27/0.73	24.26/0.57	21.82/0.41	20.17/0.30
	PNLM	28.39/0.82	27.58/0.79	24.96/0.71	22.59/0.61	21.02/0.52
	ANLM	28.07/ 0.83	27.43/ 0.81	25.35/0.73	23.32/0.64	21.80/0.56
Lena 512 × 512	NLM	30.11/0.89	29.13/0.87	26.21/0.78	23.75/0.67	22.00/0.58
	PNLM	30.58/0.89	29.72/0.88	27.18/0.81	25.07/0.73	23.65/0.67
	ANLM	30.59/0.90	29.80/0.89	27.57/0.83	25.72/0.77	24.35/0.71
Boat 512 × 512	NLM	28.17/0.85	27.21/0.82	24.53/0.72	22.48/0.61	21.04/0.53
	PNLM	28.40/0.85	27.51/0.82	24.99/0.72	23.17/0.63	22.07/0.56
	ANLM	28.55/0.86	27.74/0.84	25.50/0.75	23.73/0.67	22.58/0.61
Finger 512 × 512	NLM	26.57/0.93	25.43/0.91	21.84/0.79	19.18/0.63	17.73/0.51
	PNLM	26.41/0.93	25.45/0.91	22.15/0.78	19.22/0.57	17.64/0.40
	ANLM	26.41/ 0.94	25.63/0.93	23.00/0.83	20.40/0.68	18.58/0.52
B Fly 512 × 512	NLM	28.09/0.85	27.12/0.82	23.88/0.69	20.61/0.54	18.39/0.41
	NLM	27.78/0.88	26.98/0.86	24.32/0.79	21.44/0.68	18.99/0.56
	ANLM	27.61/ 0.89	26.84/ 0.87	24.65/0.80	22.44/0.72	20.45/0.63
Man 512 × 512	NLM	28.28/0.85	27.39/0.82	24.87/0.71	22.83/0.61	21.35/0.53
	PNLM	28.45/0.84	27.62/0.81	25.32/0.71	23.61/0.62	22.51/0.56
	ANLM	28.63/0.86	27.89/0.83	25.83/0.75	24.20/0.67	23.08/0.61
Baboon 512 × 512	NLM	24.53/0.81	23.66/0.77	21.60/0.63	20.27/0.52	19.36/0.44
	PNLM	24.61/0.81	23.75/0.76	21.51/0.59	20.23/0.47	19.61/0.40
	ANLM	24.62/0.83	23.88/0.79	21.83/0.64	20.57/0.53	19.90/0.45
Straw 256 × 256	NLM	24.67/0.80	23.50/0.74	20.71/0.55	19.16/0.39	18.27/0.31
	PNLM	24.94/0.81	23.78/0.75	20.66/0.51	18.96/0.32	18.25/0.24
	ANLM	24.96/0.83	24.04/0.78	21.23/0.58	19.37/0.40	18.51/0.32
Barbara 512 × 512	NLM	28.26/0.89	27.11/0.87	24.05/0.76	21.92/0.65	20.54/0.57
	PNLM	28.76/0.90	27.64/0.88	24.51/0.78	22.45/0.68	21.30/0.60
	ANLM	28.72/ 0.91	27.82/0.89	25.08/0.81	23.02/0.71	21.82/0.65
Montage 256 × 256	NLM	30.31/0.83	29.17/0.78	25.54/0.62	22.21/0.44	20.24/0.33
	PNLM	30.56/0.88	29.50/0.86	26.41/0.79	23.51/0.69	21.31/0.59
	ANLM	30.60/0.89	29.65/0.87	27.04/0.80	24.50/0.71	22.28/0.62
House 256 × 256	NLM	30.60/0.78	29.43/0.74	25.92/0.57	23.20/0.41	21.43/0.30
	PNLM	31.30/0.83	30.26/0.81	26.97/0.73	24.31/0.62	22.74/0.54
	ANLM	31.28/ 0.84	30.47/0.82	27.85/0.75	25.35/0.66	23.58/0.58
Hill 512 × 512	NLM	28.21/0.83	27.33/0.79	24.94/0.68	23.08/0.58	21.68/0.51
	PNLM	28.37/0.82	27.51/0.78	25.31/0.66	23.87/0.57	23.01/0.52
	ANLM	28.69/0.84	27.94/0.81	25.86/0.71	24.38/0.62	23.44/0.57
Couple 512 × 512	NLM	27.50/0.84	26.52/0.80	24.03/0.69	22.16/0.58	20.84/0.50
	PNLM	27.76/0.84	26.74/0.80	24.27/0.67	22.68/0.57	21.71/0.51
	ANLM	28.12/0.86	27.21/0.83	24.79/0.72	23.22/0.62	22.20/0.56
Peppers 256 × 256	NLM	28.61/0.79	27.58/0.75	24.45/0.60	21.76/0.45	20.00/0.34
	PNLM	29.04/0.83	28.08/0.80	25.12/0.72	22.40/0.62	20.64/0.53
	ANLM	28.75/ 0.84	27.93/ 0.81	25.51/0.74	23.34/0.65	21.64/0.57

