

# 基于 ET-PHD 的自适应联合跟踪与分类算法

樊鹏飞<sup>1</sup> 李鸿艳<sup>1</sup>

**摘要** 针对新生目标强度先验未知的扩展目标 (Extended target, ET) 联合跟踪与分类 (Joint tracking and classification, JTC) 问题, 提出一种基于扩展目标概率假设密度 (Extended target-probability hypothesis density, ET-PHD) 滤波器的自适应联合跟踪与分类算法, 并给出其高斯混合实现方法. 算法利用量测信息生成新生目标强度, 在滤波预测阶段对存活目标和新生目标分别按照其类别进行传播, 再引入属性量测信息, 用位置和属性的联合量测似然函数代替单目标位置似然函数, 对预测后所有目标强度进行联合更新, 之后按照类别进行高斯项的删减与合并, 提取相应类别目标的状态集. 仿真结果表明, 提出的自适应算法改进了概率假设密度滤波器在扩展目标跟踪中的性能.

**关键词** 扩展目标, 联合跟踪与分类, 新生目标强度, 概率假设密度

**引用格式** 樊鹏飞, 李鸿艳. 基于 ET-PHD 的自适应联合跟踪与分类算法. 自动化学报, 2019, 45(2): 349–359

**DOI** 10.16383/j.aas.2018.c170371

## Adaptive Joint Tracking and Classification Algorithm Using ET-PHD Filter

FAN Peng-Fei<sup>1</sup> LI Hong-Yan<sup>1</sup>

**Abstract** For joint tracking and classification (JTC) of extended targets and unknown target birth intensity, an adaptive algorithm based on the extended target probability hypothesis density (ET-PHD) filter is proposed with the Gaussian mixture implementation. The main idea is to approximate the birth intensity by using received measurements, and in the prediction stage the persistent and the newborn targets are distinguished to propagate according to their classes. Then the target classification information is integrated into the update stage and the combined measurement likelihood is used to substitute the single target position likelihood. A joint update is implemented by all predicted posterior intensities and then the Gaussian mixture components are pruned and merged according to their classes to characterize corresponding target state sets. Simulation results show that the adaptive algorithm can improve the performance of probability hypothesis density filter in the extended target tracking.

**Key words** Extended target (ET), joint tracking and classification (JTC), target birth intensity, probability hypothesis density (PHD)

**Citation** Fan Peng-Fei, Li Hong-Yan. Adaptive joint tracking and classification algorithm using ET-PHD filter. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(2): 349–359

目标的跟踪与分类问题已经成为监视系统中两个重要的组成部分, 联合跟踪与分类 (Joint tracking and classification, JTC) 技术将这两个问题放在统一的框架下进行研究<sup>[1]</sup>. 采用 JTC 技术带来的裨益是充分利用跟踪器和分类器的耦合性, 同时有效地提高目标的跟踪精度和识别能力. 随着观测传感器分辨率的提高, 现代传感器可以获得一个目标的多个观测点, 这些观测点不仅包含了目标的运动学信息, 同时还提供了目标的形态信息, 目标在这种情况下被称作扩展目标 (Extended target, ET)<sup>[2]</sup>. 近

年来, 扩展目标跟踪已有了大量研究成果, 然而对于扩展目标的联合跟踪与分类问题却鲜有研究. Lan 等<sup>[3]</sup> 将形态信息作为属性信息, 在随机矩阵框架下实现了对椭圆扩展目标的联合跟踪与分类. 之后他们利用多个椭圆近似拟合非椭圆扩展目标, 建立可以描述类别相关的包含先验信息的系统模型, 实现了对非椭圆扩展目标的联合跟踪与分类<sup>[4]</sup>. 文献 [5] 在贝叶斯风险框架下, 通过最小化目标状态估计与类别决策的贝叶斯风险来解决扩展目标的联合跟踪与分类问题. 文献 [6] 建立了基于支持函数和扩展高斯映射的状态模型, 用以分别描述平滑扩展目标和非平滑扩展目标, 将类别信息加入到支持函数中, 改善扩展目标的跟踪与分类性能. 上述的联合跟踪与分类算法是在单目标贝叶斯滤波基础上, 针对无杂波、无漏检和单目标的情况. Mahler<sup>[7]</sup> 利用随机有限集对目标状态集和观测集进行建模, 实现了最优多目标贝叶斯滤波器. 概率密度假设 (Probability

收稿日期 2017-07-05 录用日期 2017-11-17  
Manuscript received July 5, 2017; accepted November 17, 2017  
陕西省自然科学基金研究计划 (2015JM6332) 资助  
Supported by Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province (2015JM6332)  
本文责任编辑 潘泉  
Recommended by Associate Editor PAN Quan  
1. 空军工程大学信息与导航学院 西安 710077  
1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077

hypothesis density, PHD) 是定义在状态空间上随机有限集的一阶矩, 使用 PHD 滤波器近似最优多目标贝叶斯滤波器可以使复杂度得到有效降低. PHD 滤波器实现了无数据关联的多目标跟踪, 结合 JTC 技术能够有效改善目标数目以及状态估计的精度, 同时更为精确的估计结果又保证了目标分类性能<sup>[8-9]</sup>. 然而, 标准 PHD 滤波器将目标视为点目标, 无法处理扩展目标跟踪问题. 2009 年, Mahler 采用文献 [10] 中的泊松分布量测模型, 推导出 ET-PHD 滤波<sup>[11]</sup>, 首次将随机有限集理论引入到扩展目标跟踪中, 为扩展目标跟踪提供了一个新的数学理论框架. 然而, ET-PHD 滤波器包含多重积分运算, 无法得到解析解. 文献 [12] 给出了 ET-PHD 滤波器的高斯混合实现方式, 即 ET-GM-PHD 滤波器, 文献 [13] 证明了该算法的收敛性. 为了使该滤波器应用范围更广, 众多学者进行了许多研究工作. 文献 [14] 针对杂波密度大、近邻扩展目标的情况提出了归一化的 ET-GM-CPHD 滤波算法. 针对多机动扩展目标的跟踪问题, 文献 [15] 采用跳变马尔科夫系统模型对 ET-GM-CPHD 滤波器进行扩展, 取得了良好的机动跟踪效果.

新生目标强度是 PHD 滤波器的重要组成部分, 传统的滤波器假定新生强度先验已知, 实际上新生目标可能在监视区域中任何位置出现. 另外, 新生目标的类别信息也是未知的, 这些先验信息对多目标的跟踪算法性能产生很大影响. 有学者提出一类量测驱动的 PHD 滤波器, 利用每一时刻的量测起始新生目标<sup>[16-17]</sup>. 然而, 这类算法在起始新生目标时仅仅利用了量测的位置信息, 无法起始不同类别的新生目标强度, 不能直接应用在 JTC 技术中. 文献 [18] 提出两级自动联合跟踪与分类算法, 能够克服新生目标的类别信息先验已知的假设, 但是这种算法将分类与跟踪分别放在两个阶段, 状态与分类之间的信息交互并不充分.

针对扩展目标的联合跟踪与分类问题及先验未知的新生目标强度, 本文提出一种基于 ET-PHD 的新生目标强度未知情况下的扩展目标联合跟踪与分类算法, 并给出改进算法的高斯混合实现方法, 来改善 ET-PHD 滤波器在扩展目标跟踪中的性能. 各个类别的新生目标强度由传感器获得的量测生成, 将存活目标与新生目标分别进行预测, 之后利用联合量测似然对预测后的后验目标强度进行联合更新, 获得各个类别的目标状态集.

