# 基于中立型系统理论的感应电机高精度磁链观测器研究

潘月斗<sup>1,2</sup> 王国防<sup>1,2</sup>

**摘 要** 针对感应电机交流传动控制系统磁链观测模型不精确,忽略控制中的延时问题,转子磁链观测一般具有观测精度不高、易受电机参数变化影响等问题,运用中立型理论,建立中立型感应电机观测模型,提出一种基于中立型的转子磁链观测方法,设计了中立型转子磁链观测器. 该磁链观测器具有观测精度高、受电机参数变化影响小、鲁棒性好的优点,通过建立精确的观测模型,解决控制中延时问题对磁链观测精度的影响. 对感应电机中立型磁链观测模型进行了稳定性分析. 仿真和实验结果证明了所设计中立型转子磁链观测器的可行性和有效性.

关键词 感应电机,中立型理论,线性矩阵不等式,磁链观测,观测精度

**引用格式** 潘月斗, 王国防. 基于中立型系统理论的感应电机高精度磁链观测器研究. 自动化学报, 2020, **46**(10): 2109-2120 **DOI** 10.16383/j.aas.c180563

## Research on High Precision Flux Observer of Induction Motor Based on Neutral System Theory

PAN Yue-Dou<sup>1, 2</sup> WANG Guo-Fang<sup>1, 2</sup>

**Abstract** For AC drive control system of the inductive motor, the model of flux observation is inaccurate, ignoring the delay problem in the control. The rotor flux observation generally has problems such as low observation accuracy and vulnerability to motor parameter variation. Neutral theory is used to establish neutral type observation model of induction motor, a neutral rotor flux observation method is proposed to design a neutral rotor flux observer. The flux observer has the advantages of high observation precision, small influence on motor parameter variation and good robustness. By establishing an accurate observation model, the influence of delay time in control on the accuracy of flux observation is solved. The stability analysis of the neutral flux observation model of the induction motor was carried out. Simulation and experimental results demonstrate the feasibility and effectiveness of the designed neutral rotor flux observer.

Key words Induction motor, neutral theory, linear matrix inequality (LMI), flux linkage observation, observation accuracy

**Citation** Pan Yue-Dou, Wang Guo-Fang. Research on high precision flux observer of induction motor based on neutral system theory. Acta Automatica Sinica, 2020, **46**(10): 2109–2120

感应电机交流传动系统广泛应用于各工业领域, 其中新能源汽车等场合普遍采用转子磁链定向的控 制方式,获得精确的转子磁链是实现交流传动系统 高性能控制的关键<sup>[1]</sup>.矢量控制策略是当前应用最 为广泛的感应电机控制方法,虽然采用矢量控制的 感应电机交流传动系统具有很好的控制性能,但在 设计控制器过程中需要精确的电机参数来实现定、 转子控制的解耦.无论是感应电机转子磁链定向矢

 北京科技大学自动化学院北京 100083
 工业过程知识自动化 教育部重点实验室 北京 100083 量控制,还是其他的非线性控制策略,都需要转子磁链矢量的幅值和相位<sup>[2]</sup>.转子磁链矢量的检测和获取方法分为直接法和间接法.直接法是在感应电机定子内表面装贴霍尔元件或者在电机槽内埋设探测线圈等直接检测转子磁链,但由于工艺和技术难度较大,实际的矢量控制系统中不适用直接法<sup>[3]</sup>.间接法是检测感应电机的定子电压、电流及转速等容易获得的物理量,利用转子磁链观测模型,实时计算转子磁链的幅值和相位<sup>[4]</sup>.而由于观测模型不够精确,控制系统中的延迟问题以及电机参数变化的影响等,使提高转子磁链观测精度成为提高交流传动系统控制性能的关键问题之一.

为了提高转子磁链观测的精度,很多专家学者 不懈努力,进行了深入的研究.提出了电压模型法和 电流模型法的转子磁链观测器、U-I 法磁链观测器、 全阶磁链观测器、扩展卡尔曼滤波器、自适应观测 器和滑模观测器等方法<sup>[5-13]</sup>.电压模型法模型结构 简单,计算过程是纯积分,其估算结果受积分初值和

收稿日期 2018-08-27 录用日期 2019-05-19

Manuscript received August 27, 2018; accepted May 19, 2019 国家自然科学基金 (51331002, 61873025) 资助

National Natural Science Foundation of China (51331002, 61873025)

本文责任编委 梅生伟

Recommended by Associate Editor MEI Sheng-Wei

School of Automation, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083
 Key Laboratory of Knowledge Automation for Industrial Process Ministry of Education, Beijing 100083

输入信号的直流偏移影响很大,导致结果存在误差, 且电压模型法依赖电机的定子电阻参数,其受温度 等因素影响较大,也会产生估算误差<sup>[5]</sup>.电流模型法 依赖电机的定子电流和转速参数,同时磁链估算过 程需要转子参数, 鲁棒性差<sup>[6]</sup>. 电压模型法和电流模 型法都是基于开环算法的磁链估算,观测精度受限. 文献 [7] 提出了一种基于改进 U-I 法的磁链观测方 法, U-I 法不需要转速和转子参数, 具有较好的鲁棒 性,但其对定子电阻的摄动较敏感且存在积分漂移, 造成观测误差. 文献 [8] 提出了一种全阶磁链观测器 设计方法,通过观测得到的电机转速等相关参数,设 计合理的估算模型,得到磁链观测值,设计过程的极 点配置以及受电机参数影响较大,限制了其观测的 精度. 文献 [9] 提出了一种基于扩展 Kalman 滤波器 的转子磁链观测方法,能够有效减少噪声对磁链观 测精度的影响,但其对参数变化的敏感性及估算过 程需要大量的数学计算,限制了其在实际工程中应 用. 文献 [10] 提出了一种基于模型参考自适应系统 的自适应磁链观测方法,改善磁链观测的精度,但其 受系统参数影响较大, 文献 [12] 提出了一种非线性 滑模磁链观测方法,具有较强的抗干扰性,但其存在 的抖振问题无法消除,极大地限制了其使用范围.

