

一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器

赵国荣¹ 韩旭¹ 卢建华¹

摘要 针对无线网络化多传感器融合估计中存在的网络拥堵、传感器能量有限以及通信带宽有限的问题, 本文以多传感器经通信网络组成的线性离散随机系统为研究对象, 提出了一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器, 能够在降低传感器数据传输率的同时满足有限带宽的限制. 在目标状态满足高斯性的前提下, 给出了融合估计误差均方差一致有界的条件. 最后通过算例仿真验证所提方法的有效性.

关键词 数据传输率, 分布式融合估计器, 数据驱动传输策略, 带宽受限

引用格式 赵国荣, 韩旭, 卢建华. 一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器. 自动化学报, 2015, 41(9): 1649–1658

DOI 10.16383/j.aas.2015.c150025

A Decentralized Fusion Estimator Using Data-driven Communication Strategy Subject to Bandwidth Constraints

ZHAO Guo-Rong¹ HAN Xu¹ LU Jian-Hua¹

Abstract A decentralized fusion estimator using data-driven communication strategy subject to bandwidth constraints is proposed for linear discrete-time stochastic dynamical systems composed of sensors via a communication network, aiming to deal with the network traffic, energy and bandwidth constraints in wireless networked multi-sensor fusion estimation. The estimator can realize a reduced communication rate as well as meet the limitation of bandwidth. The conditions ensuring that the estimation error is uniformly bounded in mean square error are given when the target states are Gaussian. Finally, a simulation example is given to confirm the effectiveness of the proposed approach.

Key words Communication rate, decentralized fusion estimator, data-driven communication strategy, bandwidth constraints

Citation Zhao Guo-Rong, Han Xu, Lu Jian-Hua. A decentralized fusion estimator using data-driven communication strategy subject to bandwidth constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(9): 1649–1658

无线网络化多传感器融合估计^[1–3] 以其一系列优点, 已经被广泛应用于控制、目标跟踪、生物监测、信号处理和通信等领域. 然而无线传感器网络自身存在着网络拥堵、传感器能量有限和带宽有限等严重影响融合估计性能的不利因素. 文献 [4–5] 表明, 在无线传感器网络中, 传感器在进行数据传输时的耗能占据了传感器能量消耗的主要部分. 因此, 降低传感器的数据传输率可以直接减少传感器的能量消耗. 同时, 文献 [6–7] 指出, 降低传感器的数据传输率能够有效减轻网络拥堵. 针对降低传感器的数据传输率问题, 文献 [7] 提出了一种 Send-on-detla 数据传输策略, 设定当某时刻的传感器的测量值与

上一时刻被传输的测量值的差值超过某个门限值时, 测量值将被传输到融合中心. 文献 [8] 针对一个传感器的情况, 将测量数据未被传输到融合中心的状况看成是被传输的数据以特定的概率丢失. 文献 [9] 提出一种每个传感器间歇地将测量数据传输到融合中心, 并给出了保证融合性能最佳的传输策略. 基于数据驱动传输策略, 文献 [10] 提出, 若待传输的测量数据落入可设计的区域内, 测量数据被传输到融合中心, 并利用最大似然估计方法处理非高斯性, 文献 [11] 利用近似高斯的方法处理非高斯性, 并利用蒙特卡洛方法对多传感器跟踪问题进行了仿真, 得到了满意的融合估计性能. 利用和文献 [10–11] 相似的数据驱动传输策略, 文献 [12] 分别对集中式和分布式两种情况下的状态估计进行了分析, 并讨论了丢包问题. 上述文献均假定网络传输带宽是足够的, 而实际情况中带宽往往是有限的.

对于带宽受限问题, 目前主要有两种解决方法: 量化方法和维数压缩方法. 文献 [13–14] 中利用量化的方法, 将被传输的数据编码成少数二进制字符

收稿日期 2015-01-16 录用日期 2015-05-27
Manuscript received January 16, 2015; accepted May 27, 2015
国家自然科学基金 (61473306) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61473306)
本文责任编辑 文成林
Recommended by Associate Editor WEN Cheng-Lin
1. 海军航空工程学院控制工程系 烟台 264001
1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001

传输到融合中心,在融合中心经过解码,大大减轻了带宽的负担,通过设计量化器和融合估计器,使融合性能损失最小.文献[15–18]采用维数压缩策略对待传输数据进行维数的降低,以便满足有限的带宽要求.不同的是,文献[15–16]提出的策略属于无结构压缩策略,将测量信号分量加权求和后实现降维,文献[17]利用一种对角矩阵实现降维,避免了传感器之间的交联,通过优化估计误差方差,得到了一种无损的维数压缩矩阵,但是只有在量测矩阵的维数大于状态量维数时才是最优的.类似于文献[17]的降维策略,文献[18]设计了一种直接选取传输分量的方法,并给出最优传输策略的确定方法.

