

# 基于中间观测器的多智能体系统分布式故障估计

刘秀华<sup>1</sup> 韩建<sup>1</sup> 魏新江<sup>1</sup>

**摘要** 针对发生执行器故障的多智能体系统, 论文提出一种新型分布式中间观测器的设计方法, 可以同时估计系统的状态和故障. 本文设计的观测器可以应用于严格正实条件和观测器匹配条件不满足的系统. 针对多智能体系统的通讯拓扑是有向图和无向图的情况, 分别获得估计误差系统稳定的条件. 观测器的参数矩阵可以通过求解线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 计算. 针对具有有向拓扑的多智能体系统, 本文方法所需求解的 LMI 的维数, 等于对单个智能体系统设计观测器所需求解的 LMI 的维数. 这表明应用本文方法进行故障估计时, 计算量不会随着系统中智能体数目的增加而增加. 针对多智能体系统通讯拓扑是无向图的情况, 利用 Laplacian 矩阵的对称性, 可以得到保守性更小的结论. 最后, 仿真算例验证了本文方法的有效性.

**关键词** 多智能体系统, 分布式故障估计, 中间观测器, 线性矩阵不等式

**引用格式** 刘秀华, 韩建, 魏新江. 基于中间观测器的多智能体系统分布式故障估计. 自动化学报, 2020, 46(1): 142–152

**DOI** 10.16383/j.aas.c180179

## Intermediate Observer Based Distributed Fault Estimation for Multi-Agent Systems

LIU Xiu-Hua<sup>1</sup> HAN Jian<sup>1</sup> WEI Xin-Jiang<sup>1</sup>

**Abstract** This paper focuses on the problem of robust distributed fault estimation for multi-agent systems with actuator faults. An intermediate observer design method is proposed to estimate the system states and faults simultaneously. The proposed observer can be used for the systems in which the strictly positive real condition and the observer matching condition are not satisfied. For the cases that the communication topology is a directed graph and an undirected graph respectively, sufficient conditions are obtained, which can ensure that the error systems are stable. The observer parameter matrices can be calculated utilizing the linear matrix inequality (LMI) technique. For the case that the communication topology is a directed graph, the dimension of the LMI needed to be solved is equal to that for the single agent system. This implies that the calculated amount remains unchanged even the number of agents increasing. For the case that the communication topology is an undirected graph, based on the symmetry of the Laplacian matrix, results with less conservative can be obtained. At last, simulation results are provided to illustrate the effectiveness of the proposed techniques.

**Key words** Multi-agent systems, distributed fault estimation, intermediate observer, linear matrix inequality (LMI)

**Citation** Liu Xiu-Hua, Han Jian, Wei Xin-Jiang. Intermediate observer based distributed fault estimation for multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(1): 142–152

随着工业技术的发展, 在实际中被控对象变得日益复杂. 多智能体系统是处理这类复杂系统的重要工具. 多智能体系统可以看成是多个单智能体的组合. 该系统可以通过不同智能体之间的信息传递, 完成某些复杂的目标. 最近十几年, 多智能体系统已经引起了国内外学者的广泛关注, 并且取得了一系列的成果<sup>[1–6]</sup>.

然而, 随着系统的复杂化, 系统发生故障的概率不断增加. 另一方面, 现代工业系统对系统可靠性的要求不断提高. 很多学者致力于系统故障诊断的研究. 针对传统的集中式系统, 国内外许多学者已经取得了许多卓越的成果<sup>[7–10]</sup>. 相比于集中式系统, 分布式系统的故障诊断更加值得重视. 因为一旦某个智能体发生故障, 故障信息会通过信息交互, 影响其邻居智能体的正常运转, 进而影响整个系统. 针对线性多智能体系统, 文献 [11] 提出一种故障检测观测器的设计方法, 通过设计未知输入观测器, 可以使智能体检测到其邻居节点上发生的故障. 在文献 [12] 中, 文献 [11] 提出的方法被推广到非线性多智能体系统. 针对连续时间线性多智能体系统, 文献 [13–14] 设计了分布式故障检测滤波器. 文献

收稿日期 2018-03-29 录用日期 2018-07-23  
Manuscript received March 29, 2018; accepted July 23, 2018  
国家自然科学基金 (61803195, 61903173, 61973149, 61627809, 61621004) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61803195, 61903173, 61973149, 61627809, 61621004)  
本文责任编辑 潘泉  
Recommended by Associate Editor PAN Quan  
1. 鲁东大学数学与统计科学学院 烟台 264025  
1. School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264025

[15–16] 通过设计分布式协议, 分别解决了多智能体系统在发生故障的情况下, 如何实现状态一致和输出一致的问题。

注意到关于多智能体系统故障诊断的结果, 大多考虑故障检测与故障隔离问题, 很少有文献研究多智能体系统的故障估计问题. 通过故障估计, 可以获得诸如故障的大小、形状等信息. 这些信息在设计容错控制器时可以起到非常重要的作用. 从一定意义上讲, 可以认为故障估计是故障调节的核心内容, 相比于故障检测与隔离, 故障估计更具有挑战性<sup>[17]</sup>. 目前, 针对集中式系统, 诸多学者已经提出了一些卓有成效的故障估计的方法. 在文献 [18] 中, 作者设计了一类比例积分观测器, 同时估计系统状态和故障. 针对具有不确定性的非线性系统, 文献 [19] 给出了一种故障重构技术, 用于故障估计. 针对一类切换线性系统, 文献 [20] 设计了一种降阶广义观测器, 同时估计系统状态和故障. 然而, 在 [19–20] 的方法中, 都要求系统满足观测器匹配条件. 而这一条件在实际中有时很难满足. 在系统满足严格正实条件的前提下, 文献 [21–22] 提出了基于自适应技术的故障估计方法. 相比于观测器匹配条件, 严格正实条件具有更强的保守性. 为了解决这一问题, 文献 [23] 首次提出了一种中间观测器的设计方法. 在该方法中, 作者首先构造了一个中间变量, 进一步设计观测器对其进行估计, 最后利用中间变量的估计值计算故障的估计值. 这一方法可以用于不满足观测器匹配条件和严格正实条件的系统.

上述结果均是针对传统的集中式系统, 而关于多智能体系统故障估计的结果还比较有限. 文献 [24] 提出了一种滑模观测器设计方法, 用于估计多智能体系统中的执行器故障. 在文献 [25] 中, 作者将文献 [23] 提出的中间观测器设计方法推广到网络系统, 提出了一种基于分布式中间观测器的故障估计方法. 值得指出的是, 文献 [24–25] 所提出的方法只适用于无向连通的多智能体系统. 针对多智能体具有有向通讯拓扑的情况, 文献 [26–27] 提出了自适应观测器的设计方法, 用于估计多智能体系统的状态和执行器故障. 然而, 在计算观测器增益矩阵的过程中, 需要求解的 LMI 的维数依赖于系统中智能体的数目. 这意味着随着智能体数目的增加, 该方法的计算量会不断增加.