转子磁链幅值和相位的准确估计是构建感应电 机交流传动矢量控制系统的关键环节.磁链幅值估 计实现系统的磁链控制,转子位置观测实现矢量控 制系统的坐标变换,从而完成感应电机转矩和励磁 控制的解耦<sup>[14]</sup>.中立型系统理论是基于中立型延迟 系统的一种理论,而中立型延迟系统是一种能够精 确描述延迟系统的模型,模型中既包括状态延迟,也 包括状态微分延迟,使得对延迟系统的描述更加精 确<sup>[15]</sup>.本文将中立型系统理论应用到感应电机控制 系统中,解决由于观测模型不够精确、系统控制中的 延迟问题以及电机参数变化的影响,导致转子磁链 观测精度不高的问题,实现系统的高性能控制.

#### 1 感应电机数学模型及中立型系统理论原理

#### 1.1 感应电机数学模型

感应电机的数学模型具有高阶、非线性、强耦 合等特征. 矢量控制系统建立在感应电机的动态模 型上,在同步旋转 *M-T* 坐标系中,当电机转子磁链 矢量与 *T* 轴重合时,即为按转子磁链定向.通过同 步旋转坐标系按转子磁链方向定向,实现感应电机 转矩和磁通的解耦控制.

本文基于感应电机在 *M-T* 坐标系下的状态方程,提出一种电机转子磁链观测方法.选择电机的定 子电流和转子磁链为状态变量,以电压变量为输入, 转子磁链为输出,建立感应电机数学模型<sup>[16]</sup>.

$$\begin{cases} \dot{\Psi}_r = -\lambda_1 \Psi_r + \lambda_2 i_{sm} \\ \dot{i}_{sm} = \lambda_3 \Psi_r - \lambda_5 i_{sm} + \lambda_6 i_{st} + \lambda_7 u_{sm} \\ \dot{i}_{st} = -\lambda_4 \Psi_r - \lambda_5 i_{st} - \lambda_6 i_{sm} + \lambda_7 u_{st} \end{cases}$$
(1)  
$$\lambda_1 = \frac{1}{T_r}, \lambda_2 = \frac{L_m}{T_r}, \lambda_6 = \omega_s, \lambda_7 = \frac{1}{\sigma L_s} \\ \lambda_3 = \frac{L_m}{\sigma L_s L_m T_r}, \lambda_4 = \frac{L_m}{\sigma L_s T_r}, \lambda_5 = \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} \end{cases}$$

式中,  $u_{sm}$  和  $u_{st}$  为定子电压;  $i_{sm}$  和  $i_{st}$  为定子电流;  $R_s$  和  $R_r$  分别为定子和转子绕组电阻;  $L_m$  为定子和 转子同轴等效绕组互感;  $L_s$  和  $L_r$  分别为定子和转 子等效两相绕组自感;  $\Psi_r$  为转子磁链矢量;  $n_p$  为极 对数;  $T_L$  为负载转矩;  $T_e$  为电磁转矩; J 为电机的转 动惯量;  $\sigma$  为电机的漏磁系数,  $\sigma = 1 - L_m^2/(L_sL_r)$ ;  $T_r$  为转子电磁时间常数,  $T_r = L_r/R_r$ ;  $\omega$  为转子转 动角速度;  $\omega_s$  为同步角速度, 感应电机矢量控制辅 助方程为

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{n_p^2 L_m}{J L_r} i_{st} \Psi_r - \frac{n_p}{J} T_L \\ T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \Psi_r \\ \omega_s = \omega + \frac{L_m}{T_r \Psi_r} i_{st}(t) \end{cases}$$
(2)

#### 1.2 中立型系统理论

中立型系统理论是一种针对解决工程实践中延迟问题的理论,中立型系统模型对系统描述的精确 度要优于当前其他的建模理论.标称延迟系统方程为:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{X}(t-d), \boldsymbol{U}(t))$$

而中立型延迟系统方程为:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) - G\dot{\boldsymbol{x}}(t-d) = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{X}(t-d), \boldsymbol{U}(t))$$

因为系统含有微分差分算子  $\dot{D}(t, \boldsymbol{x}_t) = \dot{\boldsymbol{x}}(t) - G\dot{\boldsymbol{x}}(t-d)$ ,使得标称延迟系统的许多理论成果无法简单地推广到中立型延迟系统中去.

中立型延迟系统模型方程[15]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) - G\dot{\boldsymbol{x}}(t-d) = A\boldsymbol{x}(t) + C\boldsymbol{x}(t-d) + \\ f(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{X}(t-d)) + B\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = D\boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t), t \in [-d, 0] \end{cases}$$
(3)

其中,  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  为状态向量; d > 0 为延时时间; A, C, G 和 B 为维数适当的常数矩阵,且满足 ||  $G \parallel < 1$ ;  $\phi(t) \in ([-d, 0], \mathbf{R}^n)$  为向量初值函数;  $f \in C([0, +\infty], \mathbf{R}^n)$  为不可观测的非线性不确定扰

动,且满足:

$$\begin{cases} f(t,0,0) = 0 \\ \parallel f(t, \boldsymbol{x}(t-d)) \parallel \leq \alpha \parallel \boldsymbol{x} \parallel + \beta \parallel \boldsymbol{x}(t-d) \mid \\ 其中, \alpha, \beta$$
为已知常数.