情况下都略高于 NLM 和 PNLM 算法, 同时 SSIM 均优于 NLM 和 PNLM 算法; 当噪声标准差大于等于 50 时, ANLM 在 PSNR 和 SSIM 上均优于 NLM 和 PNLM 算法 (均已加粗显示). 对噪声标准差为 100 的 Lena 图像, ANLM 算法具有较明显的优势, 其 PSNR 值比 NLM 的 PSNR 值高出 2.35 dB; 其余的测试图像在强噪声条件下 ANLM 算法的 PSNR 值也都明显高于 NLM. 这说明噪声标准差越大, ANLM 算法较之 NLM 改善越明显.

为了验证 ANLM 算法去噪的视觉效果. 图 5 给出了三种算法对于 House 图像在中等噪声水平 ($\sigma = 30$) 下的去噪效果对比图, 图 5(c) 为 NLM 算法的去噪效果图, 可以看出仍残留少量的噪声; 图 5(d) 和 5(e) 分别为 PNLM 和 ANLM 算法的去噪效果图, 可以看出这两种算法的视觉效果相当, 且与 NLM 算法相比获得了较好的视觉效果; 图 6 给出了三种算法对于 B Fly 局部图在强噪声水平 ($\sigma = 100$) 下的去噪效果对比图, 可以看出, 在强噪声水平下的实验可以充分体现三种算法在视觉效果上的

差异, 其中 ANLM 可以获得比其他两种算法更好的视觉效果. 这充分验证了 ANLM 算法的有效性.

5 总结与展望

本文对经典的 NLM 算法进行研究, 贡献主要包括以下两个方面: 1) 对 NLM 中最耗运算量的相似性度量的计算进行了分解和分析. 首先将相似性度量的计算转换为相关滤波, 然后利用 FFT 来实现相关滤波, 由此构造了快速算法; 2) 针对 NLM 在噪声方差较大时, 会引起图像结构和纹理模糊的问题, 提出了一种渐近非局部滤波方法. 这种方法对图像进行两次非局部滤波, 第 1 次滤波参数取 $h_1(i) = 0.5\sigma$, $i \in \Omega$, 第 2 次滤波参数利用方差的性质进行逐点运算. 数值实验表明, 快速算法较之 NLM 在运算速度上有大幅度提高; 渐近滤波算法较之 NLM 算法, 去噪效果有显著改善.