另外, 在文献 [24, 26] 的方法中, 需要满足观测器匹配条件. 在文献 [25] 设计的中间观测器中, 观测器性能依赖于一个事先选定的参数. 为了解决这些问题, 本文提出了一种新型分布式中间观测器的设计方法, 对于不满足匹配条件的系统, 该观测器同样适用. 和传统的中间观测器相比<sup>[25]</sup>, 本文所设计的观测器在估计中间变量时, 考虑了输出误差的反馈

作用, 这样估计性能可以得到改善. 在观测器设计过程中, 同时考虑了集中式和分布式输出估计误差. 针对具有有向拓扑连接的多智能体系统, 基于矩阵 Schur 分解理论, 只需要求解一个低阶 LMI 即可计算出观测器的增益矩阵. 该 LMI 的维数和对单个智能体进行故障估计时所求解的 LMI 的维数相同. 因此, 本文方法的计算量不会随着系统中智能体数目的增加而增加. 另外, 针对具有无向拓扑连接的多智能体系统, 利用 Laplacian 矩阵的对称性, 给出一种保守性更小的结论.

## 1 预备知识与问题描述

设图  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ , 其中  $\mathcal{V} = \{V_1, V_2, \dots, V_N\}$  表示节点集合, 对于  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $V_i$  表示第  $i$  个节点;  $\mathcal{E} = \{(V_i, V_j) : V_i, V_j \in \mathcal{V}\} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  表示边的集合;  $\mathcal{A} = [\mathcal{A}_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  表示图  $\mathcal{G}$  的邻接矩阵, 其中

$$\mathcal{A}_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j \\ 1, & (V_i, V_j) \in \mathcal{E} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

如果  $(V_j, V_i) \in \mathcal{E}$ , 则称  $V_j$  是  $V_i$  的邻居节点. 对于任意的  $i, j = 1, 2, \dots, N$ , 如果  $(V_j, V_i) \in \mathcal{E}$  和  $(V_i, V_j) \in \mathcal{E}$  同时成立, 则称图  $\mathcal{G}$  是无向图; 反之, 则称图  $\mathcal{G}$  是有向图.

矩阵  $\mathcal{L} = [\mathcal{L}_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  表示图  $\mathcal{G}$  的 Laplacian 矩阵, 其中

$$\mathcal{L}_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^N \mathcal{A}_{ij}, & i = j \\ -\mathcal{A}_{ij}, & i \neq j \end{cases}$$

显然, 无向图的 Laplacian 矩阵是对称矩阵. 更多图论的内容, 诸如连通图、图的路以及图的生成树等等, 读者可以参考图论的有关文献.

考虑具有  $N$  个节点的多智能体系统, 假设第  $i$  个智能体具有如下动态:

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) + Ff_i(t) + Ed_i(t) \quad (1)$$

$$y_i(t) = Cx_i(t) \quad (2)$$

其中,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $x_i(t) \in \mathbf{R}^n$ ,  $u_i(t) \in \mathbf{R}^{n_u}$ ,  $y_i(t) \in \mathbf{R}^{n_y}$  分别表示第  $i$  个智能体的状态、输入和输出.  $f_i(t) \in \mathbf{R}^{n_f}$  表示相应的故障向量.  $d_i(t) \in \mathbf{R}^{n_d}$  表示外部干扰, 本文假设干扰满足  $d_i(t) \in L[0, \infty)$ .  $A, B, F, E, C$  是已知实矩阵.

本文的主要目标是设计观测器同时估计系统状态  $x(t)$  和故障  $f(t)$ , 同时抑制干扰对估计结果的影响.

需要指出的是, 在一些已有的观测器设计方法中, 往往要求系统满足观测器匹配条件或满足严格正实条件, 即要求矩阵  $CF$  是列满秩矩阵, 或者要求存在矩阵  $K$ , 使得传递函数  $G(s) = C(sI - (A - KC))^{-1}F$  是严格正实函数<sup>[19-22]</sup>. 事实上, 严格正实条件是  $CF$  列满秩的充分不必要条件<sup>[23]</sup>. 在本文中, 并不要求系统满足观测器匹配条件和严格正实条件. 作者在第 4 节中给出的算例中验证了这一问题.

首先给出以下引理:

**引理 1**<sup>[28]</sup>. 矩阵  $A$  的全部特征根都在给定的 LMI 区域  $D(q, r)$  内的充分必要条件是存在对称正定矩阵  $N$ , 使得以下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -rN & -qN + AN \\ * & -rN \end{bmatrix} < 0$$

其中,  $D(q, r)$  表示圆心在  $(-q, 0)$ , 半径为  $r$  的圆的内部.

## 2 中间观测器设计

定义中间变量  $\eta_i(t)$  满足

$$\eta_i(t) = f_i(t) - Sx_i(t) \quad (3)$$

其中,  $S$  是一个待设计的矩阵. 显然,

$$f_i(t) = \eta_i(t) + Sx_i(t)$$

不难计算中间变量的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i(t) &= \dot{f}_i(t) - S\dot{x}_i(t) = \\ & \dot{f}_i(t) - (SA + SFS)x_i(t) - SBu_i(t) - \\ & SF\eta_i(t) - SEd_i(t) \end{aligned} \quad (4)$$

结合式 (1)、(2)、(4), 本文考虑以下形式的中间观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) &= A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + F\hat{f}_i(t) + \\ & \rho_1 K_1 \zeta_{1i}(t) + \rho_2 K_2 \zeta_{2i}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}}_i(t) &= -SF\hat{\eta}_i(t) - (SA + SFS)\hat{x}_i(t) - \\ & SBu_i(t) + \rho_1 K_3 \zeta_{1i}(t) + \rho_2 K_4 \zeta_{2i}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{f}_i(t) = \hat{\eta}_i(t) + S\hat{x}_i(t) \quad (7)$$

其中,  $\hat{x}(t)$ ,  $\hat{\eta}(t)$  是观测器状态, 分别表示系统状态和中间变量的估计值,  $\hat{f}_i(t)$  表示故障的估计值.  $\zeta_{1i}(t)$  和  $\zeta_{2i}(t)$  定义为:

$$\zeta_{1i}(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{2i}(t) &= \sum_{j=1}^N \mathcal{A}_{ij} [(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) - \\ & (y_j(t) - \hat{y}_j(t))] \end{aligned} \quad (9)$$

这里  $\hat{y}_i(t) = C\hat{x}_i(t)$  表示第  $i$  个智能体的输出的估计值.  $\zeta_{1i}(t)$  和  $\zeta_{2i}(t)$  分别表示集中式输出估计误差和分布式输出估计误差,  $\rho_1$  和  $\rho_2$  表示它们的权重, 并且满足  $\rho_1 \geq 0$ ,  $\rho_2 \geq 0$ ,  $\rho_1 + \rho_2 = 1$ .  $K_1, K_2, K_3, K_4$  是观测器的增益矩阵.

**注 1.** 在观测器 (5) 和 (6) 中, 同时考虑了集中式输出估计误差  $\zeta_{1i}(t)$  和分布式输出估计误差  $\zeta_{2i}(t)$ . 不难发现, 如果  $\rho_1 = 1, \rho_2 = 0$ , 则观测器 (5) 和 (6) 是普通的分散式观测器; 如果  $\rho_1 = 0, \rho_2 = 1$ , 则观测器 (5) 和 (6) 是普通的分布式观测器. 显然每个智能体本身的输出估计误差可以被其直接获得, 并且不需要经过信息传递即可直接影响该智能体的估计结果. 因此, 和传统的分布式观测器相比, 本文在式 (5) 和 (6) 中考虑了  $\zeta_{1i}(t)$ , 其实质是增加了对相应智能体本身的输出估计误差的利用.