为了能够在降低传感器数据传输率的同时满足有限带宽的限制,受文献[10–12]的启发,本文提出一种基于数据驱动传输策略的带宽限制的分布式融合估计器.定义传感器的数据传输率,并给出数据驱动传输策略的一般形式,利用贝叶斯理论,证明数据未被传输时可看作是一个虚拟的值被传输到融合中心,当测量值服从高斯分布时,得到最优传输策略.然后,以分布式融合估计系统为研究对象,当局部最优估计值被传输到融合中心时,由于带宽的限制,采用直接选取局部最优估计信号的部分分量传输到融合中心的降维策略,而不需要求解分量权值,未被发送到融合中心的分量由前一时刻融合估计值的一步预测值代替,形成补偿状态估计.将补偿状态估计作为数据驱动传输策略中的待传输测量值,在融合中心,利用最优线性无偏估计方法^[19–22]得到最终的融合估计值,并证明融合估计误差均方差是一致有界的.

1 基于数据驱动传输策略的状态估计

考虑量测方程

$$Y = HX + \mathbf{v} \quad (1)$$

其中, $Y \in \mathbf{R}^m$ 表示测量输出, $H \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 表示量测矩阵, $X \in \mathbf{R}^n$ 表示状态量, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^m$ 表示测量噪声. 设 \mathbf{v} 的概率密度函数为 $f_{\mathbf{v}}(\cdot)$, X 的先验概率密度函数为 $f_X(\cdot)$, Y 的概率密度函数为 $f_Y(\cdot)$.

定义二值变量 q , $q = 1$ 表示任一时刻传感器传输测量数据到融合中心; $q = 0$ 表示传感器没有传输数据到融合中心,定义传感器的数据传输率为 α . 数据驱动传输策略可描述为如下形式:

$$q = \begin{cases} 0, & Y - \tilde{\mathbf{y}} \in \Xi \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbf{R}^m$, $\Xi \subseteq \mathbf{R}^m$ 表示一个可测集合,不失一般性,集合 Ξ 以原点为对称中心,即 $\int_{\Xi} \xi d\xi = 0$. 式(2)表明,当测量输出 Y 远离设定值 $\tilde{\mathbf{y}}$,即 $Y - \tilde{\mathbf{y}}$ 落

在集合 Ξ 之外时, Y 被传输到融合中心. 由此可知,通过设计 $\tilde{\mathbf{y}}$ 和 Ξ ,可以使得传感器的传输率 α 得到满足,即

$$P\{q = 0\} = \int_{\tilde{\mathbf{y}} + \Xi} f_Y(\xi) d\xi = 1 - \alpha \quad (3)$$

由贝叶斯估计理论可知,状态 X 的估计问题的解可由条件概率密度 $f_{X/q}(\cdot|\cdot)$ 得到. 当测量输出 $Y = \mathbf{y}$ 被传输到融合中心,即 $q = 1$ 时,有

$$f_{X/q}(\mathbf{x}|1) \propto f_{\mathbf{v}}(\mathbf{y} - H\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) \quad (4)$$

反之,当没有数据被传输到融合中心,即 $q = 0$ 时,有

$$f_{X/q}(\mathbf{x}|0) \propto \int_{\tilde{\mathbf{y}} + \Xi} f_{\mathbf{v}}(\xi - H\mathbf{x}) d\xi f_X(\mathbf{x}) \quad (5)$$

为了将测量输出未被传输的情况用一个“虚拟传输量”等价代替以便于计算,下面介绍定理1.