近年来, 深度学习方法的兴起迅速地改变了整个计算机视觉领域的研究动向. 当然深度学习的方法依赖于大样本进行训练, 对运算能力有非常高的

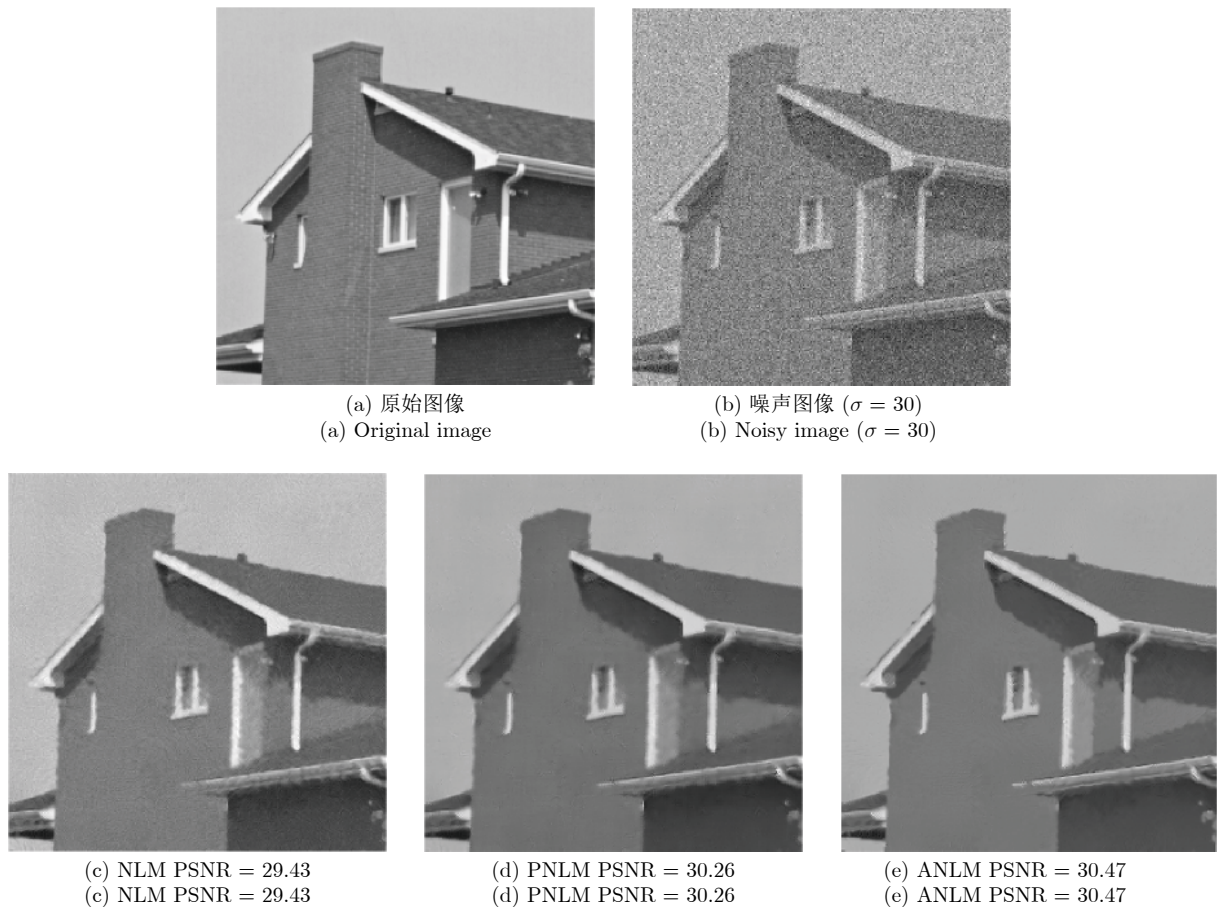


图 5 三种算法对噪声图像的效果比较

Fig.5 Effect comparison of three algorithms on noisy image

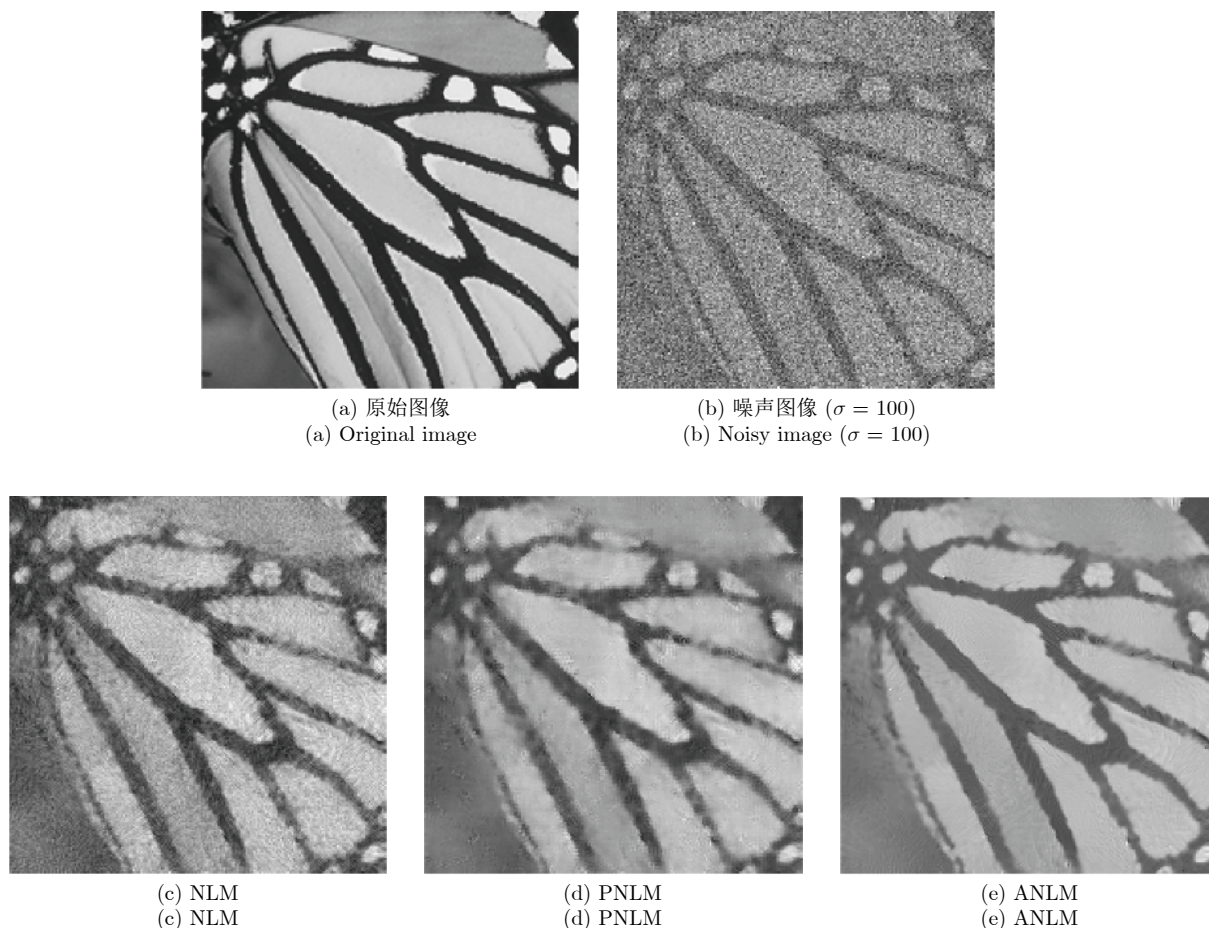


图 6 三种算法对局部噪声图像的效果比较

Fig. 6 Effect comparison of three algorithms on local noisy image

要求. 目前, 如何将传统方法与深度学习有效结合, 改善深度学习方法的“黑箱化”现状, 或者利用传统方法来简化深度网络, 这些问题得到了研究同行们的重视. 非局部方法利用图像固有的自相似结构, 在图像处理领域具有里程碑意义. 对这一方法的深入研究, 有助于将非局部方法和深度学习方法有效结合, 而这也正是我们下一步的主要工作.

References

- 1 Xu Lu-Ping. *Digital Image Processing*. Beijing: Publishing House of Science, 2007. 86–88
(许录平. 数字图像处理学, 北京: 科学出版社, 2007. 86–88)
- 2 Huang H C, Lee T C M. Data adaptive median filters for signal and image denoising using a generalized SURE criterion. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, **13**(9): 561–564
- 3 Yuan S Q, Tan Y H. Impulse noise removal by a global-local noise detector and adaptive median filter. *Signal Processing*, 2006, **86**(8): 2123–2128
- 4 Huang X D, Woolsey G A. Image denoising using wiener filtering and wavelet thresholding. In: *Proceedings of the 2000 IEEE Multimedia and Expo*, New York, USA: IEEE, 2000. 1759–1762