## 3 误差系统稳定性分析

### 3.1 建立误差系统

令  $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$ ,  $\tilde{\eta}_i(t) = \eta_i(t) - \hat{\eta}_i(t)$ ,  $\tilde{f}_i(t) = f_i(t) - \hat{f}_i(t)$ , 结合式 (1)、(4)~(6), 可以得到如下的估计误差动态:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - \dot{\hat{x}}_i(t) = \\ & A\tilde{x}_i(t) + F\tilde{f}_i(t) + Ed_i(t) - \\ & \rho_1 K_1 \zeta_{1i}(t) - \rho_2 K_2 \zeta_{2i}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}}_i(t) &= \dot{\eta}_i(t) - \dot{\hat{\eta}}_i(t) = -SF\tilde{\eta}_i(t) - \\ & (SA + SFS)\tilde{x}_i(t) - SEd_i(t) + \\ & \dot{f}_i(t) - \rho_1 K_3 \zeta_{1i}(t) - \rho_2 K_4 \zeta_{2i}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

同文献 [23, 25] 类似, 中间变量的参数  $S$  选为

$$S = \mu F^T \quad (12)$$

其中,  $\mu$  为根据经验选取的常数. 一般地说, 如果  $\mu$  值较大, 则收敛速度较快, 但是也容易造成超调量过大.

根据式 (3)、(7)、(12), 有

$$\tilde{f}_i(t) = \tilde{\eta}_i(t) + \mu F^T \tilde{x}_i(t) \quad (13)$$

将式 (8)、(9) 和式 (12)、(13) 代入式 (10)、(11), 有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= (A + \mu F F^T - \rho_1 K_1 C)\tilde{x}_i(t) + F\tilde{\eta}_i(t) - \\ & \rho_2 K_2 \sum_{j=1}^N \mathcal{A}_{ij} [(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) - \\ & (y_j(t) - \hat{y}_j(t))] + Ed_i(t) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}}_i(t) = & -\mu F^T F \tilde{\eta}_i(t) - [\mu F^T A + \mu^2 F^T F F^T + \\ & \rho_1 K_3 C] \tilde{x}_i(t) + \dot{f}(t) - \mu F^T E d_i(t) - \\ & \rho_2 K_4 \sum_{j=1}^N \mathcal{A}_{ij} [(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) - \\ & (y_j(t) - \hat{y}_j(t))] \end{aligned} \quad (15)$$

令  $\xi_i(t) = [\tilde{x}_i^T(t) \ \tilde{\eta}_i^T(t)]^T$ , 从而式 (14) 和 (15) 可以统一写为:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) = & (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) \xi_i(t) + E_1 \omega_i(t) - \\ & \rho_2 \bar{K}_2 \sum_{j=1}^N \mathcal{A}_{ij} [(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) - \\ & (y_j(t) - \hat{y}_j(t))] \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 = & \begin{bmatrix} A + \mu F F^T & F \\ -\mu F^T (A + \mu F F^T) & -\mu F^T F \end{bmatrix} \\ E_1 = & \begin{bmatrix} E & O_{n \times n_f} \\ -\mu F^T E & I_{n_f} \end{bmatrix}, \bar{K}_1 = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_3 \end{bmatrix} \\ \bar{K}_2 = & \begin{bmatrix} K_2 \\ K_4 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} C & O_{n_y \times n_f} \end{bmatrix}, \omega_i(t) = \begin{bmatrix} d_i(t) \\ \dot{f}_i(t) \end{bmatrix} \\ \text{令 } Y_i(t) = & [\tilde{x}_i^T(t) \ \tilde{f}_i^T(t)]^T, \text{ 根据式 (13),} \\ Y_i(t) = & \bar{C} \xi_i(t) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{其中, } \bar{C} = \begin{bmatrix} I_n & O_{n \times n_f} \\ \mu F^T & I_{n_f} \end{bmatrix}.$$

根据以上分析, 可以得到整个多智能体系统的误差动态如下:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) = & I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) \xi(t) - \\ & \mathcal{L} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1 \xi(t) + I_N \otimes E_1 \omega(t) \end{aligned} \quad (18)$$

$$Y(t) = I_N \otimes \bar{C} \xi(t) \quad (19)$$

其中

$$\xi(t) = [\xi_1^T(t), \xi_2^T(t), \dots, \xi_N^T(t)]^T$$

$$\omega(t) = [\omega_1^T(t), \omega_2^T(t), \dots, \omega_N^T(t)]^T$$

$$Y(t) = [Y_1^T(t), Y_2^T(t), \dots, Y_N^T(t)]^T$$

### 3.2 具有有向拓扑的多智能体系统

**定理 1.** 假设多智能体系统的通讯拓扑图是有向图, 并且包含一个生成树. 对于给定的常数  $\rho_1, \rho_2,$

$\mu, \gamma,$  如果存在对称正定矩阵  $P,$  矩阵  $Q,$  正实数  $\delta$  使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi - \lambda_{\min} \rho_2 \delta C_1^T C_1 & P E_1 \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

则误差系统 (18) 和 (19) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0, \quad \omega(t) = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^t Y^T(s) Y(s) ds < \gamma^2 \int_0^t \omega^T(s) \omega(s) ds, \quad \omega(t) \neq 0 \quad (22)$$

其中,  $\Phi = P A_1 + A_1^T P - \rho_1 Q_1 C_1 - \rho_1 C_1^T Q_1^T + \bar{C}^T \bar{C},$   $\lambda_{\min}$  是  $\mathcal{L}^T + \mathcal{L}$  的最小特征根. 观测器增益矩阵可以按照如下方式获得:  $\bar{K}_1 = P^{-1} Q, \bar{K}_2 = \delta P^{-1} C_1^T.$

**证明.** 选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \xi^T(t) (I_N \otimes P) \xi(t)$$

则 Lyapunov 函数的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \xi^T(t) [(I_N \otimes P) (I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1)) + \\ & (I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1))^T (I_N \otimes P)] \xi(t) - \\ & \xi^T(t) [(I_N \otimes P) (\mathcal{L} \otimes (\rho_2 \bar{K}_2 C_1)) + \\ & (\mathcal{L} \otimes (\rho_2 \bar{K}_2 C_1))^T (I_N \otimes P)] \xi(t) + \\ & 2 \xi^T(t) (I_N \otimes P) (I_N \otimes E_1) \omega(t) = \\ & \xi^T(t) [(I_N \otimes (P A_1 - \rho_1 Q_1 C_1)) + \\ & (I_N \otimes (A_1^T P - \rho_1 C_1^T Q_1^T))] \xi(t) - \\ & \xi^T(t) [(\mathcal{L}^T + \mathcal{L}) \otimes (\rho_2 \delta C_1^T C_1)] \xi(t) + \\ & 2 \xi^T(t) (I_N \otimes (P E_1)) \omega(t) \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $Q_1 = P \bar{K}_1, \bar{K}_2 = \delta P^{-1} C_1^T.$

令

$$J(t) = \dot{V}(t) + Y^T(t) Y(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) \quad (24)$$

在零初始条件, 可以证明如果  $J(t) < 0,$  则式 (21) 和 (22) 成立, 即误差系统 (18) 和 (19) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定.

一方面, 如果  $\omega(t) = 0,$  则  $J(t) < 0$  可以推出  $\dot{V}(t) + Y^T(t) Y(t) < 0,$  即  $\dot{V}(t) < -Y^T(t) Y(t).$  显然  $Y^T(t) Y(t) \geq 0,$  此时可得  $\dot{V}(t) < 0,$  即误差系统在  $\omega(t) = 0$  时渐近稳定.