## 1 基于 ET-PHD 的联合跟踪与分类算法

假设场景中可能共有  $C$  类扩展目标, 目标的类别标签集为  $\Theta = \{1, 2, \dots, C\}$ .  $k$  时刻存在  $N(k)$

个扩展目标  $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_{j,k}\}_{j=1}^{N(k)}$  和  $M(k)$  个位置量测  $\mathbf{Z}_k^x = \{\mathbf{z}_{i,k}^x\}_{i=1}^{M(k)}$  以及  $M(k)$  个属性量测  $\mathbf{Z}_k^c = \{\mathbf{z}_{i,k}^c\}_{i=1}^{M(k)}$ , 其中  $\mathbf{X}_k$  和  $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{Z}_k^x, \mathbf{Z}_k^c\}$  分别为扩展目标的状态集和量测集.

类似于 ET-PHD 滤波器, 基于 ET-PHD 滤波的联合跟踪与分类算法 (ET-PHD-JTC) 主要包括预测和更新两个部分. ET-PHD-JTC 算法是在已知类别集合下, 对状态、数目、所属类别未知情况下扩展目标的跟踪与分类, 关键在于重构目标状态的类别条件 PHD. 对于第  $c$  ( $c \in \Theta$ ) 类目标,  $D_{c,k}(\mathbf{x}_k)$  和  $D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k)$  分别表示第  $c$  类多目标条件后验概率密度  $p_k(\mathbf{X}_k|c, \mathbf{Z}_k)$  和  $p_{k|k-1}(\mathbf{X}_k|c, \mathbf{Z}_{k-1})$  的一阶近似矩, 将条件 PHD 代入到 ET-PHD 滤波中, 则 ET-PHD-JTC 滤波器的预测步骤为<sup>[12]</sup>

$$D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k) = D_{c,k}^b(\mathbf{x}_k) + \int p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}) f_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) D_{c,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (1)$$

其中,  $D_{c,k}^b(\mathbf{x}_k)$  为第  $c$  类新生目标的 PHD,  $p_{S,k}(\cdot)$  为目标的存活概率,  $f_{c,k}(\cdot|\cdot)$  为单目标状态转移密度.

在  $k$  时刻  $c$  类扩展目标的 PHD 更新为<sup>[12]</sup>

$$D_{c,k}(\mathbf{x}_k) = L_{\mathbf{Z}_k}(\mathbf{x}_k) D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k) \quad (2)$$

式 (2) 中的量测伪似然函数定义为

$$L_{\mathbf{Z}_k}(\mathbf{x}_k) = 1 - (1 - e^{-\gamma(\mathbf{x}_k)}) p_{D,k}(\mathbf{x}_k) + e^{-\gamma(\mathbf{x}_k)} p_{D,k}(\mathbf{x}_k) \times \sum_{\wp \in \mathbf{Z}_k} \omega_{\wp} \sum_{W \in \wp} \frac{\gamma(\mathbf{x}_k)^{|W|}}{d_W} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x, \mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \quad (3)$$

其中,  $\gamma(\cdot)$  为扩展目标产生量测的期望个数,  $p_{D,k}(\cdot)$  为目标的检测概率,  $\lambda_k$  为观测区域中杂波量测的期望个数,  $c_k(\mathbf{z}_k)$  为杂波的空间分布概率密度,  $g_k(\mathbf{z}_k^x, \mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)$  为单目标的联合似然函数, 代替了原 ET-PHD 滤波算法中的单目标位置似然函数.  $\wp \in \mathbf{Z}_k$  为量测集  $\mathbf{Z}_k$  的  $\wp$  种量测集划分,  $W \in \wp$  为属于第  $\wp$  种划分的非空量测子集,  $|W|$  表示子集中包含的量测数目,  $\omega_{\wp}$  和  $d_W$  分别为每种划分和划分子集的权重, 定义为

$$\omega_{\wp} = \frac{\prod_{W \in \wp} d_W}{\sum_{\wp' \in \mathbf{Z}_k} \prod_{W' \in \wp'} d_{W'}} \quad (4)$$

$$d_W = \delta_{|W|,1} + \sum_{c \in \Theta} D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k) \times \left[ e^{-\gamma(\mathbf{x}_k)} p_{D,k}(\mathbf{x}_k) \gamma(\mathbf{x}_k)^{|W|} \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x, \mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \right] \quad (5)$$

其中,  $\delta_{|W|,1}$  为克罗内克函数. 注意式 (5) 与文献 [12] 中 ET-PHD 滤波器的不同.

量测集的划分是 ET-PHD 滤波的重要部分, 本文的核心是研究扩展目标的联合跟踪与分类算法, 量测集的划分并不是研究重点. 本文采用文献 [12] 中的距离划分.

$k$  时刻更新后完整的扩展目标 PHD 为

$$D_k(\mathbf{x}_k) = \sum_{c=1}^C D_{c,k}(\mathbf{x}_k) \quad (6)$$

## 2 自适应 ET-PHD-JTC 滤波器

在  $k$  时刻, 将扩展目标划分为存活目标和新生目标, 并对两类目标分别进行 ET-PHD 的预测和更新. 使用标签  $\beta$  区分存活目标与新生目标, 即

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{存活目标} \\ 1, & \text{新生目标} \end{cases} \quad (7)$$

在不失合理性的前提下, 作如下假设:

1) 目标的存活概率与检测概率是时不变且与状态无关, 即  $p_{S,k}(\cdot) = p_S$  和  $p_{D,k}(\cdot) = p_D$ .

2) 杂波概率密度服从均匀分布且杂波个数服从泊松分布.

3) 扩展目标产生量测个数服从泊松分布, 泊松率与状态无关, 即  $\gamma(\cdot) = \gamma$ .

4) 位置量测与属性量测相互独立, 即  $g_k(\mathbf{z}_k^x, \mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}, c) = g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{x}, c) \times g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}, c)$ .

5) 目标的运动模型和位置量测模型是非线性高斯演化模型, 即

$$\mathbf{x}_k = f_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_{c,k}) \quad (8)$$

$$\mathbf{z}_k^x = g_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k) \quad (9)$$

其中,  $f_{c,k|k-1}(\cdot)$  为第  $c$  类目标的动态模型函数,  $\mathbf{w}_{c,k}$  是均值为  $\mu_{c,k}$  方差为  $\mathbf{Q}_{c,k}$  的高斯过程噪声;  $g_k(\cdot)$  为量测模型函数,  $\mathbf{e}_k$  为均值是  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  方差为  $\mathbf{R}_k$  的高斯量测噪声.

在式 (1) 的基础上, 新生目标强度未知的自适应 ET-PHD-JTC 滤波器的预测步骤为

$$D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, \beta) =$$

$$\begin{cases} \int p_S f_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \times (D_{c,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, 1) + D_{c,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, 0)) d\mathbf{x}_{k-1}, & \beta = 0 \\ D_{c,k}^b(\mathbf{x}_k, 1), & \beta = 1 \end{cases} \quad (10)$$

存活目标 ( $\beta = 0$ ) 的更新方程为

$$D_{c,k}(\mathbf{x}_k, 0) = L_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k, 0) D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 0) \quad (11)$$

式 (11) 中的伪似然函数为

$$L_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k, 0) = 1 - (1 - e^{-\gamma}) p_D + e^{-\gamma} p_D \times \sum_{\varnothing \angle \mathbf{z}_k} \omega_{\varnothing} \sum_{W \in \varnothing} \frac{\gamma^{|W|}}{d_W} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{x}_k, c) g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \quad (12)$$

新生目标 ( $\beta = 1$ ) 的更新方程为

$$D_{c,k}(\mathbf{x}_k, 1) = L_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k, 1) D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 1) \quad (13)$$

新生目标从量测集获得, 因此新生目标总是能被检测到, 即  $p_D = 1$ , 式 (13) 中的伪似然函数为

$$L_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k, 1) \approx \sum_{\varnothing \angle \mathbf{z}_k} e^{-\gamma} \omega_{\varnothing} \sum_{W \in \varnothing} \frac{\gamma^{|W|}}{d_W} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{x}_k, c) g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \quad (14)$$

在式 (5) 的基础上, 式 (12) 和式 (14) 中的权重  $d_W$  变为如下表达式:

$$d_W = \delta_{|W|,1} + \sum_{c \in \Theta} D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 0) \times \left[ e^{-\gamma} p_D \gamma^{|W|} \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{x}_k, c) g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \right] + \sum_{c \in \Theta} D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 1) \times \left[ e^{-\gamma} \gamma^{|W|} \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{x}_k, c) g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{x}_k, c)}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \right] \quad (15)$$

## 3 高斯混合实现方法

高斯项  $\{w, \mathbf{m}, \mathbf{P}\}_{j=1}^J$  中  $w$ ,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{P}$  和  $J$  分别表示权重、状态、协方差和数目, 其中表示状态的参数  $\mathbf{m}$  和目标状态  $\mathbf{x}$  一样, 包括了属性信息. 为便于说明, 使用  $\mathbf{m}^x$  表示参数  $\mathbf{m}$  中的运动学信息,  $\mathbf{m}^c$  表示参数  $\mathbf{m}$  中的属性信息.