定理 1. 结合式(1)和式(2),定义“虚拟传输量” $\mathbf{z} = \tilde{\mathbf{y}} = HX + \mathbf{v} - \mathbf{g}$, 其中 $\mathbf{g} \in \Xi$ 且服从均匀分布,并与 X 、 \mathbf{v} 互不相关,则验后概率密度函数

$$f_{X/\mathbf{z}}(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}) = f_{X/q}(\mathbf{x}|0) \quad (6)$$

证明. 由卷积公式得:

$$f_{\mathbf{v}-\mathbf{g}}(\mathbf{v}) = \int_{\mathbf{R}^m} f_{\mathbf{g}}(\mathbf{g}) f_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} + \mathbf{g}) d\mathbf{g} \propto \int_{\Xi} f_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} + \mathbf{g}) d\mathbf{g} \quad (7)$$

又

$$f_{z/X}(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{x}) = f_{\mathbf{v}-\mathbf{g}}(\tilde{\mathbf{y}} - H\mathbf{x}) \propto \int_{\Xi} f_{\mathbf{v}}(\tilde{\mathbf{y}} - H\mathbf{x} + \mathbf{g}) d\mathbf{g} \quad (8)$$

由贝叶斯公式可得:

$$f_{X/\mathbf{z}}(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}) \propto \int_{\Xi} f_{\mathbf{v}}(\tilde{\mathbf{y}} - H\mathbf{x} + \mathbf{g}) d\mathbf{g} f_X(\mathbf{x}) \quad (9)$$

进行变量代换, $\varsigma = \mathbf{g} + \tilde{\mathbf{y}}$, 可得到式(6). \square

由定理1可得,当没有数据被传输,即 $q = 0$ 时,可等价于“虚拟传输量” \mathbf{z} 被传输到融合中心.

在满足式(3)的前提下,由式(2)可知,当 $\tilde{\mathbf{y}}$ 值一定时, Ξ 越大,测量值就越难被传输到融合中心,融合性能也就越差. 因此,最优的传输策略可通过求解下面优化问题得到:

$$\begin{aligned} & \min |\Xi| \\ & \text{s. t. } \int_{\tilde{\mathbf{y}} + \Xi} f_Y(\xi) d\xi = 1 - \alpha \end{aligned} \quad (10)$$

显然, 优化问题 (10) 的解依赖于 $f_Y(\cdot)$ 的选取, 这里设 Y 服从高斯分布. 下面通过介绍定理 2 求解优化问题 (10).

定理 2. 当 $f_Y(\cdot)$ 为高斯概率密度形式时, 优化问题 (10) 的最优解为

$$\tilde{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{y}}, \quad \Xi = \delta\epsilon_{\Upsilon} = \{\mathbf{y} : \mathbf{y} = \delta\zeta, \zeta \in \epsilon_{\Upsilon}\} \quad (11)$$

其中, $\bar{\mathbf{y}}$ 表示平均值, $\epsilon_{\Upsilon} = \{\zeta : \zeta^T \Upsilon \zeta \leq 1\}$, Υ 为正定加权阵, $\|\zeta\|_{\Upsilon} = (\zeta^T \Upsilon \zeta)^{1/2}$ 表示矢量 ζ 的加权模值, $\delta > 0$ 依赖于传输率 α 的取值.

证明. 由于 $f_Y(\cdot)$ 为高斯概率密度形式, 由高斯概率密度函数的对称性以及单调性可知, $f_Y(\cdot)$ 可写成 $f_Y(\cdot) = \phi(\|\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\|_{\Upsilon}^2)$ 的形式, 其中 $\phi(\cdot)$ 为单调非增函数. 若要证明式 (11) 为最优传输策略, 只需证明对于任意满足 $|\Xi| < \delta|\epsilon_{\Upsilon}|$ 的组合 $(\tilde{\mathbf{y}}, \Xi)$, 都有 $1 - \int_{\tilde{\mathbf{y}}+\Xi} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} > \alpha$, 不符合约束条件 (3), 证明如下:

定义集合: $\Omega_1 = (\tilde{\mathbf{y}} + \Xi) \cap (\bar{\mathbf{y}} + \delta|\epsilon_{\Upsilon}|)$, $\Omega_2 = (\tilde{\mathbf{y}} + \Xi)/\Omega_1$, $\Omega_3 = (\bar{\mathbf{y}} + \delta|\epsilon_{\Upsilon}|)/\Omega_1$, 对于任意的 $\boldsymbol{\xi} \in \Omega_2$, 有 $\|\boldsymbol{\xi} - \bar{\mathbf{y}}\|_{\Upsilon}^2 \geq \delta$, 由 $\phi(\cdot)$ 的单调非增性, 可得:

$$f_Y(\boldsymbol{\xi}) \leq \phi(\delta) \quad (12)$$

由不等式 (12), 得:

$$\begin{aligned} 1 - \int_{\tilde{\mathbf{y}}+\Xi} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} &= \\ 1 - \int_{\Omega_1} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} - \int_{\Omega_2} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} &\geq \\ 1 - \int_{\Omega_1} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} - \phi(\delta)|\Omega_2| &\quad (13) \end{aligned}$$