### 1.3 中立型系统理论在感应电机中的应用

电机控制系统中,由于电力电子器件的存在,以 及控制器响应时间等,控制信号会产生延迟现象,出 现开关动作、信号响应等和系统模态不同步,这种现 象称为异步切换<sup>[17]</sup>.当开关频率较高时,异步切换 现象对系统性能的影响可以忽略.而在大功率低开 关频率条件下,异步现象会造成电机的电流畸变、发 热等问题.中立型系统在建模时不需要考虑异步切 换现象,故本文将中立型系统理论应用到感应电机 系统建模中,建立感应电机中立型延迟系统数学模 型.

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{u}(t) \end{bmatrix}$$
(4)

令式 (3) 中系数矩阵 A = C. 其中

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{r}(t) \\ i_{sm}(t) \\ \dot{i}_{st}(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} \Psi_{r}(t) \\ i_{sm}(t) \\ i_{st}(t) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} u_{sm}(t) \\ u_{st}(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -\lambda_{1} & \lambda_{2} & 0 \\ \lambda_{3} & -\lambda_{5} & \lambda_{6} \\ -\lambda_{4} & -\lambda_{6} & -\lambda_{5} \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \lambda_{7} & 0 \\ 0 & \lambda_{7} \end{bmatrix}$$

在电机控制系统中,由于异步切换现象的存在, 状态滞后对系统的影响具有不确定性.但在一定范 围内,影响程度取决于对应的系数矩阵元素的大小, 本文定义  $\mu(\chi)$  为影响因子,表示系统中状态滞后对 系统影响程度的度量的物理量,其中  $\chi$  为对应的系 数矩阵.这里:

$$\mu(\chi) = \frac{1}{\parallel \chi \parallel_{\infty}}$$

考虑状态滞后对电机控制系统的影响,得到感应电机标称延迟系统方程 (5),其中  $\tau$  为总延时时间.

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} (1-\mu)A & \mu C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}(t-\tau) \\ \boldsymbol{u}(t) \end{bmatrix}$$
(5)

式 (5) 由莱布尼兹公式得:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\mu C \int \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{x}}(t-d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\mu)A & \mu C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}(t-d) \\ \boldsymbol{u}(t) \end{bmatrix}$$
(6)

式中, d 为系统状态延时时间,  $d = \tau/2$ .

表达式 (6) 中含有积分项, 这里用 N 个小直角 梯形的面积之和极限逼近积分项的值,  $N \in Z$ , 又由 数值均值定理, 得到表达式 (7).

$$\int_{0}^{-\frac{\tau}{2}} \dot{\boldsymbol{x}}(t-d+\theta) \mathrm{d}\theta \approx \frac{d}{N} \sum_{i=1}^{N} \dot{\boldsymbol{x}}\left(t-d-\frac{(2i-1)\cdot\tau}{4N}\right)$$
(7)

对于任意的 d, 存在  $N \ge M, M \in Z$ , 使不等式  $\mu \frac{d}{N} \le \mu(\chi)$  成立.

由上式得到感应电机中立型转子磁链模型方程(8).

$$\begin{bmatrix} 1 & -\mu C \cdot \frac{d}{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \sum_{i=1}^{N} \dot{\boldsymbol{x}}(t-d-\varepsilon) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\mu)A & \mu C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}(t-d) \\ \boldsymbol{u}(t) \end{bmatrix}$$
(8)

其中,  $\varepsilon = \frac{(2i-1)d}{2N}$ .

#### 2 中立型磁链观测器设计

考虑标准型中立型系统[18]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) - G\dot{\boldsymbol{x}}(t-d) = A\boldsymbol{x}(t) + C\boldsymbol{x}(t-d) \\ \boldsymbol{y}(t) = D\boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$
(9)

式中

$$A = (1 - \mu) \times \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & \frac{L_m}{T_r} & 0\\ \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} & \omega_s\\ -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega & -\omega_s & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} \end{bmatrix}$$
$$C = \mu \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & \frac{L_m}{T_r} & 0\\ \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} & \omega_s\\ -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega & -\omega_s & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} G = \mu \frac{d}{N} \times \\ & \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & \frac{L_m}{T_r} & 0\\ \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} & \omega_s\\ -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega & -\omega_s & -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} \end{bmatrix} \\ D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

设计如下状态观测器:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t) - G\hat{\boldsymbol{x}}(t-d) = A\hat{\boldsymbol{x}}(t) + C\hat{\boldsymbol{x}}(t-d) + L(\boldsymbol{y}(t) - D\hat{\boldsymbol{x}}(t))$$
(10)

使得误差动态系统方程 (11) 渐近稳定.

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) - G\dot{\boldsymbol{e}}(t-d) = H\boldsymbol{e}(t) + C\boldsymbol{e}(t-d) \qquad (11)$$

式中, H = A - LD,  $\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x}(t) - \hat{\boldsymbol{x}}(t)$  为误差向量,  $\hat{\boldsymbol{x}}(t) \in R^n$  是观测状态, L为  $n \times q$  阶观测器增益矩 阵.