### 3.1 预测

假设  $k-1$  时刻得到的  $c$  ( $c \in \Theta$ ) 类后验目标强度是高斯混合形式的, 即

$$D_{c,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, 0) \approx \sum_{j=1}^{J_{c,k-1}^p} w_{c,p,k-1}^{(j)} \mathbf{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k-1}^{(j)}\right) \quad (16)$$

$$D_{c,k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, 1) \approx \sum_{j=1}^{J_{c,k-1}^b} w_{c,b,k-1}^{(j)} \mathbf{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k-1}^{(j)}\right) \quad (17)$$

其中,  $\{w_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k-1}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{c,k-1}^p}$  和  $\{w_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k-1}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{c,k-1}^b}$  分别为  $k-1$  时刻存活和新生目标强度的高斯项。

$k$  时刻用于预测  $\beta = 0$  情况的高斯项为上一时刻存活目标和新生目标两部分高斯项的并集, 即

$$\left\{w_{c,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,k-1}^{(j)}\right\}_{j=1}^{J_{c,k-1}} = \left\{w_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k-1}^{(j)}\right\}_{j=1}^{J_{c,k-1}^p} \cup \left\{w_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k-1}^{(j)}\right\}_{j=1}^{J_{c,k-1}^b} \quad (18)$$

由于运动模型和量测模型中  $f_{c,k|k-1}(\cdot)$  和  $g_k(\cdot)$  均为非线性函数, 上一时刻由高斯混合项近似的后验 PHD 若直接利用第 2 节中的 PHD 递推公式求解, 得到的后验 PHD 并不是高斯项和的形式. 为了得到高斯混合项的结果, 需要寻找一种能够计算经过非线性变换的随机变量统计特性的方法. 无迹变换 (Unscented transformation, UT) 可以根据随机变量的统计特性产生确定的 Sigma 采样点, 这些采样点通过非线性函数传播后可以直接求出估计值的均值和协方差. UT 变换的算法流程如算法 1 所示.

#### 算法 1. UT 变换

输入.  $n$  维随机变量  $\mathbf{x}$ , 其均值为  $\mathbf{m}$ 、方差为  $\mathbf{P}$ .

输出. Sigma 采样点集  $\{\mathcal{X}^i, \omega^i\}_{i=0}^{2n}$ .

步骤 1. Sigma 采样点选取规则.

$$\mathcal{X}^0 = \mathbf{m}$$

$$\mathcal{X}^i = \mathbf{m} + \left[ \sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}} \right]_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\mathcal{X}^{i+n} = \mathbf{m} - \left[ \sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}} \right]_i, \quad i = 1, \dots, n$$

其中, 参数  $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$  决定了采样点与均值之间的距离, 参数  $\alpha$  通常取一个较小的正数 ( $10^{-4} \leq \alpha < 1$ ),  $\kappa$  通常取 0 或  $3-n$ ,  $[\cdot]_i$  为矩阵的第  $i$  列.

步骤 2. Sigma 采样点权值计算.

$$\omega^{0,m} = \frac{\lambda}{n+\lambda}$$

$$\omega^{0,P} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$\omega^{i,m} = \omega^{i,P} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2n$$

其中, 带有上标  $m$  为估计均值时的权值, 带有上标  $P$  为估计协方差时的权值. 根据随机变量  $\mathbf{x}$  的统计分布,  $\beta$  取不同的值, 对于高斯分布,  $\beta = 2$  为最优值.

由于过程噪声与量测噪声均为非加性高斯噪声, 因此首先要将状态变量扩维包含噪声变量, 然后进行 UT 变换. 将式 (18) 中的每一项高斯分量  $\mathbf{x} \sim \mathbf{N}(\mathbf{m}_{c,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,k-1}^{(j)})$  进行扩维, 状态变量  $\mathbf{m}_{c,k-1}^{(j)}$  扩维成  $\tilde{\mathbf{m}}_{c,k-1}^{(j)} = [(\mathbf{m}_{c,k-1}^{(j)})^T, (\boldsymbol{\mu}_{c,k|k-1})^T, (\boldsymbol{\varepsilon}_k)^T]^T$ , 其中扩维状态变量  $\tilde{\mathbf{m}}_{c,k-1}^{(j)}$  的维数为  $n'$ , 状态变量  $\mathbf{m}_{c,k-1}^{(j)}$  的维数为  $n$ , 过程噪声状态变量  $\boldsymbol{\mu}_{c,k|k-1}$  的维数为  $n_w$ , 量测噪声状态变量  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  的维数为  $n_e$ . 扩维向量  $\tilde{\mathbf{m}}_{c,k-1}^{(j)}$  经过 UT 变换可以获得其 Sigma 采样点集  $\{\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}, \omega_{c,k-1}^{i,j}\}_{i=0}^{2n'}$ ,  $(\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}, \omega_{c,k-1}^{i,j})$  为第  $j$  个扩维状态变量的第  $i$  个采样点. 这些采样点经过式 (8) 的动态非线性模型函数传播后, 得到存活目标 ( $\beta = 0$ ) 的预测后验 PHD. 存活目标的预测强度也是高斯混合形式的, 可表示为

$$D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 0) \approx \sum_{j=1}^{J_{c,k-1}} w_{c,k|k-1}^{(j)} \mathbf{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,k|k-1}^{(j)}\right) \quad (19)$$

其中,

$$J_{c,k-1} = J_{c,k-1}^p + J_{c,k-1}^b \quad (20)$$

$$w_{c,k|k-1}^{(j)} = p_S w_{c,k-1}^{(j)} \quad (21)$$

$$\mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x} = f_{c,k|k-1}\left(\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,x}, \mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,w}\right) \quad (22)$$

$$\mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(j)} = \sum_{i=0}^{2n'} \omega_{c,k-1}^{i,j,m} \mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x} \quad (23)$$

$$\mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)} = \mathbf{m}_{c,k-1}^{c,(j)} \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{c,k|k-1}^{(j)} = \sum_{i=0}^{2n'} \omega_{c,k-1}^{i,j,P} \left( \mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x} - \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(j)} \right) \times \left( \mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x} - \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(j)} \right)^T \quad (25)$$

其中,  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,x}$  为  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}$  中的前  $n$  项,  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,w}$  为  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}$  中的后  $n_w$  项, 预测过程中目标的属性信息保持不

变.