- 5 Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **20**(11): 2744–2756
- 6 Portilla J, Strela V, Wainwright M J, Simoncelli E P. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(11): 1338–1351
- 7 Alleyne, D. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, **89**(3): 1159–1168
- 8 Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(12): 3736–3745
- 9 Sun D, Gao Q W, Lu Y X, Huang Z X, Li T. A novel image denoising algorithm using linear Bayesian MAP estimation based on sparse representation. *Signal Processing*, 2014, **100**: 132–145
- 10 Ji Jian, Xu Shuang-Xing, Li Xiao. An adaptive thresholding image denoising method based on morphological component analysis and contourlet transform. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2014, **27**(6): 561–568
(纪建, 徐双星, 李晓. 基于形态成分分析和 Contourlet 变换的自适应阈值图像去噪方法. 模式识别与人工智能, 2014, **27**(6): 561–568)
- 11 Feng Hong-Xiao, Hou Biao, Jiao Li-Cheng, Bu Xiao-Ming. SAR

image despeckling based on local Gaussian model and MAP in NSCT domain. *Acta Electronica Sinica*, 2010, **38**(4): 811–816
(凤宏晓, 侯彪, 焦李成, 卜晓明. 基于非下采样 Contourlet 域局部高斯模型 MAP 的 SAR 图像相干斑抑制. 电子学报, 2010, **38**(4): 811–816)