另一方面, 考虑  $\omega(t) \neq 0$  的情况. 在零初始条件下, 由式 (24) 可以推出:

$$\begin{aligned} \int_0^t J(s) ds = & V(t) + \int_0^t Y^T(s) Y(s) ds - \\ & \gamma^2 \int_0^t \omega^T(s) \omega(s) ds \end{aligned} \quad (25)$$

显然  $J(t) < 0$  意味着  $\int_0^t J(s)ds < 0$ , 即

$$V(t) + \int_0^t Y^T(s)Y(s)ds - \gamma^2 \int_0^t \omega^T(s)\omega(s)ds < 0$$

又由于  $V(t) > 0$ , 所以有

$$\int_0^t Y^T(s)Y(s)ds < \gamma^2 \int_0^t \omega^T(s)\omega(s)ds$$

综上所述, 只需证明  $J(t) < 0$  即可.

事实上, 根据式 (19)、(23) 和 (24), 有

$$\begin{aligned} J(t) = & \xi^T(t)[(I_N \otimes (PA_1 - \rho_1 Q_1 C_1)) + \\ & (I_N \otimes (A_1^T P - \rho_1 C_1^T Q_1^T))]\xi(t) - \\ & \xi^T(t)[(\mathcal{L}^T + \mathcal{L}) \otimes (\rho_2 \delta C_1^T C_1)]\xi(t) + \\ & 2\xi^T(t)(I_N \otimes (PE_1))\omega(t) + \\ & \xi^T(t)[I_N \otimes (\bar{C}^T \bar{C})]\xi(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) = \\ & \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ * & \Psi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\Psi_{11} = I_N \otimes \Phi - (\mathcal{L}^T + \mathcal{L}) \otimes (\rho_2 \delta C_1^T C_1)$$

$$\Psi_{12} = I_N \otimes (PE_1), \Psi_{22} = -I_N \otimes \gamma^2 I_{n_d+n_f}$$

$$\Phi = PA_1 + A_1^T P - \rho_1 Q_1 C_1 - \rho_1 C_1^T Q_1^T + \bar{C}^T \bar{C}$$

显然, 如果

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ * & \Psi_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

则  $J(t) < 0$ .

注意到矩阵  $\mathcal{L}^T + \mathcal{L}$  是对称矩阵. 根据矩阵 Schur 分解理论, 存在正交矩阵  $H$  使得

$$H^T(\mathcal{L}^T + \mathcal{L})H = \Lambda \quad (28)$$

其中,  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ ,  $\lambda_i$  是  $\mathcal{L}^T + \mathcal{L}$  的特征根.

由于  $H$  是正交矩阵, 所以  $H^T H = I$ . 不等式 (27) 左右两边分别左乘、右乘以下矩阵:

$$\begin{bmatrix} H^T \otimes I_{n+n_f} & O \\ O & H^T \otimes I_{n_d+n_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \otimes I_{n+n_f} & O \\ O & H \otimes I_{n_d+n_f} \end{bmatrix}$$

则有:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{11} & \bar{\Psi}_{12} \\ * & \bar{\Psi}_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

其中,  $\bar{\Psi}_{11} = I_N \otimes \Phi - \Lambda \otimes (\rho_2 \delta C_1^T C_1)$ .

注意到  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$  是对角矩阵, 所以通过适当的行列变换, 式 (29) 成立当且仅当对于任意的  $i = 1, 2, \dots, N$ , 以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi - \lambda_i \rho_2 \delta C_1^T C_1 & PE_1 \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

因为  $\rho_2 \geq 0, \delta > 0$ , 所以  $\rho_2 \delta C_1^T C_1 \geq 0$ , 从而以下不等式成立:

$$\Phi - \lambda_i \rho_2 \delta C_1^T C_1 \leq \Phi - \lambda_{\min} \rho_2 \delta C_1^T C_1$$

其中,  $\lambda_{\min} = \min\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$  表示  $\mathcal{L}^T + \mathcal{L}$  的最小特征根.

显然, 如果不等式 (20) 成立, 意味着对于任意的  $i = 1, 2, \dots, N$ , 不等式 (30) 成立, 即  $J(t) < 0$ .

综上所述, 如果不等式 (20) 成立, 则误差系统 (18) 和 (19) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定.  $\square$

注意到在定理 1 中, 仅需要有向图包含生成树. 换言之, 即使有向图不是强连通的, 该方法同样可以适用. 作者在在第 4 节中给出的算例验证了这一问题.

**注 2.** 中间观测器设计方法最早由文献 [23] 提出; 在文献 [25] 中, 该方法被用于解决分布式故障估计问题. 值得指出的是, 在传统的中间观测器设计方案中, 中间观测器中只包含一个设计参数. 而这个参数被选取为  $S = \mu F^T$ , 其中  $F$  是故障的分布矩阵,  $\mu$  是一个人为选定的常参数. 这限定了观测器参数矩阵的结构. 本文在对中间变量的估计中, 增加了输出估计误差的反馈项, 改进了估计性能. 另外, 在文献 [25] 的结果中, 作者选择的 Lyapunov 矩阵为  $I_N \otimes P$ , 并且要求  $P$  具有对角结构. 这一限制带来了一定的保守性. 相比而言, 在本文中, 可以选择任意结构的正定矩阵  $P$ , 这样降低了保守性.

**注 3.** 文献 [24–25] 研究了分布式故障估计的问题. 在文献 [24–25] 中, 作者要求智能体之间的通讯拓扑必须是无向图. 定理 1 研究了具有有向通讯拓扑的多智能体系统的故障估计问题. 由于无向图可以看成是有向图的一种特例, 所以定理 1 的方法可以应用到具有无向通讯拓扑的多智能体系统.

**注 4.** 文献 [26–27] 研究了具有有向通讯拓扑的多智能体系统的故障估计问题. 在文献 [26–27] 的方法中, 为了计算观测器的增益矩阵, 需要求解一个高阶的 LMI. 在文献 [26–27] 中, LMI 的维数分别为  $N(n + 3n_f + n_d)$  和  $N(n + n_f)$ , 其中  $N$  为多智能体系统中智能体数目,  $n, n_f, n_d$  分别表示每个智能体中状态、故障和干扰的维数. 在这些方法中, 随着智能体数目的增加, LMI 的维数会急剧增

加. 在本文方法中, 通过矩阵的 Schur 分解, 在计算观测器增益矩阵时, 降低了相应的 LMI 的维数. 在定理 1 中, 根据  $\Phi$ ,  $C_1$  和  $E_1$  的定义, 可以发现  $\Phi \in \mathbf{R}^{(n+n_f) \times (n+n_f)}$ ,  $PE_1 \in \mathbf{R}^{(n+n_f) \times (n_d+n_f)}$ , 从而 LMI (20) 的维数为  $n + 2n_f + n_d$ . 显然, 本文方法中 LMI 的维数与智能体数目无关. 换言之, 即使智能体数目不断增加, 应用本文方法, 计算量不会增加.

### 3.3 具有无向拓扑的多智能体系统

由于无向图可以看成是有向图的特例, 所以定理 1 的方法可以应用于无向拓扑连接的多智能体系统. 注意到无向图的 Laplacian 矩阵  $\mathcal{L}$  是对称矩阵, 本节利用这一性质, 针对无向拓扑连接的多智能体系统, 给出一种保守性更小的方法.