设误差动态系统方程的初值条件为  $\begin{cases} \boldsymbol{e}(t_r) = \boldsymbol{\varphi}(t_r), -d \leq t_r \leq 0 \\ \boldsymbol{\varphi}(t_r) \in C([-d,0], R^n) \end{cases}$ 

若存在正定阵 P,Q,R 和矩阵 K,使得线性矩 阵不等式 (12) 成立,则误差动态系统方程 (11) 渐近 稳定.

$$\begin{bmatrix} 2PA - 2PLD + Q + R & D^{\mathrm{T}}L^{\mathrm{T}}PG - A^{\mathrm{T}}PG & PC \\ G^{\mathrm{T}}PLD - G^{\mathrm{T}}PA & -Q & G^{\mathrm{T}}PC \\ C^{\mathrm{T}}P & C^{\mathrm{T}}PG & -R \end{bmatrix} < 0$$

$$(12)$$

令 K = PL,则线性矩阵不等式写为

$$\begin{bmatrix} 2PA - 2KD + Q + R & D^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}G - A^{\mathrm{T}}PG & PC \\ G^{\mathrm{T}}KD - G^{\mathrm{T}}PA & -Q & G^{\mathrm{T}}PC \\ C^{\mathrm{T}}P & C^{\mathrm{T}}PG & -R \end{bmatrix} < 0$$
(13)

即若存在正定阵 P, Q, R,满足线性矩阵不等式 (13),则存在状态观测器 (10),解得观测器增益矩 阵  $L = P^{-1}K$ .

这里以感应电机转子磁链为观测目标,由感应 电机中立型系统方程 (8),设计中立型转子磁链观测 器模型,如图 1. 其中系数 *A*<sub>11</sub>, *A*<sub>12</sub>, *C*<sub>11</sub>, *C*<sub>12</sub>, *G*<sub>11</sub>, *G*<sub>12</sub> 为系统方程系数矩阵 *A*, *C*, *G* 的对应元素.







#### 3 稳定性分析

已知状态观测器方程 (10), 假设观测器增益系数 *L* 已知, 证明误差动态系统方程 (11) 是渐近稳定的.

为此本文提出了一种基于线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 的 Lyapunov 泛 函<sup>[19-22]</sup>, 用来证明方程 (11) 的稳定性.

$$V(t, \boldsymbol{e}) = [\boldsymbol{e}(t) - G\boldsymbol{e}(t-d)]^{\mathrm{T}} P[\boldsymbol{e}(t) - G\boldsymbol{e}(t-d)] + \int_{t-d}^{t} \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\rho) Q \boldsymbol{e}(\rho) \mathrm{d}\rho + \int_{t-d}^{t} \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\rho) R \boldsymbol{e}(\rho) \mathrm{d}\rho$$
(14)

其中, 
$$P, Q, R$$
为正定对称矩阵.  
令  $\eta_1 = e(t), \eta_2 = \eta_3 = e(t - d),$ 则表达式为

$$V(t, \boldsymbol{e}) = (\boldsymbol{\eta}_1 - G\boldsymbol{\eta}_2)^{\mathrm{T}} P(\boldsymbol{\eta}_1 - G\boldsymbol{\eta}_2) + \int_{t-d}^t \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\rho) Q \boldsymbol{e}(\rho) \mathrm{d}\rho + \int_{t-d}^t \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\rho) R \boldsymbol{e}(\rho) \mathrm{d}\rho$$
(15)

对式 (15) 求导, 得

$$\dot{V}(t, \boldsymbol{e}) = 2(\boldsymbol{\eta}_1 - G\boldsymbol{\eta}_2)^{\mathrm{T}} P(\boldsymbol{\eta}_1 - G\boldsymbol{\eta}_2) + \boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}} Q \boldsymbol{\eta}_1 - \boldsymbol{\eta}_2^{\mathrm{T}} Q \boldsymbol{\eta}_2 + \boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}} R \boldsymbol{\eta}_1 - \boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}} R \boldsymbol{\eta}_3$$
(16)

由中立型系统方程式 (9),式 (16) 可以表达为

$$V(t, \boldsymbol{e}) = 2(\boldsymbol{\eta}_{1} - G\boldsymbol{\eta}_{2})^{\mathrm{T}}P(H\boldsymbol{\eta}_{1} - C\boldsymbol{\eta}_{2}) + \boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}(Q + R)\boldsymbol{\eta}_{1} - \boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}Q\boldsymbol{\eta}_{2} - \boldsymbol{\eta}_{3}^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{\eta}_{3} \qquad (17)$$

$$\dot{V}(t, \boldsymbol{e}) = 2\boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}PH\boldsymbol{\eta}_{1} + 2\boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}PC\boldsymbol{\eta}_{3} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PH\boldsymbol{\eta}_{1} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PC\boldsymbol{\eta}_{3} + \boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}(Q + R)\boldsymbol{\eta}_{1} - \boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}Q\boldsymbol{\eta}_{2} - \boldsymbol{\eta}_{3}^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{\eta}_{3} = \boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}(PH + H^{\mathrm{T}}P + Q + R)\boldsymbol{\eta}_{1} + 2\boldsymbol{\eta}_{1}^{\mathrm{T}}PC\boldsymbol{\eta}_{3} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PH\boldsymbol{\eta}_{1} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PC\boldsymbol{\eta}_{3} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PH\boldsymbol{\eta}_{1} - 2\boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}PC\boldsymbol{\eta}_{3} - \boldsymbol{\eta}_{2}^{\mathrm{T}}Q\boldsymbol{\eta}_{2} - \boldsymbol{\eta}_{3}^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{\eta}_{3} \qquad (18)$$

将式 (18) 等价为线性矩阵不等式的形式为 式 (19). 其中  $\eta(t) = [e(t) e(t-d) e(t-d)],$ H = A - LD. 令 K = PL 则式 (19) 表达为式 (20).