类似地, 对于任意的 $\boldsymbol{\xi} \in \Omega_3$, 有 $\|\boldsymbol{\xi} - \bar{\mathbf{y}}\|_{\Upsilon}^2 \leq \delta$, 由 $\phi(\cdot)$ 的单调非增性, 可得:

$$f_Y(\boldsymbol{\xi}) \geq \phi(\delta) \quad (14)$$

由不等式 (12), 得:

$$\begin{aligned} 1 - \int_{\tilde{\mathbf{y}}+\delta\epsilon_{\Upsilon}} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} &= \\ 1 - \int_{\Omega_1} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} - \int_{\Omega_3} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} &\leq \\ 1 - \int_{\Omega_1} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} - \phi(\delta)|\Omega_3| &\quad (15) \end{aligned}$$

结合式 (13) 和式 (15), 可得:

$$1 - \int_{\tilde{\mathbf{y}}+\Xi} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} \geq \alpha + \phi(\delta)(|\Omega_3| - |\Omega_2|) \quad (16)$$

由 $|\Xi| < \delta|\epsilon_{\Upsilon}|$ 可得 $|\Omega_2| < |\Omega_3|$, 所以由式 (16) 可得 $1 - \int_{\tilde{\mathbf{y}}+\Xi} f_Y(\boldsymbol{\xi})d\boldsymbol{\xi} > \alpha$, 不符合约束条件 (3), 由此证明, 式 (11) 为最优传输策略. \square

假设 $f_X(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x}; \bar{\mathbf{x}}, \Sigma_x)$, $f_v(\mathbf{v}) = N(\mathbf{v}; 0, \Sigma_v)$, 由式 (1) 得:

$$f_Y(\mathbf{y}) = N(\mathbf{y}; H\bar{\mathbf{x}}, \Sigma_y) \quad (17)$$

其中, $\Sigma_y = \Sigma_v + H\Sigma_x H^T$, $N(\cdot; \mu, \Sigma)$ 表示期望为 μ 、方差为 Σ 的高斯分布概率密度函数. 注意到测量输出的传输条件 $\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{y}} \notin \Xi$ 等价于 $\|\boldsymbol{\xi} - \bar{\mathbf{y}}\|_{\Upsilon}^2 \geq \delta$, δ 可看作为传输阈值. 结合式 (17), 可以得到传输条件等价于

$$\|\mathbf{y} - H\bar{\mathbf{x}}\|_{\Sigma_y^{-1}}^2 \geq \delta \quad (18)$$

由数理统计和矩阵知识可知, 随机变量 $\|\mathbf{y} - H\bar{\mathbf{x}}\|_{\Sigma_y^{-1}}^2$ 服从自由度为 m 的 χ^2 分布, m 表示矢量 \mathbf{y} 的维数. 结合式 (3), 可得:

$$P(q=0) = P\{\|\mathbf{y} - H\bar{\mathbf{x}}\|_{\Sigma_y^{-1}}^2 < \delta\} = C_m(\delta) \quad (19)$$

式中, $C_m(\cdot)$ 表示自由度为 m 的 χ^2 分布的累积概率分布函数. 由式 (3) 和式 (19) 可得传输阈值 δ 的计算公式为

$$\delta = C_m^{-1}(1 - \alpha) \quad (20)$$

2 系统建模与问题描述

考虑如下由 N 个传感器经通信网络所组成的线性离散动态随机系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (21)$$

$$\mathbf{y}_i(k) = C_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}_i(k), \quad 1 \leq i \leq N \quad (22)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{y}_i(k) \in \mathbf{R}^{m_i}$ 分别表示系统状态和第 i 个传感器的测量输出, $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $C_i \in \mathbf{R}^{m_i \times n}$.