由于  $\mathcal{L}$  是对称矩阵, 根据矩阵 Schur 分解理论, 存在矩阵  $\bar{H}$ , 满足

$$\bar{H}^T \mathcal{L} \bar{H} = \bar{\Lambda} \quad (31)$$

其中,  $\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_N\}$ ,  $\bar{\lambda}_i$  是  $\mathcal{L}$  的特征根, 矩阵  $\bar{H}$  是正交矩阵, 即  $\bar{H}^T \bar{H} = I_N$ .

定义坐标变换

$$e(t) = (\bar{H}^T \otimes I_{n+f}) \xi(t)$$

$$\bar{\omega}(t) = (\bar{H}^T \otimes I_{n_d+f}) \omega(t)$$

则误差系统 (18) 和 (19) 可以写成:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) e(t) - \\ &\quad \bar{\Lambda} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1 e(t) + I_N \otimes E_1 \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (32)$$

$$Y(t) = \bar{H} \otimes \bar{C} e(t) \quad (33)$$

**定理 2.** 假设多智能体系统的拓扑连接是无向图. 对于给定的常数  $\rho_1, \rho_2, \mu, \gamma$ , 如果存在对称正定矩阵  $P$ , 矩阵  $Q_1, Q_2$ , 使得对于  $j = 1, 2$ , 以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi - \check{\lambda}_j \rho_2 (Q_2 C_1 + C_1^T Q_2^T) & PE_1 \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} -rP & PA_1 - \rho_1 Q_1 C_1 - \check{\lambda}_j \rho_2 Q_2 C_1 - qP \\ * & -r\bar{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (35)$$

则误差系统 (32) 和 (33) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \bar{\omega}(t) = 0 \quad (36)$$

$$\int_0^t Y^T(s) Y(s) ds < \gamma^2 \int_0^t \bar{\omega}^T(s) \bar{\omega}(s) ds, \quad \bar{\omega}(t) \neq 0 \quad (37)$$

并且  $I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) - \bar{\Lambda} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1$  的特征根在 LMI 区域  $D(q, r)$  内. 其中  $\check{\lambda}_1, \check{\lambda}_2$  分别表示  $\mathcal{L}$  的最小、最大特征根.  $\Phi = PA_1 + A_1^T P - \rho_1 Q_1 C_1 - \rho_1 C_1^T Q_1^T + \bar{C}^T \bar{C}$ ,  $D(q, r)$  表示圆心在  $(-q, 0)$ , 半径为  $r$  的圆的内部. 观测器增益矩阵可以按照如下方式获得:  $\bar{K}_1 = P^{-1} Q_1, \bar{K}_2 = P^{-1} Q_2$ .

**证明.** 选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t) = e^T(t) (I_N \otimes P) e(t)$$

可以计算 Lyapunov 函数的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e^T(t) [(I_N \otimes P) (I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1)) + \\ &\quad (I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1))^T (I_N \otimes P)] e(t) - \\ &\quad e^T(t) [(I_N \otimes P) (\bar{\Lambda} \otimes (\rho_2 \bar{K}_2 C_1)) + \\ &\quad (\bar{\Lambda} \otimes (\rho_2 \bar{K}_2 C_1))^T (I_N \otimes P)] e(t) + \\ &\quad 2e^T(t) (I_N \otimes P) (I_N \otimes E_1) \bar{\omega}(t) = \\ &\quad e^T(t) [(I_N \otimes (PA_1 - \rho_1 Q_1 C_1)) + \\ &\quad (I_N \otimes (A_1^T P - \rho_1 C_1^T Q_1^T))] e(t) - \\ &\quad e^T(t) [\bar{\Lambda} \otimes (\rho_2 Q_2 C_1 + \rho_2 C_1^T Q_2^T)] e(t) + \\ &\quad 2e^T(t) (I_N \otimes (PE_1)) \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (38)$$

其中,  $Q_1 = P \bar{K}_1, Q_2 = P \bar{K}_2$ .

令

$$J(t) = \dot{V}(t) + Y^T(t) Y(t) - \gamma^2 \bar{\omega}^T(t) \bar{\omega}(t) \quad (39)$$

同定理 1 类似, 如果  $J(t) < 0$ , 则式 (36) 和 (37) 成立, 即误差系统 (32) 和 (33) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定. 结合式 (38) 和 (39) 可得

$$\begin{aligned} J(t) &= e^T(t) [(I_N \otimes (PA_1 - \rho_1 Q_1 C_1)) + \\ &\quad (I_N \otimes (A_1^T P - \rho_1 C_1^T Q_1^T))] e(t) - \\ &\quad e^T(t) [\bar{\Lambda} \otimes (\rho_2 Q_2 C_1 + \rho_2 C_1^T Q_2^T)] e(t) + \\ &\quad 2e^T(t) (I_N \otimes (PE_1)) \bar{\omega}(t) + \\ &\quad e^T(t) [I_N \otimes (\bar{C}^T \bar{C})] e(t) - \gamma^2 \bar{\omega}^T(t) \bar{\omega}(t) = \\ &\quad \begin{bmatrix} e(t) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{11} & \bar{\Psi}_{12} \\ * & \bar{\Psi}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

其中,  $\bar{\Psi}_{11} = I_N \otimes \Phi - \bar{\Lambda} \otimes (\rho_2 Q_2 C_1 + \rho_2 C_1^T Q_2^T)$ ,  $\bar{\Psi}_{12} = I_N \otimes (PE_1)$ ,  $\bar{\Psi}_{22} = -I_N \otimes \gamma^2 I_{n_d+n_f}$ ,  $\Phi = PA_1 + A_1^T P - \rho_1 Q_1 C_1 - \rho_1 C_1^T Q_1^T + \bar{C}^T \bar{C}$ .

显然, 如果

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{11} & \bar{\Psi}_{12} \\ * & \bar{\Psi}_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (41)$$

成立, 则  $J(t) < 0$ .

因为  $\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_N\}$ ,  $\bar{\lambda}_i$  是  $\mathcal{L}$  的特征根, 所以式 (41) 等价于对于任意的  $i = 1, 2, \dots, N$ , 以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi - \bar{\lambda}_i \rho_2 (Q_2 C_1 + C_1^T Q_2^T) & P E_1 \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (42)$$

根据文献 [25] 的注释 2, 如果对于  $j = 1, 2$ , 不等式 (34) 成立, 则不等式 (42) 成立, 即  $J(t) < 0$ . 从而, 误差系统 (32) 和 (33) 在给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  下渐近稳定.

以下考虑区域极点配置条件.

根据引理 1, 如果存在对称正定矩阵  $N$ , 使得以下 LMI 成立:

$$\begin{bmatrix} -r I_N \otimes N & \varphi(I_N \otimes N) - q I_N \otimes N \\ * & -r I_N \otimes N \end{bmatrix} < 0 \quad (43)$$

则矩阵  $I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) - \bar{\Lambda} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1$  的特征根在 LMI 区域  $D(q, r)$  内, 其中  $\varphi = I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) - \bar{\Lambda} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1$ .

同稳定性分析情况类似, 不等式 (43) 等价于对任意的  $i = 1, 2, \dots, N$ , 以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -r N & \check{A}_1 N - \bar{\lambda}_i \rho_2 \bar{K}_2 C_1 N - q N \\ * & -r N \end{bmatrix} < 0 \quad (44)$$

其中,  $\check{A}_1 = A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1$ .