若线性矩阵不等式 (13) 有解, 即存在正定阵 P,Q,R 和矩阵 K, 得  $\dot{V}(t,e) < 0$  由 Razumikhin 型定理<sup>[20]</sup> 得误差动态系统方程 (11) 渐近稳定.

$$\dot{V}(t,\boldsymbol{e}) = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t) \times \begin{bmatrix} PH + H^{\mathrm{T}}P + Q + R & -H^{\mathrm{T}}PG & PC \\ -G^{\mathrm{T}}PH & -Q & -G^{\mathrm{T}}PC \\ C^{\mathrm{T}}P & -C^{\mathrm{T}}PG & -R \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t)$$
(19)  
$$\dot{V}(t,\boldsymbol{e}) = \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t) \times \begin{bmatrix} 2PA - 2KD + Q + R & D^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}G - A^{\mathrm{T}}PG & PC \\ G^{\mathrm{T}}KD - G^{\mathrm{T}}PA & -Q & G^{\mathrm{T}}PC \\ C^{\mathrm{T}}P & C^{\mathrm{T}}PG & -R \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t)$$
(20)

另外, 这里假设式 (1) 中的感应电机定子和转 子绕组互感和绕组电阻等电机参数在一定范围内发 生变化时, 记为  $L_s^*, L_r^*, R_s^*, R_r^*$ 等, 分别对应变化后 的方程 (8) 系数矩阵  $A^*, B^*, C^*, D^*$ , 把变化后的系 数矩阵带入线性矩阵不等式 (13), 求解不等式有解, 即存在正定阵  $P^*, Q^*, R^*$ 和矩阵  $K^*, 观测器增益矩$ 阵  $L^* = P^{*-1}K^*$ , 得误差动态系统方程 (11) 依然渐 近稳定. 所以通过分析说明了在一定范围内, 所设计 的中立型磁链观测器具有较好的鲁棒性.

### 4 仿真及实验研究

针对感应电机中立型转子磁链观测模型,利用 Matlab/Simulink 搭建仿真模型,借助 Simulink/S-函数对中立型转子磁链观测器增益矩阵进行求解, 并从实际应用的角度出发,设计实验方案,借助 DSP 电力电子与电气传动实验平台,对中立型转子磁链 观测器进行实验验证.仿真和实验使用的电机参数 一样,电机参数见表 1.

表 1 电机参数 Table 1 Motor parameters

参数	数值	
额定功率 $P_N$ /kW	4	
额定电压 $U_N/V$	380	
额定频率 $f_N/Hz$	50	
额定电流 $I_N/A$	8.8	
定子电阻 $R_s/\Omega$	1.405	
定子电感 $L_s/\mathrm{mH}$	178	
转子电阻 $R_r/\Omega$	1.395	
转子电感 $L_r/mH$	178	
定转子互感 $L_m/mH$	172.2	
极对数 $n_p$	2	
额定转速 $n/r \cdot \min_{-1}$	1440	

将表1电机参数带入感应电机中立型延迟系统 方程,得到方程各项系数矩阵,利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱,求解线性矩阵不等式 (13),解得正定 矩阵 P,Q,R 以及矩阵 K,即可求出观测器增益矩 阵 L, 如下:

$$P = \begin{bmatrix} 19.0204 & 0.1979 & 0.0079 \\ 0.1979 & 0.1770 & 0.0275 \\ 0.0079 & 0.02575 & 0.0073 \end{bmatrix}$$
$$Q = \begin{bmatrix} 39.2067 & 0.7058 & 0.9499 \\ 0.7058 & 19.4849 & 1.1232 \\ 0.9499 & 1.1232 & 8.2866 \end{bmatrix}$$
$$R = \begin{bmatrix} 18.8541 & -0.0330 & -0.0008 \\ -0.0330 & 20.6600 & 0.8838 \\ -0.0008 & 0.8838 & 8.2839 \end{bmatrix}$$
$$K = \begin{bmatrix} -6.1763 \\ -8.8302 \\ 13.7074 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0.0063 \\ -0.8371 \\ 5.0218 \end{bmatrix} \times 10^3$$

因为存在正定矩阵 P,Q,R, 已知  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,因此,矩阵 L 中的元素  $L_1$  即是图 1 中的观测器增益.

上述所求正定矩阵及 L 是实时变化的, 上面是 电机达到稳定后的一组解, 证明了感应电机中立型 延迟系统模型的合理性.

本文利用 S-函数, 模拟微处理器运行, 建立基于 中立型转子磁链观测器的三相感应电机矢量控制系 统仿真模型, 如图 2. 仿真时间设为 2.0 s. 仿真和实 验中电流控制器均采用的是 PI 控制器.

仿真中转子磁链的真实值由电机模型给出. 给定电机转速为 500 r/m, 给定转子磁链为 0.96 Wb, 电流采样控制频率为 4kHz, 开关频率为 500 Hz, 即开关周期为 0.002 s, 系统总延时时间<sup>[2]</sup> 为 $\tau =$ 1.5 $T_s = 3$  ms. 图 3 是基于中立型转子磁链观测器 的电机转速响应图, 从图 3 中可以看出, 电机转速在 0.15 s 即达到给定值, 响应速度快, 且曲线平滑, 稳 定性好; 图 4 是转子磁链幅值响应图, 从图 4 中可 知, 转子磁链在小于 0.03 s 的时间内即达到稳定值, 响应迅速, 且稳定性好.



图 2 基于中立型转子磁链观测器的感应电机矢量控制系统 仿真模型

Fig. 2 Simulation model of vector control system of induction motor based on the observer of neutral rotor flux linkage



图 4 中立型磁链观测方法转子磁链幅值响应图 Fig. 4 Magnitude response diagram of rotor flux linkage of flux linkage observation of the neutral method

分别采用中立型转子磁链观测器、电压模型法 观测器和二阶滑模方法观测器观测转子磁链,并进 行稳态观测对比.电机稳态运行时的转子磁链观测 及观测误差波形如图 5 和图 6 所示.