- 12 Yin M, Liu W, Zhao X, Guo Q W, Bai R F. Image denoising using trivariate prior model in nonsubsampling dual-tree complex contourlet transform domain and non-local means filter in spatial domain. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, **124**(24): 6896–6904
- 13 Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. In: Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Computer Vision, Bombay, India: IEEE, 1998. 839–846
- 14 Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, USA: IEEE, 2005. II: 60–65
- 15 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(8): 2080–2095
- 16 Verma R, Pandey R. Grey relational analysis based adaptive smoothing parameter for non-local means image denoising. *Multimedia Tools and Applications*, 2018, **77**(19): 25919–25940
- 17 Tasdizen T. Principal neighborhood dictionaries for nonlocal means image denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, **18**(12): 2649–2660
- 18 Grewenig S, Zimmer S, Weickert J. Rotationally invariant similarity measures for nonlocal image denoising. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2011, **22**(2): 117–130
- 19 Wu Y, Tracey B, Natarajan P, Noonan J P. Probabilistic non-local means. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, **20**(8): 763–766
- 20 Cai Bin, Liu Wei, Zheng Zhong, Wang Zeng-Fu. An improved non-local means denoising algorithm. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2016, **29**(1): 1–10
(蔡斌, 刘卫, 郑重, 汪增福. 一种改进的非局部均值去噪算法. 模式识别与人工智能, 2016, **29**(1): 1–10)
- 21 Bo L, Lv J R, Luo X G, Wang H J, Wang S. A novel and fast nonlocal means denoising algorithm using a structure tensor. *The Journal of Supercomputing*, 2019, **75**(2): 770–782
- 22 Nguyen M P, Chun S Y. Bounded self-weights estimation method for non-local means image denoising using minimax estimators. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, **26**(4): 1637–1649
- 23 Jacques F. Parameter-free fast pixelwise non-local means denoising. *Image Processing on Line*, 2014, **4**: 300–326
- 24 Huang Zhi, Fu Xing-Wu, Liu Wan-Jun. Non-local means denoising algorithm with hybrid similarity weight. *Journal of Computer Applications*, 2016, **36**(2): 556–562
(黄智, 付兴武, 刘万军. 混合相似性权重的非局部均值去噪算法. 计算机应用, 2016, **36**(2): 556–562)
- 25 Zhang Xuan-De, Feng Xiang-Chu, Wang Wei-Wei, Wei Li-Li. Exploit the similarity while preserving the difference for nonlocal image denoising. *Scientia Sinica (Informationis)*, 2013, **43**(7): 907–919
(张选德, 冯象初, 王卫卫, 魏立力. 求同存异的非局部图像去噪. 中国科学: 信息科学, 2013, **43**(7): 907–919)



邢笑笑 陕西科技大学电子信息与人工智能学院硕士研究生. 2017 年获得吉林农业大学工学学士学位. 主要研究方向为图像处理, 图像去噪.

E-mail: xingxiao_0918@163.com

(XING Xiao-Xiao Master student at the School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology. She received her bachelor degree in engineering from Jilin Agricultural University in 2017. Her research interest covers image processing and image denoising.)



王海龙 宁夏师范学院数学与计算机科学学院讲师. 2011 年获得香港公开大学教育硕士学位. 主要研究方向为代数.

E-mail: wanghailong7903@163.com

(WANG Hai-Long Lecturer at the School of Mathematics and Computer Science, Ningxia Normal University. He received his master of education degree from the Open University of Hong Kong, China in 2011. His main research interest is algebra.)



李健 陕西科技大学电子信息与人工智能学院教授. 2002 年获得浙江大学工学博士学位. 主要研究方向为图形图像处理, 大数据挖掘与机器学习, 网络与信息安全.

E-mail: lijianjsj@sust.edu.cn

(LI Jian Professor at the School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology. He received his Ph.D. degree in engineering from Zhejiang University in 2002. His research interest covers graph and image processing, big data mining and machine learning, and network and information security.)



张选德 陕西科技大学电子信息与人工智能学院教授. 2013 年获得西安电子科技大学理学博士学位. 主要研究方向为图像恢复, 图像质量评价, 稀疏表示和低秩逼近理论. 本文通信作者.

E-mail: zhangxuande@sust.edu.cn

(ZHANG Xuan-De Professor at the School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology. He received his Ph.D. degree in applied mathematics from Xidian University in 2013. His research interest covers image restoration, image quality evaluation, sparse representation, and low rank approximation theory. Corresponding author of this paper.)