各个类别的新生目标强度由传感器获得的量测驱动生成, 即新生目标 PHD 由量测划分子集  $W$  反演得到. 由于并没有使用到运动模型, 因此这里随机变量的扩维不包含过程噪声. 量测  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W}$  扩维成  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W} = [(\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W})^T, (\boldsymbol{\varepsilon}_k)^T]^T$ , 其中  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W} = \sum_{\mathbf{z}_k^x \in W} \mathbf{z}_k^x / |W|$  为划分量测子集  $W$  中的量测均值, 根据式 (9) 中的量测模型, 划分子集  $W$  中的量测协方差为  $\mathbf{R}_k$ , 扩维量测变量  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W}$  的维数为  $m'$ , 量测变量  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W}$  的维数为  $m$ . 扩维向量  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W}$  经过 UT 变换可以得到其 Sigma 采样点集  $\{\mathcal{Z}_{b,k}^{i,W}, \omega_{b,k}^{i,W}\}_{i=0}^{2m'}$ ,  $(\mathcal{Z}_{b,k}^{i,W}, \omega_{b,k}^{i,W})$  为第  $W$  个划分子集中扩维量测变量  $\tilde{\mathbf{z}}_k^{x,W}$  的第  $i$  个采样点. 这些采样点经过量测非线性模型反函数的传播后, 获得新生目标 ( $\beta = 1$ ) 的预测 PHD. 新生目标 ( $\beta = 1$ ) 的预测强度表示为

$$D_{c,k|k-1}(\mathbf{x}_k, 1) \approx \sum_{j=1}^{J_{c,k|k-1}^b} w_{c,b,k|k-1}^{(j)} \mathbf{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k|k-1}^{(j)}) \quad (26)$$

其中,

$$J_{c,k|k-1}^b = \sum_{\wp \in \mathcal{Z}_k} |\wp| \quad (27)$$

$$w_{c,b,k|k-1}^{(j)} = \frac{v_{c,b,k|k-1}}{J_{c,k|k-1}^b} \quad (28)$$

$$\mathcal{X}_{b,k}^{i,W,z} = h_k^{-1}(\mathcal{Z}_{b,k}^{i,W,z}, \mathcal{Z}_{b,k}^{i,W,e}) \quad (29)$$

$$\mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{x,(j)} = \sum_{i=0}^{2m'} \omega_{b,k}^{i,W,m} \mathcal{X}_{b,k}^{i,W,z} \quad (30)$$

$$\mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{c,(j)} = \tilde{\mathbf{z}}_k^{c,W} \quad (31)$$

$$\mathbf{P}_{c,b,k|k-1}^{(j)} = \sum_{i=0}^{2m'} \omega_{b,k}^{i,W,P} \left( \mathcal{X}_{b,k}^{i,W,z} - \mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{x,(j)} \right) \times \left( \mathcal{X}_{b,k}^{i,W,z} - \mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{x,(j)} \right)^T \quad (32)$$

其中,  $|\wp|$  为第  $\wp$  种划分中子集  $W$  的量测个数,  $v_{c,b,k|k-1}$  为第  $c$  类新生目标期望个数,  $h_k^{-1}(\cdot)$  为量测模型函数的逆函数, 以及

$$\tilde{\mathbf{z}}_k^{c,W} = \left[ \underbrace{\mathcal{Z}_k^{c,(1)} \otimes \mathcal{Z}_k^{c,(2)} \otimes \dots \otimes \mathcal{Z}_k^{c,(|W|)}}_{\mathbf{z}_k^{c,(j)} \in W, j=1, \dots, |W|} \right]$$

为划分子集中属性量测的融合均值,  $\otimes$  为融合算子, 根据属性信息不同需要采用不同的融合规则<sup>[19]</sup>.

### 3.2 更新

更新步骤根据量测模型对 Sigma 采样点进行非线性变换, 这里不再对预测后的高斯混合项重新进行 UT 变换, 而直接利用预测后得到的 Sigma 采样点  $\{\mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x}, \omega_{c,k|k-1}^{i,j}\}_{i=0}^{2n}$ , 牺牲部分精度以减小算法复杂度. 在式 (11) 和式 (12) 的基础上, 存活目标强度函数更新为

$$D_{c,k}(\mathbf{x}_k, 0) = \sum_{m=1}^{J_{c,k-1}} w_{c,p,k}^{(m)} \mathbf{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,p,k}^{(m)}, \mathbf{P}_{c,p,k}^{(m)}) + \sum_{\wp \in \mathcal{Z}_k} \sum_{W \in \wp} \sum_{j=1}^{J_{c,k-1}} w_{c,p,k}^{(j)} \mathbf{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,p,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k}^{(j)}) \quad (33)$$

其中, 未检测部分的高斯项为

$$w_{c,p,k}^{(m)} = (1 - (1 - e^{-\gamma}) p_D) w_{c,k|k-1}^{(m)} \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_{c,p,k}^{(m)} = \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{(m)} \quad (35)$$

$$\mathbf{P}_{c,p,k}^{(m)} = \mathbf{P}_{c,k|k-1}^{(m)} \quad (36)$$

检测部分的高斯项为

$$\mathcal{Z}_{c,k|k-1}^{i,j} = h_k \left( \mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x}, \mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,e} \right) \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)} = \sum_{i=0}^{2n'} \omega_{c,k-1}^{i,j,m} \mathcal{Z}_{c,k|k-1}^{i,j} \quad (38)$$

$$\mathbf{S}_{c,k|k-1}^{(j)} = \sum_{i=0}^{2n'} \omega_{c,k-1}^{i,j,P} \left( \mathcal{Z}_{c,k|k-1}^{i,j} - \boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)} \right) \times \left( \mathcal{Z}_{c,k|k-1}^{i,j} - \boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)} \right)^T \quad (39)$$

$$\mathbf{C}_{c,k|k-1}^{(j)} = \sum_{i=0}^{2n'} \omega_{c,k-1}^{i,j,P} \left( \mathcal{X}_{c,k|k-1}^{i,j,x} - \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(j)} \right) \times \left( \mathcal{Z}_{c,k|k-1}^{i,j} - \boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)} \right)^T \quad (40)$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{C}_{c,k|k-1}^{(j)} \left( \mathbf{S}_{c,k|k-1}^{(j)} \right)^{-1} \quad (41)$$

$$w_{c,p,k}^{(j)} = \omega_{\wp} \frac{e^{-\gamma} p_D \gamma^{|W|}}{d_W} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in W} \frac{\mathbf{N}(\mathbf{z}_k; \boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{S}_{c,k|k-1}^{(j)}) g_k(\mathbf{z}_k | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)})}{\lambda_k c_k(\mathbf{z}_k)} \times w_{c,k|k-1}^{(j)} \quad (42)$$

$$\mathbf{m}_{c,p,k}^{x,(j)} = \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(j)} + \mathbf{K}_k^{(j)} \left( \mathbf{z}_k^{x,W} - \boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j),W} \right) \quad (43)$$

$$\mathbf{m}_{c,p,k}^{c,(j)} = \tilde{\mathbf{z}}_k^{c,W} \otimes \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)} \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_{c,p,k}^{(j)} = \mathbf{P}_{c,k|k-1}^{(j)} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{S}_{c,k|k-1}^{(j)} \left( \mathbf{K}_k^{(j)} \right)^T \quad (45)$$

其中,  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j,e}$  为  $\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}$  中的后  $n_e$  项, 矩阵参数  $\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{S}_{c,k|k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{C}_{c,k|k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{K}_k^{(j)}$  分别为量测预测均值、新息协方差、状态与量测间的互协方差以及滤波增益矩阵,  $\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j),W} = [(\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)})^T, (\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)})^T, \dots, (\boldsymbol{\eta}_{c,k|k-1}^{(j)})^T]^T$ ,  $\mathbf{z}_k^{x,W} \oplus_{\mathbf{z}_k^x \in W} \mathbf{z}_k^x$ ,  $\oplus$  为垂直向量串联符号,  $\bar{\mathbf{z}}_k^{c,W}$  为划分子集中属性量测的融合均值;  $g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)})$  为预测属性信息  $\mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)}$  与量测  $\mathbf{z}_k^c$  之间的似然函数, 不同的属性量测模型有不同的计算公式, 若模型不确定可采用表达式

$$g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)}) = N(\mathbf{z}_k^c; \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)}, I) \quad (46)$$

其中,  $I$  为单位矩阵

更新后得到存活目标强度函数的高斯项  $\{w_{c,p,k}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,p,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{c,p,k}^p}$  是上述检测和未检测两部分的并集, 其中高斯项的个数  $J_{c,p,k}^p = J_{c,k-1} \times (1 + \sum_{\varphi \in \mathcal{Z}_k} |\varphi|)$ .