令  $P = N^{-1}$ . 在不等式 (44) 左右两边同时左乘  $\begin{bmatrix} P & O \\ * & P \end{bmatrix}$ , 右乘  $\begin{bmatrix} P & O \\ * & P \end{bmatrix}$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} -r P & P A_1 - \rho_1 Q_1 C_1 - \bar{\lambda}_i \rho_2 Q_2 C_1 - q P \\ * & -r P \end{bmatrix} < 0 \quad (45)$$

显然, 如果不等式 (35) 成立, 则线性矩阵不等式 (45) 是可行的, 即  $I_N \otimes (A_1 - \rho_1 \bar{K}_1 C_1) - \bar{\Lambda} \otimes \rho_2 \bar{K}_2 C_1$  的特征根在 LMI 区域  $D(q, r)$  内.  $\square$

和定理 1 相比, 由于在 LMI 中引入了参数矩阵  $Q_2$ , 所以可以获得保守性更小的结论. 注意到在定理 2 的证明中, 利用了 Laplacian 矩阵的对称性, 从而定理 2 不能应用于多智能体系统的通讯拓扑是有向图的情况.

**注 5.** 在定理 1 和定理 2 中, 最优  $H_\infty$  性能指标可以按照如下方式求得:

$$\begin{aligned} \min & \quad \gamma \\ \text{s. t.} & \quad (20) \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} \min & \quad \gamma \\ \text{s. t.} & \quad (34), (35) \end{aligned}$$

### 4 仿真算例

在本节中, 通过两个算例验证本文所提方法的有效性.

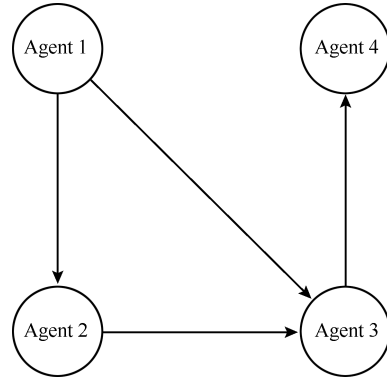


图 1 多智能体系统通讯拓扑

Fig. 1 The communication graph of the multi-agent systems

**例 1.** 考虑 4 个飞行器按照如图 1 所示拓扑连接构成的多智能体系统. 图 1 的邻接矩阵和 Laplacian 矩阵分别为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

注意到在本例中, 通讯拓扑包含一个生成树, 但是不是强连通的. 同文献 [27] 类似, 每个飞行器均被建模成系统 (1) 和 (2), 其中系统的参数矩阵  $A, B, C$  可参见文献 [27]. 假设干扰和故障的分布矩阵分别为:  $E = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$ ,  $F = [-1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ , 并且智能体受到干扰  $d_i(t)$  的影响:  $d_i(t) = 2e^{-2t}(\bar{d}(t) + \cos(0.5t))$ , 其中  $\bar{d}(t)$  表示  $[0, 2]$  上的随机扰动. 假设智能体 4 没有发生故障, 其他智能体分别发生以下故障:

$$f_1 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ 2 - e^{-t+10}, & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

$$f_2 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ 2, & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

$$f_3 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ \sin(0.5t - 1) + \cos(0.2t + 1), & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

选择集中式输出估计误差和分布式输出估计的误差权重分别为  $\rho_1 = 0.5, \rho_2 = 0.5$ , 式 (12) 中的中间观测器参数  $\mu = 6, H_\infty$  性能指标  $\gamma = 0.7071$ . 根据定理 1, 不难计算出观测器的参数矩阵.

图 2 和图 3 表示根据定理 1 得到的估计结果. 其中图 2 表示智能体 3 的真实状态及其估计. 事实上, 关于智能体 1, 2, 4, 可以得到类似的估计结果, 限于篇幅, 这里只列出了智能体 3 的状态. 图 3 表示观测器对不同智能体上的故障的估计. 这里由于智能体 4 没有发生故障, 所以相应的估计曲线趋近于 0.

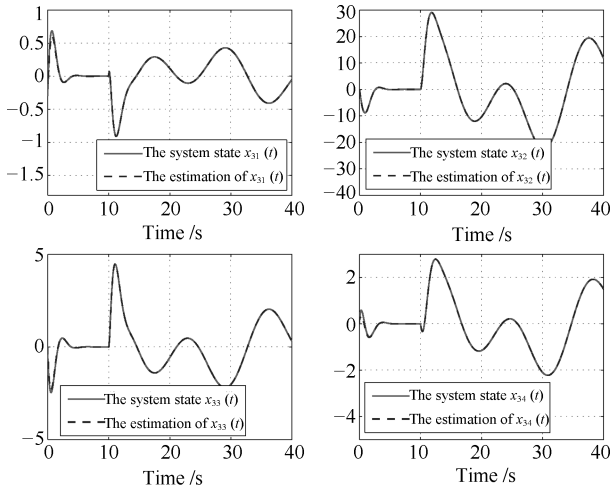


图 2 智能体 3 的状态及其估计

Fig. 2 The system states of agent 3 and their estimations

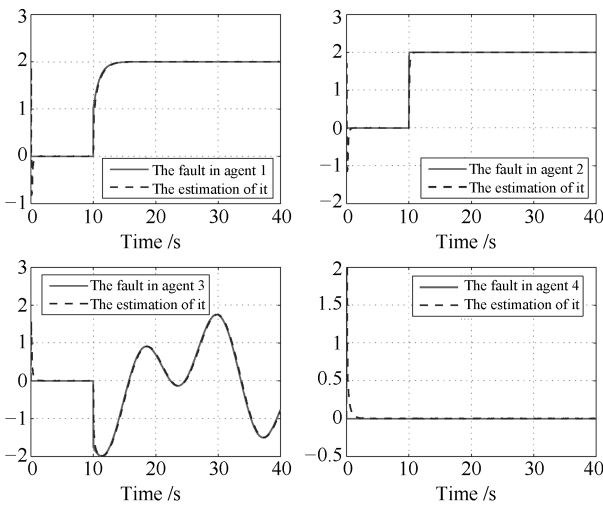


图 3 多智能体系统中的故障及其估计

Fig. 3 The faults in the multi-agent systems and their estimations

在图 4 中, 通过对比, 说明了本文所提出的中间观测器的优越性. 在图 4 中, 虚线表示根据文献 [18], 利用传统的比例积分观测器得到的故障估计误

差曲线, 实线表示用本文提出的中间观测器方法得到的故障估计误差曲线. 在本例中, 智能体 1, 2, 3 在  $t = 10\text{s}$  时发生故障. 根据图 4 可以看出, 本文所设计的中间观测器, 在  $t = 11\text{s}$  时可以估计系统中发生的故障. 而根据文献 [18] 的方法, 在  $12\text{s} \sim 13\text{s}$  时才能获得类似的结果. 另外, 从对智能体 3 的故障估计结果看, 本文方法具有更小的稳态误差.

为了验证所设计的观测器的  $H_\infty$  性能, 在图 5 中, 作者绘制了关于  $\sqrt{\frac{\int_0^t Y^T(s)Y(s)ds}{\int_0^t \bar{\omega}^T(s)\bar{\omega}(s)ds}}$  的曲线. 从中不难发现, 相应的比值小于给定的  $H_\infty$  性能指标  $\gamma = 0.7071$ .