不失一般性, 对系统做如下假设:

假设 1. $\mathbf{w}(k) \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{v}_i(k) \in \mathbf{R}^{m_i}$ 为零均值互不相关的高斯白噪声, 满足

$$\begin{cases} E\{\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(k_1)\} = W\delta_{kk_1} \\ E\{\mathbf{v}_i(k)\mathbf{w}^T(k_1)\} = 0 \\ E\{\mathbf{v}_i(k)\mathbf{v}_j^T(k_1)\} = V_i\delta_{ij}\delta_{kk_1} \end{cases} \quad (23)$$

其中, $W > 0$, $V_i > 0$ ($1 \leq i \leq N$) 且有界.

假设 2. 系统 (21) 完全可控, 各子系统 (A, C_i) 均完全可观.

假设每个传感器都有能力计算系统 (21) 和 (22) 的局部最优估计. 根据每个传感器各时刻的测量信息 $\{\mathbf{y}_i(1), \mathbf{y}_i(2), \dots, \mathbf{y}_i(k)\}$ 和统计特性 (23) 可知,

第 i 个传感器计算出的局部最优估计 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$ 可由标准 Kalman 滤波器给出:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_i(k|k) = (I - K_i(k)C_i)A\hat{\mathbf{x}}_i(k-1|k-1) + \\ K_i(k)\mathbf{y}_i(k) \\ K_i(k) = \Sigma_{i,i}(k|k-1)C_i^T[C_i\Sigma_{i,i}(k|k-1) \times \\ C_i^T + V_i]^{-1} \\ \Sigma_{i,i}(k|k) = [I - K_i(k)C_i]\Sigma_{i,i}(k|k-1) \\ \Sigma_{i,i}(k|k-1) = A\Sigma_{i,i}(k-1|k-1)A^T + W \end{cases} \quad (24)$$

其中, 局部最优估计误差协方差矩阵 $\Sigma_{i,i}(k|k) = E\{[\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}_i(k|k)][\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}_i(k|k)]^T\}$, 根据文献 [23] 的结论, 最优局部估计误差交叉协方差矩阵 $\Sigma_{i,j}(k|k)$ ($i \neq j$) 由下面的递推式计算:

$$\Sigma_{i,j}(k|k) = [I - K_i(k)C_i][A\Sigma_{i,j}(k-1|k-1) \times A^T + W][I - K_j(k)C_j]^T \quad (25)$$

本文选取文献 [19] 描述的分布式融合估计结构, 即在融合中心利用各传感器的局部最优状态估计得到最终的全局最优状态估计 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$. 出于减轻网络拥堵、节省传感器能量的考虑, 本节使用上一节所提出的数据驱动传输策略来降低各传感器的数据传输率. 同时, 为了满足带宽的限制, 采用直接选取局部最优估计信号的部分分量传输到融合中心的降维策略, 具体方案描述如下:

在 k 时刻, 由于通信带宽的限制, 局部最优状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k) \in \mathbf{R}^n$ 只能被允许传输 $r_i(k)$ ($1 \leq r_i(k) < n$) 个分量 (分量被标记) 到融合中心, 未被传输的分量在融合中心得到补偿, 称补偿后的局部估计为局部补偿状态估计, 记作 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$. 设 $R_{\sigma_i}^i(k)$ 为被传输的 $r_i(k)$ 个分量的选择矩阵, 其中, $\sigma_i \in \{1, 2, \dots, \Delta_i\}$, $\Delta_i = C_n^{r_i(k)} = (n(n-1)(n-2) \cdots (n-r_i(k)+1))/(r_i(k)(r_i(k)-1)(r_i(k)-2) \cdots 1)$. 显然, $R_{\sigma_i}^i(k)$ 为包含 $r_i(k)$ 个对角元素 “1” 和 $n-r_i(k)$ 个对角元素 “0” 的对角矩阵, 且

$$R_{\sigma_i}^i(k) \in \{R_1^i(k), \dots, R_{\sigma_i}^i(k), \dots, R_{\Delta_i}^i(k)\} \quad (26)$$

为了便于表示和计算, 在后文中, 用 $R_i(k)$ 代替 $R_{\sigma_i}^i(k)$.