在式 (13) 和式 (14) 的基础上, 新生目标强度函数更新为

$$D_{c,k}(\mathbf{x}_k, 1) = \sum_{j=1}^{J_{c,k}^b} w_{c,b,k}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{c,b,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k}^{(j)}) \quad (47)$$

与存活目标不同, 新生目标强度函数高斯项的更新仅含有检测部分. 式 (47) 中新生目标强度函数高斯项计算公式为

$$w_{c,b,k}^{(j)} = e^{-\gamma} \omega_\varphi \frac{\gamma^{|\mathcal{W}|}}{d_W} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in \mathcal{W}} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(j)})}{\lambda_k C_k(\mathbf{z}_k)} w_{c,b,k|k-1}^{(j)} \quad (48)$$

$$\mathbf{m}_{c,b,k}^{(j)} = \mathbf{m}_{c,b,k|k-1}^{(j)} \quad (49)$$

$$\mathbf{P}_{c,b,k}^{(j)} = \mathbf{P}_{c,b,k|k-1}^{(j)} \quad (50)$$

式 (42) 和式 (48) 中权重  $d_W$  计算为

$$d_W = \delta_{|\mathcal{W}|,1} + \sum_{c \in \Theta} \sum_{l=1}^{J_{c,k-1}} e^{-\gamma} p_D \gamma^{|\mathcal{W}|} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in \mathcal{W}} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^x | \mathbf{w} \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(l)}, \mathbf{P}_{c,k|k-1}^{(l)}) g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{x,(l)})}{\lambda_k C_k(\mathbf{z}_k)} \times w_{c,k|k-1}^{(l)} + \sum_{c \in \Theta} \sum_{i=1}^{J_{c,k|k-1}^b} e^{-\gamma} \gamma^{|\mathcal{W}|} \times \prod_{\mathbf{z}_k \in \mathcal{W}} \frac{g_k(\mathbf{z}_k^c | \mathbf{m}_{c,k|k-1}^{c,(i)})}{\lambda_k C_k(\mathbf{z}_k)} w_{c,b,k|k-1}^{(i)} \quad (51)$$

更新后得到新生目标强度函数的高斯项  $\{w_{c,b,k}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,b,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{c,b,k}^b}$  的个数为  $J_{c,b,k}^b = J_{c,k|k-1}^b$ .

### 3.3 删减与合并

高斯混合实现算法的高斯项会随着时间不断增加,  $k$  时刻更新后高斯混合项的个数为

$$\sum_{c \in \Theta} (J_{c,k}^p + J_{c,k}^b) = \sum_{c \in \Theta} \left( (J_{c,k-1}^p + J_{c,k-1}^b) \times \left( 1 + \sum_{\varphi \in \mathcal{Z}_k} |\varphi| \right) + \sum_{\varphi \in \mathcal{Z}_k} |\varphi| \right) \quad (52)$$

从式 (52) 可以看出, 后验目标强度中的高斯项的个数将无限增长, 因此, 如果不对高斯项进行删减, 整个算法是不可行的. 若每一类目标后验强度分别进行高斯项的删减合并, 则会大大增加算法的计算量. 为减少计算量, 将更新后的所有高斯项进行删减合并. 本文基于文献 [12] 给出的启发式删减合并算法来有效地减少异类高斯混合项的个数, 该算法的主要思想是: 1) 保留权重较大的高斯项; 2) 合并距离相近的同类高斯项.

合并判决表达式变为

$$\left( \mathbf{m}_k^{x,(i)} - \mathbf{m}_k^{x,(j)} \right)^T \left( \mathbf{P}_k^{(i)} \right)^{-1} \left( \mathbf{m}_k^{x,(i)} - \mathbf{m}_k^{x,(j)} \right) \leq U^x \&\& \left( \mathbf{m}_k^{c,(i)} - \mathbf{m}_k^{c,(j)} \right)^T \left( \mathbf{m}_k^{c,(i)} - \mathbf{m}_k^{c,(j)} \right) \leq U^c$$

其中,  $U^x$  为运动学信息判决门限,  $U^c$  为属性信息判决门限, 决策融合采用“与”规则. 其他参数计算与文献 [12] 一致.

最后, 提取多目标状态集:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \left\{ \mathbf{m}_{c,k}^{(j)} \mid w_{c,k}^{(j)} > 0.5 \right\}_{j=1, c=1}^{\hat{N}_c(k), C} \quad (53)$$

为了更清楚地说明改进算法, 对  $k$  时刻完整的该算法各个步骤总结如下:

#### 算法 2. $k$ 时刻自适应滤波器算法流程

输入.

$k-1$  时刻存活目标高斯项  $\{w_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,p,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k-1}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,k-1}^p, C}$  和新生目标高斯项  $\{w_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,b,k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k-1}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,k-1}^b, C}$ ,  $k$  时刻量测集  $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_k^x, \mathbf{z}_k^c\}$ .

输出.

$k$  时刻的存活目标高斯项  $\{w_{c,p,k}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,p,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,p,k}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,k}^p, C}$  和新生目标高斯项  $\{w_{c,b,k}^{(j)}, \mathbf{m}_{c,b,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{c,b,k}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,k}^b, C}$ , 估计状态集  $\hat{\mathbf{X}}_k$ .

步骤 1. 量测集划分

参考文献 [12], 计算  $\{W \in \wp | \wp \angle Z_k\}_{\wp=1}^{|\wp|}$ .

**步骤 2. 预测**

对式 (18) 中的高斯分量进行扩维

$$\tilde{m}_{c,k-1}^{(j)} = \begin{bmatrix} m_{c,k-1}^{(j)} \\ \mu_{c,k|k-1} \\ \varepsilon_{k|k-1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{P}_{c,k-1}^{(j)} = \begin{bmatrix} P_{c,k-1}^{(j)} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & Q_{c,k|k-1} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & R_k \end{bmatrix}$$

利用算法 1 对扩维后的高斯分量  $(\tilde{m}_{c,k-1}^{(j)}, \tilde{P}_{c,k-1}^{(j)})$  进行 UT 变换, 获得各自的 Sigma 采样点集  $\{\mathcal{X}_{c,k-1}^{i,j}, \omega_{c,k-1}^{i,j}\}_{i=0}^{2n'}$ . 通过式 (20) ~ (25) 预测存活目标的高斯项  $\{w_{c,k|k-1}^{(j)}, m_{c,k|k-1}^{(j)}, P_{c,k|k-1}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,k-1}, C}$ , 属性信息保持不变.

对量测划分子集  $W$  中的量测均值高斯分量进行扩维

$$\tilde{z}_k^{x,W} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_k^{x,W} \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}, \quad \tilde{P}_k^W = \begin{bmatrix} R_k & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & R_k \end{bmatrix}$$

利用算法 1 对扩维后的高斯分量  $(\tilde{z}_k^{x,W}, \tilde{P}_k^W)$  进行 UT 变换, 获得各自的 Sigma 采样点集  $\{\mathcal{Z}_{b,k}^{i,W}, \omega_{b,k}^{i,W}\}_{i=0}^{2m'}$ . 通过式 (27) ~ (32) 预测新生目标的高斯项  $\{w_{c,b,k|k-1}^{(j)}, m_{c,b,k|k-1}^{(j)}, P_{c,b,k|k-1}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,b,k-1}, C}$ .

**步骤 3. 更新**

通过式 (34) ~ (45) 更新存活目标的高斯项  $\{w_{c,p,k}^{(j)}, m_{c,p,k}^{(j)}, P_{c,p,k}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,p,k}, C}$ , 未检测部分的属性信息保持不变, 检测部分的属性信息通过式 (44) 进行更新; 通过式 (48) ~ (50) 更新新生目标的高斯项  $\{w_{c,b,k}^{(j)}, m_{c,b,k}^{(j)}, P_{c,b,k}^{(j)}\}_{j=1, c=1}^{J_{c,b,k}, C}$ .