从图 5 中可知, 电机稳态运行时采用中立型转 子磁链观测器的磁链观测曲线平滑, 波动小, 观测误 差峰-峰值为 0.02 Wb, 采用电压模型法的磁链观测 曲线波动较大, 观测误差峰-峰值为 0.1 Wb, 采用 二阶滑模方法的磁链观测误差峰-峰值为 0.06 Wb. 从图 6 中可以看出, 中立型观测方法和二阶滑模观 测方法观测磁链的观测值都始终收敛于单位圆内, 满足预先给定值, 而采用中立型观测方法观测磁链 的曲线密集程度明显优于采用二阶滑模方法的磁链 观测, 从对应波形的放大图中看更加显著. 所以本文 提出的基于中立型系统理论的转子磁链观测方法的



考虑电机参数变化对磁链观测精度的影响,对 设计的中立型转子磁链观测器进行鲁棒性研究.图7 是感应电机转子电阻突变为真实值的1.5 倍的磁链

观测精度优于电压模型法和二阶滑模方法的观测精度.

观测波形.图8是感应电机转子电阻突变为真实值 的 0.5 倍的磁链观测波形.

由图 7 和图 8 可知, 当感应电机转子电阻发生

突变后, 电机稳态运行时的磁链观测误差在小范围 内波动,有微小增大,变化率均在5%以内;由图9 可知, 当感应电机转子电感发生突变后, 电机稳态运



Fig. 6 Observational flux linkage contrast diagram of neutral observation method and second order sliding-mode method



Observation diagram of flux linkage with  $L_r$  value changed to 0.5-fold real value Fig.9

行时的磁链观测误差变化率低于 8%;此外经验证把 上述求得的正定矩阵 P,Q,R以及矩阵 K 和 L 带入 线性矩阵不等式 (13),把转子电阻变化后记为  $R_{r'}$ , 其作为变量,  $R_{r'} \in [0.5R_{r}, 1.5R_{r}]$ ,带入式 (13),线 性矩阵不等式仍然成立,说明了转子电阻变化对中 立型转子磁链观测方法的影响很小,证明了中立型 磁链观测器具有较强的鲁棒性.

综合图 7~图 9 以及对应的分析,可以得到当 电机参数发生突变时,电机稳态运行时对应的磁链 观测误差的变化范围见表 2.

表 2 磁链观测误差 Table 2 Observation error of flux linkage

参数变化量	$-0.5R_{r}$	$+0.5R_{r}$	$-0.5L_{r}$	$+0.5L_{r}$
$\Delta \Psi_{r\alpha}$ 变化量 $10^{-3}$ /kW	+ 0.9	+ 1.0	+1.5	+1.6
$\Delta \Psi_{rlpha}$ 变化率	$\leq 5~\%$		$\leq 8~\%$	

为了研究系统的动态性能,初始转速给定值为 500 r/m,空载情况下,在 0.5 s 时,调节转速从 500 r/m 升高到 1000 r/m,图 10 是基于中立型观 测方法的电机调速波形.电机以给定转速稳态运行时,在 0.5 s 加 35 N·m 的负载,图 11 是负载阶跃的 动态响应波形.

从图 10 (a) 中可以看出, 电机转速由 500 r/m 升高到 1000 r/m 所用时间约为 0.2 s, 说明系统具 有较好的转速动态响应性能; 由图 10 (b) 和 (c) 可 知, 磁链观测响应速度快, 观测幅值不变, 观测误差 很快收敛到稳态误差值 0.02 Wb; 电机电流响应迅 速, 说明系统具有很好的动态响应性能.

从图 11 中可以看出, 当系统外部负载发生变化时, 转子磁链观测幅值在负载突变时有短时微小波动, 很快稳定到给定值; 电机转矩电流响应迅速, 曲线波动较小; 电机三相电流曲线平滑, 响应迅速; 电机实际转矩迅速稳定在给定值 35 N·m, 表明系统对外部负载变化具有良好的抗干扰能力, 鲁棒性强, 即采用本文提出的中立型转子磁链观测器的系统具有很好的动态特性.

为了研究应用中立型磁链观测器的感应电机在 低速条件下的性能,这里给出电源频率为5Hz时 的仿真.给定电机转速为150r/m,空载条件下,在 0.5s时让电机停止,即使得转速降为0r/m,图12 是基于中立型观测方法的电机低速条件下的仿真波 形.

从图 12(a) 可以看出, 在低频状态下电机转速 很快稳定到给定值 150 r/m, 0.5 s 电机制动, 转速 很快降为 0, 曲线平滑, 说明了低频下系统具有较好 的转速动态响应性能; 由图 12(b) 可知, 低频条件 下,电机转速达到稳定值时,磁链观测误差峰值约为 0.02 Wb,当电机低速制动时,磁链观测误差开始减 小,且磁链观测误差收敛至 0 Wb,证明了中立型磁 链观测方法在低速条件下的有效性.



为了研究延迟问题对磁链观测精度的影响,这 里考虑在仿真中加入延迟时间.因为上述仿真中采 用电压模型法观测磁链时并未考虑延迟时间,而中 立型观测方法中已考虑延迟时间.当采用电压模型 法的电机仿真中加入延时时间 *d* 时,得到如图 13 的磁链观测波形.由图 13 可知,当采用电压模型 法的仿真中考虑延时时间 *d* 时,转子磁链观测波动 较大,观测幅值波动高于±0.24 Wb,而磁链观测误差由0.1 Wb 增大到大于0.15 Wb,误差波动率大于50%,观测精度显著降低,电机的稳态及动态性能将受到影响.