设计 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$ 的计算公式为

$$\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = R_i(k)\hat{\mathbf{x}}_i(k|k) + (I - R_i(k))A \times \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \quad (27)$$

式 (27) 表明, 对于没有被传输到融合中心的 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$ 的 $n-r_i(k)$ 个分量, 由前一时刻全局补偿状态估

计的一步预测值代替, 且容易证明, 当 $E\{\hat{\mathbf{x}}(0|0)\} = E\{\mathbf{x}(0)\} = E\{\hat{\mathbf{x}}_i(0|0)\}$ ($i = 1, \dots, N$) 成立时, 所设计的 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$ 和 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 是 $\mathbf{x}(k)$ 的无偏估计, 即满足:

$$E\{\hat{\mathbf{x}}(k|k)\} = E\{\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)\} = E\{\mathbf{x}(k)\} \quad (28)$$

将 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$ 看作是待传输到融合中心的 $\mathbf{x}(k)$ 的测量值, 即

$$\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = \mathbf{x}(k) + (\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)) \quad (29)$$

式 (29) 中, 可将 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)$ 看作是测量噪声, 因此, 式 (29) 符合式 (1) 的形式. 结合传输策略 (2) 和 (11), 以 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$ 为传输量的数据驱动传输策略可表示如下:

$$q_k^i = \begin{cases} 0, & \|\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k)\|_{\Sigma_k^i}^2 \leq \delta^i \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (30)$$

其中, δ^i 可由式 (20) 计算求得.

由定理 1, 可得:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = \mathbf{x}(k) + (\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)) \\ \bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = \mathbf{x}(k) + (\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)) - \mathbf{g}_k^i \end{cases} \quad (31)$$

其中, $\mathbf{g}_k^i \in \delta^i \boldsymbol{\epsilon}_{\Sigma_k^i}$ 服从均匀分布, 且与 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)$ 互不相关.

定义

$$\begin{cases} I_O = \text{col}_i(I) \\ \mathbf{z}(k) = \text{col}_i(q_k^i \hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) + (1 - q_k^i) \bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k)) \\ \boldsymbol{\lambda}(k) = \text{col}_i(\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k)) - \text{col}_i((1 - q_k^i) \mathbf{g}_k^i) \end{cases}$$

其中, $\text{col}_i(D_i) = [D_1^T, \dots, D_N^T]^T$, 则可以得到与式 (1) 相对应的形式:

$$\mathbf{z}(k) = I_O \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\lambda}(k) \quad (32)$$

根据最优线性无偏估计方法^[16], 可以得到分布式融合估计 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 和估计误差协方差矩阵 $P_k^O = E\{[\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)][\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)]^T\}$ 为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k|k) = (I_O^T P_k^{-1} I_O)^{-1} I_O^T P_k^{-1} \mathbf{z}(k) \\ P_k^O = (I_O^T P_k^{-1} I_O)^{-1} \end{cases} \quad (33)$$

其中, P_k 为式 (32) 中噪声 $\boldsymbol{\lambda}(k)$ 的协方差阵. 由 $\boldsymbol{\lambda}(k)$ 的定义可得, $\boldsymbol{\lambda}(k)$ 由 $\text{col}_i(\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k))$ 和 $-\text{col}_i((1 - q_k^i) \mathbf{g}_k^i)$ 两部分组成. 记 $\text{diag}_i\{D_i\} = \text{diag}\{D_1, \dots, D_N\}$, 令 \bar{P}_k 为 $\text{col}_i(\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k))$ 的协方差矩阵, 则有

$$\bar{P}_k = \begin{bmatrix} p_k^{1,1} & \cdots & p_k^{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_k^{N,1} & \cdots & p_k^{N,N} \end{bmatrix}$$

其中, $p_k^{i,j} = E\{(\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k))(\hat{\mathbf{x}}_j^c(k|k) - \mathbf{x}(k))^T\}$, 又知 $\mathbf{g}_k^i \in \delta^i \varepsilon_{\Sigma_k^i}$ 服从均匀分布, 则可得 \mathbf{g}_k^i 的方差为 $\delta^i/(n+2)(\Sigma_k^i)^{-1}$, n 为 $\mathbf{x}(k)$ 的维数, 因此, $-\text{col}_i((1 - q_k^i)\mathbf{g}_k^i)$ 的方差矩阵为 $\text{diag}_i\{(1 - q_k^i)\delta^i/(n+2) \times (\Sigma_k^i)^{-1}\}$. 所以可得:

$$P_k = \bar{P}_k + \text{diag}_i \left\{ (1 - q_k^i) \frac{\delta^i}{n+2} (\Sigma_k^i)^{-1} \right\} \quad (34)$$