**步骤 4. 高斯项的删减与合并**

参考文献 [12], 通过式 (53) 合并高斯项.

**步骤 5. 状态估计**

通过式 (54) 计算扩展目标状态集.

**4 仿真实验**

**4.1 场景及参数设置**

为验证本文所提的新生目标强度未知的 ET-PHD-JTC (Unknown-ET-PHD-JTC) 滤波算法, 构建一个包含三类目标并行、交叉运动的仿真场景, 期间存在目标新生与消亡过程, 并与新生目标强度先验已知的 ET-PHD-JTC (Known-ET-PHD-JTC) 滤波算法、新生目标强度先验未知的 ET-PHD (Unknown-ET-PHD) 滤波算法以及文献 [12]

中原 ET-GM-PHD 滤波算法的结果进行比较.

监视区域为  $[-800 \text{ m}, 800 \text{ m}] \times [-800 \text{ m}, 800 \text{ m}]$ ,  $k$  时刻目标质心状态向量为

$$\mathbf{x}_k = [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k \quad l]^T \quad (54)$$

其中,  $x_k$  和  $y_k$  为目标的二维位置,  $\dot{x}_k$  和  $\dot{y}_k$  为相对应的速度,  $l$  为扩展目标的长度.

为简化仿真, 假定异类目标的运动模型和量测模型相同, 采样时刻为  $T = 1 \text{ s}$ , 目标的运动方程为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{c,k|k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{c,k} \quad (55)$$

其中, 模型参数为

$$\mathbf{F}_{c,k|k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_{c,k} \sim N(\mathbf{O}, \mathbf{Q}_{c,k})$$

$$\mathbf{Q}_{c,k} = \text{diag}\{2 \text{ m/s}^2, 2 \text{ m/s}^2\}$$

量测方程为

$$\mathbf{z}_k = \begin{pmatrix} \sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2} \\ \arctan \frac{y_k}{x_k} \end{pmatrix} + \mathbf{e}_k \quad (56)$$

其中, 模型参数为

$$\mathbf{e}_k \sim N(\mathbf{O}, \mathbf{R}_k)$$

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}\{\sigma_r^2, \sigma_\theta^2\} = \text{diag}\{20 \text{ m}^2, 0.0035 \text{ rad}^2\}$$

仿真中属性量测为 HRR 雷达可以获得的纵向距离像  $L_k(\mathbf{x}_k)$ , 其量测方程为<sup>[20]</sup>

$$L_k(\mathbf{x}_k) = \frac{l \sqrt{(y_k \Delta y + \dot{x}_k \Delta x)^2 + (\frac{b}{a})^2 (y_k \Delta x - \dot{x}_k \Delta y)^2}}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}} \quad (57)$$

其中,  $\Delta x = x_k - x_r$ ,  $\Delta y = y_k - y_r$ ,  $(x_r, y_r)$  为传感器坐标, 设为原点坐标,  $b/a$  表示扩展目标的纵横比.

仿真中目标的存活概率设置为  $p_S = 0.99$ , 检测概率为  $p_D = 0.99$ , 目标产生量测的期望个数为  $\gamma = 10$ . 杂波过程为均匀分布的随机有限集, 杂波期望个数为  $\lambda_k = 10$ . 对于每一个量测  $\mathbf{z}_k$ , 式 (29) 中的逆函数为

$$h_k^{-1}(\mathbf{z}_k) = [(\mathbf{z}_k(1) + \sigma_r v_1) \sin(\mathbf{z}_k(2) + \sigma_\theta v_2), 0,$$

$$(\mathbf{z}_k(1) + \sigma_r v_1) \sin(\mathbf{z}_k(2) + \sigma_\theta v_2), 0]^T$$

其中,  $\mathbf{z}_k(1)$  和  $\mathbf{z}_k(2)$  分别为量测向量的第 1 项和第 2 项,  $v_1, v_2 \sim N(0, 1)$ .

另外, 新生目标强度先验已知的扩展 PHD-JTC 滤波算法的新生 PHD 为

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{c=1,b}^{(1)} &= [-650, 0, 0, 0, 50]^T \\ \mathbf{m}_{c=2,b}^{(1)} &= [-650, -40, 0, 0, 40]^T \\ \mathbf{m}_{c=3,b}^{(1)} &= [-135, 190, 0, 0, 30]^T \\ \mathbf{m}_{c=3,b}^{(2)} &= [-170, 300, 0, 0, 30]^T \\ \mathbf{P}_{c,b}^{(j)} &= \text{diag}\{100, 100, 25, 25\} \end{aligned}$$

### 4.2 仿真结果与分析

图 1 是三类四个扩展目标的轨迹与所提算法的目标位置估计图, 其中起始点和终止点分别用圆和三角形标识出来, 并行时目标间距为 40 m. 从图 1 中可以看到, 所提算法能够正确估计异类目标的状态. 目标 3 和目标 4 属于同一类扩展目标, 所提算法与 ET-GM-PHD 算法存在相同的问题, 即多个高斯分量描述同一个强度峰值, 无法更为精确地估计同类目标的状态.

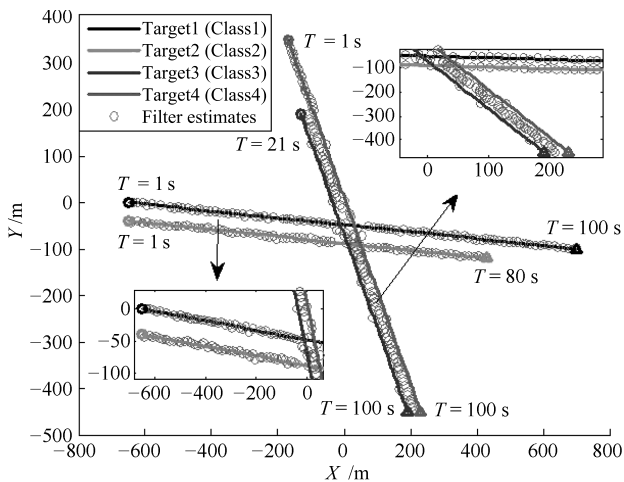
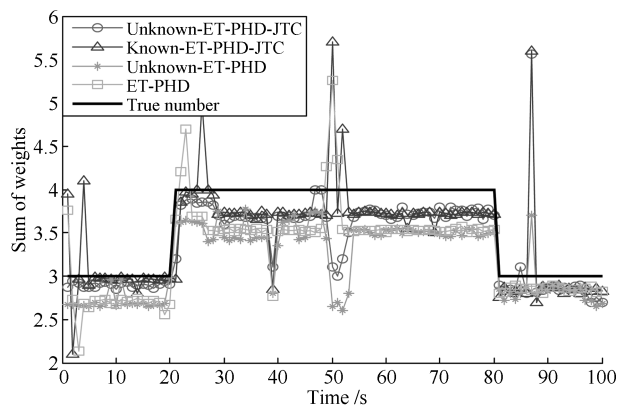


图 1 真实轨迹与估计值

Fig. 1 True traces and measurements

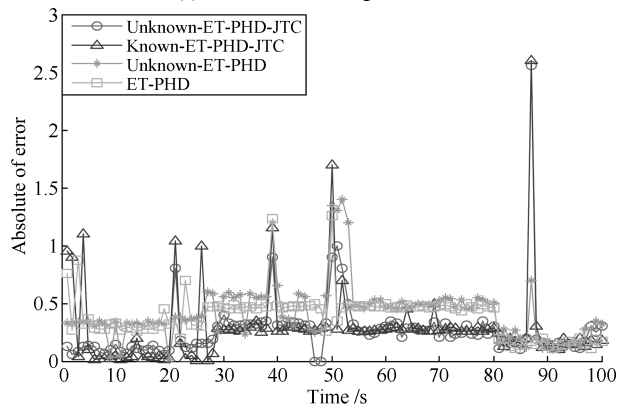
目标数目估计是评价多目标跟踪算法性能的重要指标. 为了使对比效果更为明显, 用高斯分量权重和代替估计的目标数目. 图 2 是四种算法经过 100 次蒙特卡洛仿真的平均权重和估计、估计值与真实目标数目之间误差的绝对值以及目标数目估计的标准差结果. Unknown-ET-PHD 滤波算法中未知新生目标强度的自适应估计方法与本文所提方法相同. 从图 2(a) 和 2(b) 来看, 当处于 1~80s 时,