为验证中立型转子磁链观测器的可行性,本 文使用"电力电子与电气传动综合实验台"进 行实验验证. 实验平台及其结构原理图如图 14 所示.实验平台由电机、负载、主回路、PC 机、TMS320F2812 (DSP)控制板和保护电路等部 分组成,可以选择按转子磁链定向、空间矢量以及脉 宽调制等模式实验,本文选择按转子磁链定向模式, 具有信息采集功能,具有绘制电机三相电流、转速和 磁链的实时波形的能力,DSP 控制器具有编程下载 执行能力,电机使用的是三相鼠笼式感应电机,电机 参数、观测器参数及实验给定参数与仿真时相同.实 验结果如图 15 和图 16 所示.



 (a) 电力电子与电气传动综合实验平台
 (a) Power electronics and electrical drive comprehensive experimental platform



(b) 实验平台结构原理图 (b) Structural schematic diagram of the experimental platform



由图 15(a) 可知, 低速条件下, 电机从启动加速到给定值 500 r/min, 上升时间约为 0.1 s, 这表明系统具有较好的速度动态响应性能; 图 15(b) 说明在转速阶跃过程中电流变化稳定, 说明了中立型转子磁链观测方法的有效性; 由图 15(c) 可知电机转速从 500 r/min 调节至 650 r/min 稳定转速所用时间约为 0.04 s, 表明电机具有较好的低速动态响应性

能.图 16(a) 是高速条件下的实验调速波形图, 电机转速从 750 r/min 调节至 1500 r/min, 所用时间约为 0.14 s, 表明电机具有较好的高速动态响应性能; 由图 16(b)中可以看出, 高速条件下, 转子磁链观测波形近似单位圆, 观测值收敛于圆内, 表明中立型磁链观测器对转子磁链观测的准确性.实验结果和仿真结果的曲线趋势一致, 证明了中立型转子磁链观测方法的切实可行性.



### 5 结论

本文提出了一种基于中立型系统理论的感应电 机磁链观测方法,将中立型延迟系统引入到感应电 机磁链观测模型中,运用线性矩阵不等式理论证明 了中立型转子磁链观测器的稳定性.通过仿真分析 和实验验证,得出所提方法有效提高了磁链观测精度,削弱了电机参数变化对磁链观测精度的影响,解 决系统控制延时对磁链观测的影响问题,增强了系 统观测的鲁棒性,且该观测方法具有参数自整定,时 效性好,使用范围广的优点,证明了所提方法和设计 转子磁链观测器的可行性.



Fig. 16 Experimental waveform at high speed

#### References

1 Ren Zhi-Bin, Xu Bin, Wang Zhe, Wen Lu-Jia. Research and realization of induction motor vector control system for online correction of rotor flux angle. Motor and Control Applications. 2018, 45(6): 12–16

(任志斌,许斌,王喆,温路佳.转子磁链角在线校正的异步电机矢量 控制系统研究与实现.电机与控制应用,2018,45(6):12-16)

2 Zhang Xing, Zhang Yu-Wei, Cao Peng-Peng, Yang Shu-Ying. Stability analysis of a dot product of stator currents and rotor flux based online rotor time constant updating algorithm in induction motor drives. *Proceedings of the CSEE*, 2018, **38**(16): 4863-4873, 4992

(张兴,张雨薇,曹朋朋,杨淑英.基于定子电流和转子磁链点乘的异步电机转子时间常数在线辨识算法稳定性分析.中国电机工程学报,2018,38(16):4863-4873,4992)

- 3 Wang Tie-Jun, Shan Chao-Long, Zhao Jing-Hong, Zhang Jun-Hong. Direct observation method of rotor flux in vector control of asynchronous motor. *Journal of Naval University of Engineering*, **2002**(05): 19-21, 30 (王铁军,单潮龙,赵镜红,张俊洪.异步电机矢量控制中转子磁链的 直接观测方法.海军工程大学学报,**2002**(05): 19-21, 30)
- 4 Liu Yan, Shao Xiao-Qiang. accuracy analysis and design of rotor flux observer for asynchronous motor. *Micromotors* (*Servotechnology*), **2001**(2): 27-29 (刘燕, 邵晓强. 异步电机矢量控制系统转子磁链间接检测方法. 微 电机 (伺服技术), **2001**(2): 27-29)
- 5 Wei Han-Pei, Zhu Bao-Peng, Wei Hai-Feng, Zhang Yi. New rotor flux reference of induction motor considering efficiency maximization. Motor and Control Applications. 2018, 45(2): 81-85 (韦汉培,朱保鹏,魏海峰,张懿. 考虑效率最大化的新型感应电机转

子磁链给定. 电机与控制应用, 2018, **45**(2): 81-85)