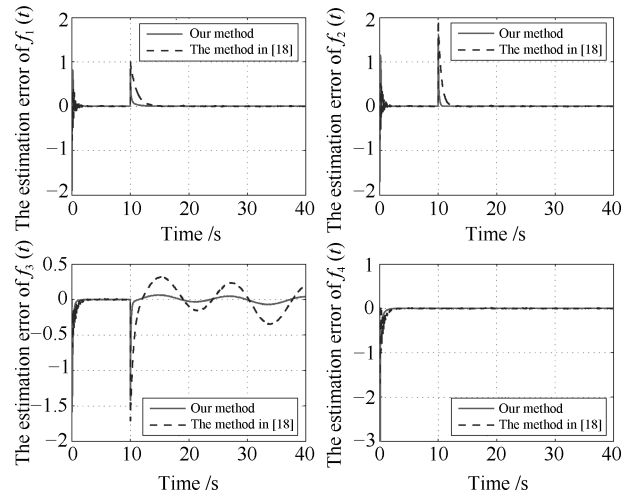


图 4 故障估计误差

Fig. 4 The estimation errors

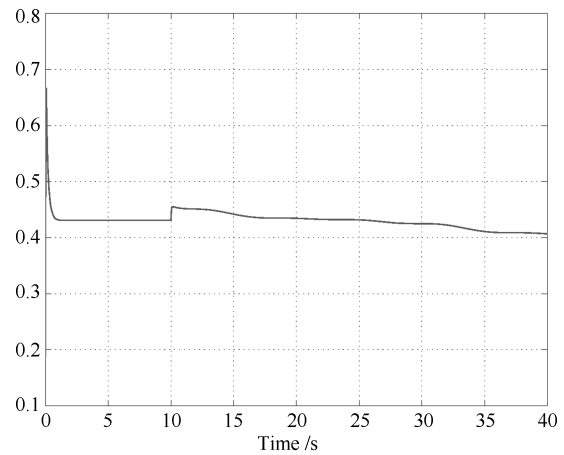


图 5  $\sqrt{\frac{\int_0^t Y^T(s)Y(s)ds}{\int_0^t \bar{\omega}^T(s)\bar{\omega}(s)ds}}$  的比值

Fig. 5 The ratio of  $\sqrt{\frac{\int_0^t Y^T(s)Y(s)ds}{\int_0^t \bar{\omega}^T(s)\bar{\omega}(s)ds}}$

**例 2.** 在本例中, 考虑由 4 个智能体组成的多智能体系统. 假设智能体之间的拓扑图是如图 6 所示的无向图. 图 6 的邻接矩阵和 Laplacian 矩阵分别



为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

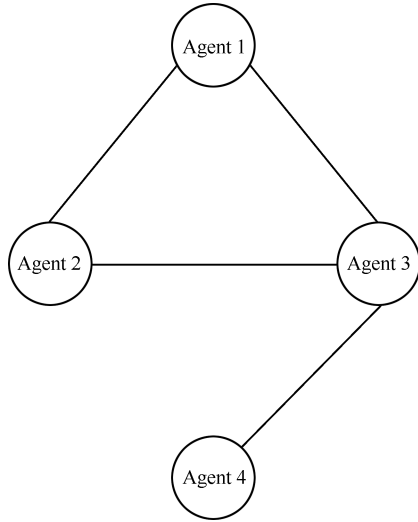


图 6 多智能体系统通讯拓扑  
Fig. 6 The communication graph of the multi-agent systems

假设每个智能体的动态具有式 (1) 和式 (2) 的形式, 其中具体参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$d_i(t)$  表示  $[-2, 2]$  上的随机干扰. 假设智能体 3 没有发生故障, 智能体 1, 2, 4 分别发生如下的故障:

$$f_1 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ 0.5 \sin(0.3(t-1)), & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

$$f_2 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ 2 - e^{-2t+20}, & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

$$f_4 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ 3, & 10 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

注意到本例中  $CF = [0 \ 0 \ 0]^T$ , 即  $\text{rank}(CF) = 0$ . 从而不满足观测器匹配条件, 这样文献 [19-22] 的方法不能直接应用于本例.

选择集中式输出估计误差和分布式输出估计误差的权重为  $\rho_1 = 0.5, \rho_2 = 0.5$ , 式 (12) 中的中间观测器参数  $\mu = 1.2$ . 由于多智能体系统的拓扑图是无向图, 所以可以利用定理 2 来求解观测器参数矩阵. 选择 LMI 区域为  $D(-8, 5)$ , 根据定理 2, 可以计算出观测器参数矩阵如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -6.8128 & 3.1262 & 11.1474 \\ 29.2048 & 21.8542 & -30.5409 \\ -10.0133 & 40.6352 & -16.8099 \\ -4.7483 & 11.8042 & 2.7834 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.8357 & 1.6714 & -3.3428 \\ 2.2076 & -4.4152 & 8.8304 \\ 0.1810 & -0.3621 & 0.7241 \\ -0.1761 & 0.3522 & -0.7043 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 41.9313 & -2.0580 & -28.9906 \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 2.7315 & -5.4631 & 10.9261 \end{bmatrix}$$

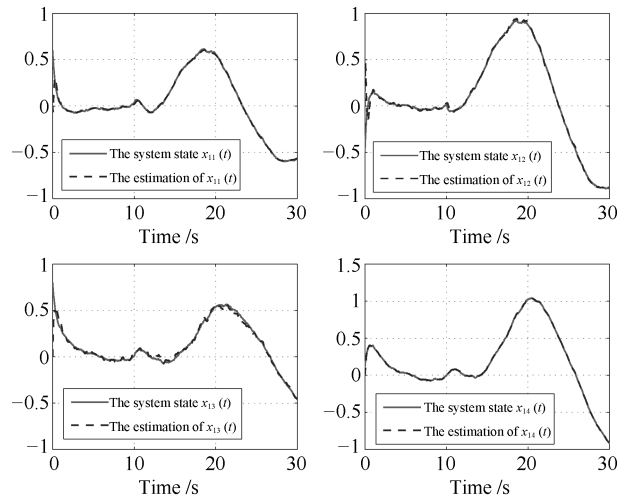


图 7 智能体 1 的状态及其估计  
Fig. 7 The system states of agent 1 and their estimations

图 7 和图 8 表明相应的估计结果. 图 7 表示智能体 1 的状态曲线和相应的状态估计曲线. 其中实线表示智能体 1 的真实状态, 虚线是其估计. 事实上, 关于智能体 2, 3, 4 的状态曲线及其估计曲线同样可以画出, 只是限于篇幅, 此处从略. 图 8 中, 实线表示每个智能体上发生的故障, 曲线代表相应的估计曲线. 其中智能体 3 没有发生故障, 所以相应的估计曲线收敛到 0. 本例中, 在  $t = 10\text{s}$  时, 智能体

1, 2, 4 发生故障. 从图 8 可以看出, 所设计的中间观测器在  $t = 11$  s, 时可以估计系统中发生的故障.