改进算法与 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法相比于 Unknown-ET-PHD 和 ET-GM-PHD 滤波算法对目标数目的估计更接近真实目标数目, 能够更为精确地估计目标数目, 验证了联合跟踪与分类技术在扩展目标跟踪方面的优势, 而 81s 之后, 场景中不存在异类扩展目标, 联合跟踪与分类技术不再发挥其效能. 在新生目标出现以及目标发生交叉时, 由于目标处于近邻状态, Known-ET-PHD-JTC 滤波算法对目标数目的估计会产生较大偏差, 所提算法在式 (27)~(32) 起始新生目标强度时充分利用量测信息, 有效地克服了 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法的不足.



(a) 全目标数目估计

(a) The estimates of target number



(b) 数目估计误差绝对值

(b) The absolute value of target number estimation error

图 2 目标数目估计的性能比较

Fig. 2 The performances of target number estimation

图 3 是所提 UnKnown-ET-PHD-JTC 与 Known-ET-PHD-JTC 两种算法分别对三类目标数目的估计结果对比图. 从图 3 可以看出, 所提算法可以较好地估计各类扩展目标的数目, 当目标发生交叉时, 由于量测集的划分采用基于距离的简单划分方法, 滤波仍会产生漏估计<sup>[12]</sup>, 数目估计会产生较大偏差, 然而, 相对于 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法, 改进算法充分利用目标的属性信息, 因此出



现较大偏差估计的时间较短, 仍然能够有效估计近邻目标的数目.

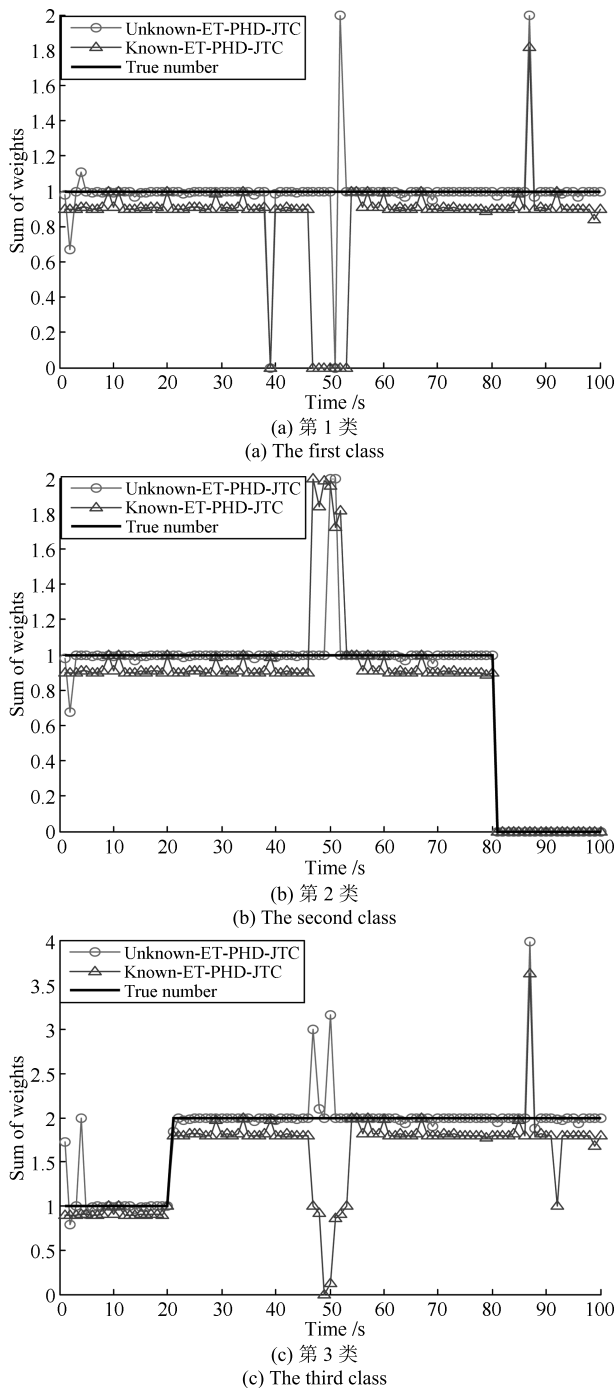


图 3 各个类别目标势估计

Fig. 3 The estimates of target number of each class

由于多目标估计后的目标个数与真实的目标个数有可能不相等, 因此采用一般衡量目标跟踪性能的均方根误差不再适用. 采用 OSPA 距离来度量多目标估计算法的跟踪误差, 其定义为

$$d_p(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(e)}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{\pi(i)})^p + e^p(n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (58)$$

其中,  $m$  和  $n$  分别为集合  $\mathbf{X}$ ,  $\hat{\mathbf{X}}$  的势,  $\Pi_n$  表示集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  上的排列组合,  $e$  与  $p$  为距离参数. 文献 [21] 指出, 较大的  $e$  值强调势误差部分而弱化定位误差部分, 较小的  $e$  值强调定位误差部分而弱化势误差部分, 参数  $p$  决定了对异常值的敏感性. 由于已经对比了目标数目的估计结果, 这里 OSPA 距离的估计强调定位误差弱化势误差部分, 将仿真中参数设置为  $e = 30$  和  $p = 1$ .

图 4 是经过 100 次蒙特卡洛仿真后, 四种滤波算法的 OSPA 距离, 图 4(a) 为完整的 OSPA 距离, 图 4(b) 为局部放大后的 OSPA 距离. 所提算法与 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法的 OSPA 距离明显小于 Unknown-ET-PHD 和 ET-GM-PHD 滤波算法, 验证了联合跟踪与分类技术在扩展目标跟踪

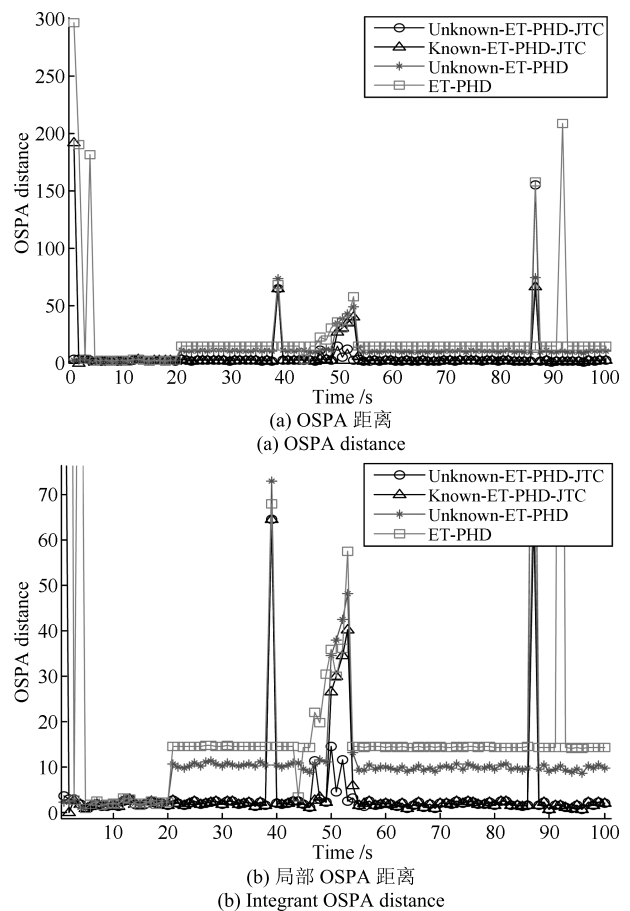


图 4 OSPA 距离

Fig. 4 The OSPA distances

精度性能方面的优势. 另外, 在新生目标出现时, 所提算法的 OSPA 距离小于 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法, 并且在整个仿真时间内所提算法的 OSPA 距离始终维持在一个较低的水平. 因此, 所提算法在新生目标强度未知以及目标处于并行、交叉情况下对多扩展目标状态与类别的估计有明显优势.