- 6 Liu Pei-Gang. Simulation research on two current observation models of rotor flux of asynchronous motor. *Electric Switch*, 2009, **47**(5): 42-44 (刘培刚. 异步电机转子磁链两种电流观测模型的仿真研究. 电气开 关, 2009, **47**(5): 42-44)
- 7 Zhang Chun-Peng, Lin Fei, Chen Shou-Sun. Improved U-I method induction motor rotor flux estimator. *Proceedings of the CSEE*, **2004**(5): 130–133 (张春朋,林飞,陈寿孙. 改进 U-I 法感应电机转子磁链估计器.中国电机工程学报, **2004** (5): 130–133)
- 8 Zhao Lei-Ting, Diao Li-Jun, Dong Kang, Liu Zhi-Gang. Closed-loop discrete full-order rotor flux observer of traction tnduction motor based on state space splitting and recombination. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(10): 103-112 (赵雷廷, 刁利军, 董侃, 刘志刚. 基于状态空间拆分重组的牵引异步 电机闭环离散全阶转子磁链观测器. 电工技术学报, 2013, 28(10): 103-112)
- 9 Barut M. Bi input-extended Kalman filter based estimation technique for speed-sensorless control of induction motors. Energy Conversion and Management, Elsevier, 2010: 2032-2040
- Huang Ya-Xin, Zhang Xing-Hui, Jiang Meng-Meng. Adaptive control for high-order nonlinear feedforward systems with input and state delays. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(7): 1273-1279
   (黄亚欣,张星慧,蒋蒙蒙.带有输入和状态时滞的高阶非线性前馈系统的自适应控制.自动化学报, 2017, 43(7): 1273-1279)
- Chu Jian-Hua, Yu Shuang, Wei Hai-Feng. New sliding mode observer design for induction motor considering parameter perturbation. *Electric Drive*, 2018, **48**(3): 3-8 (储建华, 于霜, 魏海峰. 考虑参数摄动的感应电机新型滑模观测器. 电气传动, 2018, **48**(3): 3-8)
- 12 Wen Chuan-Bo, Deng Lu, Wu Lan. Fault estimation approaches with sliding mode observer and descriptor observer. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(9): 1698-1705 (文传博, 邓露, 吴兰. 基于滑模观测器和广义观测器的故障估计方法. 自动化学报, 2018, 44(9): 1698-1705)
- 13 Pan Yue-Dou, Chen Tao, Guo Ying-Wei. Design of feedback linearized second-order sliding mode stator flux observer for

asynchronous motor. *Control Theory & Applications*, 2016, **33**(11): 1474-1482 (潘月斗,陈涛, 郭映维. 异步电机反馈线性化二阶滑模定子磁链观

测器设计. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1474-1482)

- 14 Meng Qing-Shuo, Xu Ming-Zhu, Li Ling-Rui. Asynchronous motor current control based on adaptive PID. Motor and Control Applications. 2018, 45(4): 39-43 (孟庆硕, 许鸣珠, 李玲瑞. 基于自适应 PID 的异步电机电流控制. 电机与控制应用, 2018, 45(4): 39-43)
- 15 Park J H, Won R. Stability analysis for neutral delay differential systems. Journal of Franklin Institute, 2000, 337: 1–9
- 16 Ma Hui-Xian. Improved flux linkage observation method for induction motor based on rotor field oriented vector control. *Motor and Control Applications*, 2017, 44(8): 65-68 (马会贤. 基于转子磁场定向矢量控制的感应电机改进磁链观测方 法. 电机与控制应用, 2017, 44(8): 65-68)
- 17 Meng J M. Robust stabilization of induction neutral delay systems with uncertainty. Journal of Shandong Vocational and Technical College of Commerce, 2014, 14(2): 115–118
- 18 Wang Z D, Lam J, Burnham K J. Stability analysis and observer design for neutral delay systems. *IEEE Transactions* on Automatic Control, 2002, **47**(3): 478–483
- 19 Wu M, He Y, She J H, Liu G P. Parameter-dependent Lyapunov functional for stability of time-delay systems with polytopic type uncertainties. *IEEE: Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(5): 828–832
- 20 Wang Jing-Cheng, Shao Hui-He. Robust  $H_{\infty}$  reliable control based on razumikhin theorem for uncertain time-delay systems. Acta Automatica Sinica, **28**(2): 262-266 (王景成, 邵惠鹤. 不确定时滞系统的基于 Razumikhin 定理的鲁 棒  $H_{\infty}$  可靠控制. 自动化学报, **28**(2): 262-266)
- 21 Xu Jun, Zhang Guo-Liang, Zeng Jing, Du Bo-Yang, Jia Xiao. Robust  $H_{\infty}$  consensus control for high-order discretetime multi-agent systems with parameter uncertainties and external disturbances. Acta Automatica Sinica, 2017, **43**(10): 1850–1857

(徐君,张国良,曾静,杜柏阳,贾枭.高阶离散多智能体系统在参数 不确定和带外部干扰下的鲁棒  $H_{\infty}$  一致性控制.自动化学报,2017, **43**(10):1850–1857) 22 Zhou Bi-Feng, Luo Yi-Ping. Neutralization control of distributed parameter systems with delay. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(12): 2222-2227
(周笔锋, 罗毅平. 时滞分布参数系统中和控制器设计. 自动化学报, 2018, 44(12): 2222-2227)



**潘月斗** 北京科技大学自动化学院副教授,2001 年获天津大学电力电子与电力 传动自动化专业博士学位.主要研究方 向为交流电动机智能控制理论及高速高 精交流电动机驱动系统的计算机数字控 制系统设计及其应用.本文通信作者. E-mail: ydpan@ustb.edu.cn

(PAN Yue-Dou Associate professor

at the School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing. He received his Ph. D. degree in power electronics and power drive automation from Tianjin University in 2001. His research interest covers intelligent control theory of AC motor and application of computer digital control system for high speed and high precision AC motor driving system. Corresponding author of this paper.)



**王国防** 北京科技大学自动化学院硕士 研究生. 2016 年获得河南理工大学电气 工程及其自动化专业学士学位. 主要研 究方向为异步电机先进控制理论及数字 化设计.

E-mail: hpu\_wangguofang@163.com (WANG Guo-Fang Master student at the School of Automation and Elec-

trical Engineering, University of Science and Technology Beijing. He received his bachelor degree in electrical engineering and automation from Henan Polytechnic University in 2016. His research interest covers advanced control theory and digital design of asynchronous motor.)