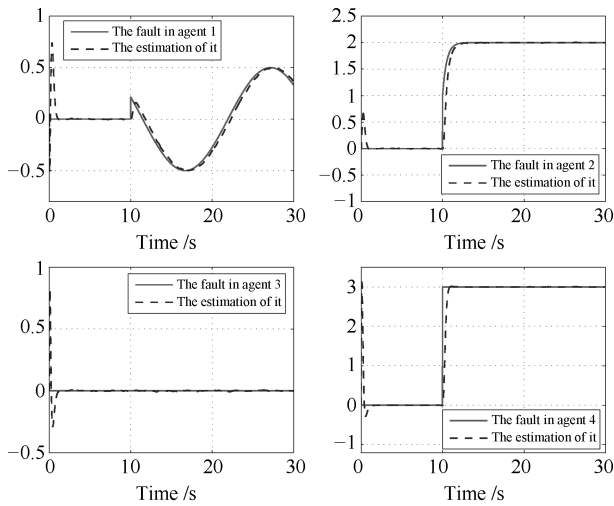


图 8 多智能体系统中的故障及其估计

Fig. 8 The faults in the multi-agent systems and their estimations

## 5 结论

论文研究了多智能体系统的故障估计问题. 通过设计中间观测器, 可以同时估计系统的状态和故障. 本文所提出的观测器, 可以应用于观测器匹配条件和严格正实条件不满足的系统. 在观测器的设计过程中, 同时考虑了集中式输出估计误差和分布式输出估计误差. 针对具有有向通讯拓扑连通的多智能体系统, 通过求解线性矩阵不等式, 给出了观测器参数矩阵的计算方法. 和已有结果相比, 本文所求解的 LMI 的维数与多智能体系统中智能体的数目无关. 这意味着随着智能体数目的增加, 该方法的计算量不会改变. 针对具有无向通讯拓扑的多智能体系统, 利用 Laplacian 矩阵的对称性, 得到了保守性更小的结果. 最后两个仿真算例表明了本文方法的有效性.

## References

- Huang J, Fang H, Dou L H, Chen J. An overview of distributed high-order multi-agent coordination. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2014, **1**(1): 1–9
- Zhang H G, Liang H J, Wang Z S, Feng T. Optimal output regulation for heterogeneous multiagent systems via adaptive dynamic programming. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, **28**(1): 18–29
- Tang Yu-Tao, Hong Yi-Guang. Hierarchical distributed control design for multi-agent systems using approximate simulation. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 868–874 (唐于涛, 洪奕光. 基于近似模拟的多智能体系统分布式层次控制设计. *自动化学报*, 2013, **39**(6): 868–874)
- Wang Z, He M, Zheng T, Fan Z L, Liu G B. Guaranteed cost consensus for high-dimensional multi-agent systems with time-varying delays. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2018, **5**(1): 181–189
- Xu Yao-Jin, Tian Yu-Ping. A survey of linear and nonlinear consensus problems in multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2014, **31**(7): 837–849 (许耀斌, 田玉平. 线性及非线性一致性问题综述. *控制理论与应用*, 2014, **31**(7): 837–849)
- Wu Y M, Wang Z S, Ding S B, Zhang H G. Leader-follower consensus of multi-agent systems in directed networks with actuator faults. *Neurocomputing*, 2018, **275**: 1177–1185
- Chen J, Patton R J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Zhou Dong-Hua, Liu Yang, He Xiao. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1933–1943 (周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述. *自动化学报*, 2013, **39**(11): 1933–1943)
- Yan Rong-Yi, He Xiao, Zhou Dong-Hua. Robust diagnosis of intermittent faults for linear stochastic systems subject to time-varying perturbations. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(7): 1004–1013 (鄢居易, 何潇, 周东华. 一类存在参数摄动的线性随机系统的鲁棒间歇故障诊断方法. *自动化学报*, 2016, **42**(7): 1004–1013)
- Ding S X. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms and Tools*. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- Teixeira A, Shames I, Sandberg H, Johansson K H. Distributed fault detection and isolation resilient to network model uncertainties. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, **44**(11): 2024–2037
- Liu X H, Gao X W, Han J. Observer-based fault detection for high-order nonlinear multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, **353**(1): 72–94
- Davoodi M R, Khorasani K, Talebi H A, Momeni H R. Distributed fault detection and isolation filter design for a network of heterogeneous multiagent systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, **22**(3): 1061–1069
- Jiang Y L, Liu J C, Wang S Q. A consensus-based multi-agent approach for estimation in robust fault detection. *ISA Transactions*, 2014, **53**(5): 1562–1568
- Davoodi M, Meskin N, Khorasani K. Simultaneous fault detection and consensus control design for a network of multi-agent systems. *Automatica*, 2016, **66**: 185–194
- Chen G, Song Y D. Fault-tolerant output synchronisation control of multi-vehicle systems. *IET Control Theory & Applications*, 2014, **8**(8): 574–584
- Qiu Ai-Bing, Ji Hong-Gang, Gu Ju-Ping. Optimal integrated design of time-varying fault estimation and accommodation for nonuniformly sampled data systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1493–1504 (邱爱兵, 吉虹钢, 顾菊平. 非均匀采样数据系统时变故障估计与调节最优集成设计. *自动化学报*, 2014, **40**(7): 1493–1504)

- 18 Youssef T, Chadli M, Karimi H R, Wang R. Actuator and sensor faults estimation based on proportional integral observer for T-S fuzzy model. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, **354**(6): 2524–2542
- 19 Zhang J, Swain A K, Nguang S K. Robust sensor fault estimation scheme for satellite attitude control systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, **350**(9): 2581–2604
- 20 Yin S, Gao H J, Qiu J B, Kaynak O. Descriptor reduced-order sliding mode observers design for switched systems with sensor and actuator faults. *Automatica*, 2017, **76**: 282–292
- 21 Zhang K, Jiang B, Shi P. Fast fault estimation and accommodation for dynamical systems. *IET Control Theory & Applications*, 2009, **3**(2): 189–199
- 22 Zhang K, Jiang B, Shumsky A. A new criterion of fault estimation for neutral delay systems using adaptive observer. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(1): 85–91
- 23 Zhu J W, Yang G H, Wang H, Wang F L. Fault estimation for a class of nonlinear systems based on intermediate estimator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(9): 2518–2524
- 24 Menon P P, Edwards C. Robust fault estimation using relative information in linear multi-agent networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(2): 477–482
- 25 Zhu J W, Yang G H. Robust distributed fault estimation for a network of dynamical systems. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018, **5**(1): 14–22
- 26 Zhang K, Jiang B, Cocquempot V. Adaptive technique-based distributed fault estimation observer design for multi-agent systems with directed graphs. *IET Control Theory & Applications*, 2015, **9**(18): 2619–2625
- 27 Zhang K, Jiang B, Shi P. Adjustable parameter-based distributed fault estimation observer design for multiagent systems with directed graphs. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **47**(2): 306–314
- 28 Yu Li. *Robust Control: A Linear Matrix Inequality Approach*. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.  
(俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法. 北京: 清华大学出版社, 2002.)



**刘秀华** 鲁东大学数学与统计科学学院讲师. 2018 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为多智能体系统, 分布式故障检测、故障估计.

E-mail: zhunixingfu\_ok123@163.com

(**LIU Xiu-Hua** Lecturer at the School of Mathematics and Statistics

Science, Ludong University. She received her Ph.D. degree in control theory and control engineering from Northeastern University in 2018. Her research interest covers multi-agent system, distributed fault detection and estimation.)



**韩建** 鲁东大学数学与统计科学学院副教授. 2017 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为故障检测, 故障估计, 容错控制. 本文通信作者.

E-mail: hanjian1024@163.com

(**HAN Jian** Associate professor at the School of Mathematics and Statistics

Science, Ludong University. He received his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Northeastern University in 2017. His research interest covers fault detection, fault estimation, and fault-tolerant control. Corresponding author of this paper.)



**魏新江** 鲁东大学数学与统计科学学院教授. 2009 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制, 非线性控制, 模糊控制.

E-mail: weixinjiang@163.com

(**WEI Xin-Jiang** Professor at the School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University. He

received his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Northeastern University in 2009. His research interest covers robust control, nonlinear control, and fuzzy control.)