在时间开销方面, 所提算法与 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法相比, 算法复杂性上只是多了一个新生目标强度估计的复杂度, 每一类目标强度多增加了  $\sum_{\varphi \in \mathcal{Z}_k} |\varphi|$  个高斯项. 与 Unknown-ET-PHD 滤波算法相比, 增加的高斯项为  $(c-1) \sum_{c \in \Theta'} (J_{c,k}^p + J_{c,k}^b)$ . 所提算法的每步平均时间开销为 1.33 s, 原 ET-GM-PHD 滤波算法为 0.98 s.

表 1 给出了四种滤波算法性能的具体参数, 与图 2~4 相对应, 改进算法与 Known-ET-PHD-JTC 滤波算法在性能上比 Unknown-ET-PHD 和 ET-GM-PHD 滤波算法都有很大提升, 验证了联合跟踪与分类技术在扩展目标跟踪的目标数目估计和定位精度方面具有优势, 另外所提算法可以在新生目标未知情况下很好地自适应起始新生目标强度. 在时间开销上, 改进算法增加了原 ET-GM-PHD 算法时间开销的 35.71%.

表 1 不同方法的滤波性能对比

Table 1 The performance versus of different filters

滤波 算法	平均数目 估计误差	时间平均 OSPA (m)	平均 开销 (s)
Unknown-ET- PHD-JTC	0.2678	4.58	1.33
Known-ET- PHD-JTC	0.2708	6.30	1.23
Unknown- ET-PHD	0.4147	12.99	1.05
ET-GM-PHD	0.4051	17.06	0.98

## 5 结论

针对扩展目标联合跟踪与分类问题及先验未知的新生目标强度, 提出一种基于扩展目标概率假设密度滤波器在新生目标强度未知情况下的联合跟踪与分类算法. 该算法在扩展目标概率假设密度滤波器的基础上, 利用属性信息与目标类别的似然关系, 实现不同类别目标强度在滤波器中的估计. 算法能

够自适应地起始各个类别的新生目标强度, 使滤波器能够及时地实现跟踪. 仿真结果表明, 提出的自适应扩展目标联合跟踪与分类算法改进了概率假设密度滤波器在扩展目标跟踪中的性能.

## References

- 1 Shan Gan-Lin, Mei Wei, Wang Chun-Ping. Advance and challenge in joint target tracking and classification. *Acta Armamentarii*, 2007, **28**(6): 733–738  
(单甘霖, 梅卫, 王春平. 联合目标跟踪与分类技术的进展及存在问题. 兵工学报, 2007, **28**(6): 733–738)
- 2 Lundquist C, Orguner U, Gustafsson F. Extended target tracking using polynomials with applications to road-map estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(1): 15–26
- 3 Lan J, Li X R. Joint tracking and classification of extended object using random matrix. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1550–1557
- 4 Lan J, Li X R. Joint tracking and classification of non-ellipsoidal extended object using random matrix. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 5 Cao W, Lan J, Li X R. Extended object tracking and classification based on recursive joint decision and estimation. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1670–1677
- 6 Sun L F, Lan J, Li X R. Joint tracking and classification of extended object based on support functions. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 7 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 8 Yang Wei, Fu Yao-Wen, Li Xiang, Long Jian-Qian. Joint detection, tracking and classification algorithm for multiple maneuvering targets based on LGJMS-GMPHDF. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, **34**(2): 398–403  
(杨威, 付耀文, 黎湘, 龙建乾. 基于 LGJMS-GMPHDF 的多机动目标联合检测、跟踪与分类算法. 电子与信息学报, 2012, **34**(2): 398–403)
- 9 Yang Wei, Fu Yao-Wen, Li Xiang, Long Jian-Qian. Joint detection, tracking and classification algorithm of multiple maneuvering targets using MMPHDF. *Scientia Sinica Informationis*, 2012, **42**(7): 893–906  
(杨威, 付耀文, 黎湘, 龙建乾. 基于 MMPHDF 的多机动目标联合检测、跟踪与分类算法. 中国科学: 信息科学, 2012, **42**(7): 893–906)
- 10 Gilholm K, Salmond D. Spatial distribution model for tracking extended objects. *IEEE Proceedings — Radar, Sonar, and Navigation*, 2005, **152**(5): 364–371
- 11 Mahler R. PHD filters for nonstandard targets, I: extended targets. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Seattle, WA, USA: IEEE, 2009. 915–921

- 12 Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(4): 3268–3286
- 13 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Convergence analysis of the Gaussian mixture extended-target probability hypothesis density filter. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(8): 1343–1352  
(连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 高斯混合扩展目标概率假设密度滤波器的收敛性分析. *自动化学报*, 2012, **38**(8): 1343–1352)
- 14 Lian F, Han C Z, Liu W F, Liu J, Sun J. Unified cardinalized probability hypothesis density filters for extended targets and unresolved targets. *Signal Processing*, 2012, **92**(7): 1729–1744
- 15 Tian Sen-Ping, Zhou Bo, Qi Qi-Feng. Gaussian mixture PHD filter based tracking multiple maneuvering extended targets. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2013, **44**(12): 4923–4929  
(田森平, 周波, 戚其丰. 基于高斯混合 PHD 滤波的多机动扩展目标跟踪. *中南大学学报 (自然科学版)*, 2013, **44**(12): 4923–4929)
- 16 Ristic B, Clark D, Vo B N, Vo B T. Adaptive target birth intensity for PHD and CPHD filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(2): 1656–1668
- 17 Xu Cong-An, Xiong Wei, Liu Yu, He You. A single measurement PHD filter with unknown target birth intensity. *Acta Electronica Sinica*, 2016, **44**(10): 2300–2307  
(徐从安, 熊伟, 刘瑜, 何友. 新生目标强度未知的单量测 PHD 滤波器. *电子学报*, 2016, **44**(10): 2300–2307)
- 18 He X F, Tharmarasa R, Pelletier M, Kirubarajan T. Two-level automatic multiple target joint tracking and classification. In: Proceedings of the 2010 SPIE, the International Society for Optical Engineering. 7698. Orlando, FL, USA: SPIE, 2010, **7698**: Article No. 769800
- 19 Xu L, Krzyzak A, Suen C Y. Methods of combining multiple classifiers and their applications to handwriting recognition. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1992, **22**(3): 418–435
- 20 Magnant C, Giremus A, Grivel E, Ratton L, Joseph B. Multi-target tracking using a PHD-based joint tracking and classification algorithm. In: Proceedings of the 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf). Philadelphia, PA, USA: IEEE, 2016. 1–6
- 21 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447–3457



**樊鹏飞** 空军工程大学信息与导航学院硕士研究生. 主要研究方向为扩展目标跟踪. 本文通信作者.

E-mail: 13072972016@163.com

(**FAN Peng-Fei** Master student at the Information and Navigation College, Air Force Engineering University. His main research interest is extended

target tracking. Corresponding author of this paper.)



**李鸿艳** 空军工程大学信息与导航学院副教授. 主要研究方向为信息融合, 目标跟踪. E-mail: lihongyan71@sohu.com

(**LI Hong-Yan** Associate professor at the Information and Navigation College, Air Force Engineering University. Her research interest covers information fusion and target tracking.)