下面计算 $p_k^{i,j}$, 为方便计算, 首先做如下定义:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k) - \mathbf{x}(k) \\ \tilde{\mathbf{x}}_i(k|k) = \hat{\mathbf{x}}_i(k|k) - \mathbf{x}(k) \\ \tilde{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = \hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \mathbf{x}(k) \\ \bar{R}_i(k) = I - R_i(k) \\ R(k) = \text{diag}\{R_1(k), \dots, R_N(k)\} \\ \bar{R}(k) = [\bar{R}_1^T(k), \dots, \bar{R}_N^T(k)]^T \\ \bar{A}_i(k) = A - K_i(k)C_iA \\ \Lambda_i(k) = -(I - K_i(k)C_i)W \\ \Sigma_i(k) = [\Sigma_{1,i}^T(k|k), \dots, \Sigma_{N,i}^T(k|k)]^T \\ \hat{P}_k = (I_O^T P_k^{-1} I_O)^{-1} I_O^T P_k^{-1} \\ \Phi_i(k) = E\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1)\tilde{\mathbf{x}}_i^T(k|k)\} \\ \Psi_i(k-1) = E\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1)\tilde{\mathbf{x}}_i^T(k-1|k-1)\} \end{array} \right. \quad (35)$$

由式 (21) 和式 (27), 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_i^c(k|k) &= R_i(k)\tilde{\mathbf{x}}_i(k|k) + \\ &\quad \bar{R}_i(k)A\tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1) - \bar{R}_i(k)\mathbf{w}(k-1) \end{aligned} \quad (36)$$

由式 (24)、(35) 和 (36), 可得:

$$\begin{aligned} p_k^{i,j} &= E\{\tilde{\mathbf{x}}_i^c(k|k)\tilde{\mathbf{x}}_j^{cT}(k|k)\} = \\ &R_i(k)\Sigma_{i,j}(k|k)R_j^T(k) + \\ &\bar{R}_i(k)A\Phi_j(k)R_j^T(k) - \\ &\bar{R}_i(k)E\{\mathbf{w}(k-1)\tilde{\mathbf{x}}_j^T(k|k)\}R_j^T(k) + \\ &R_i(k)\Phi_i^T(k)A^T\bar{R}_j^T(k) + \\ &\bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O A^T \bar{R}_j^T(k) - \\ &\bar{R}_i(k)AE\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1)\mathbf{w}^T(k-1)\}\bar{R}_j^T(k) - \\ &R_i(k)E\{\tilde{\mathbf{x}}_i(k|k)\mathbf{w}^T(k-1)\}\bar{R}_j^T(k) - \\ &\bar{R}_i(k)AE\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1)\mathbf{w}^T(k-1)\}\bar{R}_j^T(k) + \\ &\bar{R}_i(k)W\bar{R}_j^T(k) \end{aligned} \quad (37)$$

根据统计特性 (23), 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k-1) &\perp \tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ \mathbf{v}_i(k) &\perp \tilde{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \end{aligned} \quad (38)$$

由式 (21) 和式 (24), 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_i(k|k) &= (A - K_i(k)C_iA)\tilde{\mathbf{x}}_i(k-1|k-1) - \\ &\quad (I - K_i(k)C_i)\mathbf{w}(k-1) + K_i(k)\mathbf{v}_i(k) \end{aligned} \quad (39)$$

结合式 (35) 和式 (39), 可得:

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}_i(k|k)\mathbf{w}^T(k-1)\} = (K_i(k)C_i - I)W = \Lambda_i(k) \quad (40)$$

将式 (38) 和式 (40) 代入式 (37), 则式 (37) 简化为

$$\begin{aligned} p_k^{i,j} &= E\{\tilde{\mathbf{x}}_i^c(k|k)\tilde{\mathbf{x}}_j^{cT}(k|k)\} = \\ &R_i(k)\Sigma_{i,j}(k|k)R_j^T(k) + \\ &\bar{R}_i(k)(A\Phi_j(k) - \Lambda_j^T(k))R_j^T(k) + \\ &R_i(k)(\Phi_i^T(k)A^T - \Lambda_i(k))\bar{R}_j^T(k) + \\ &\bar{R}_i(k)(AP_{k-1}^O A^T + W)\bar{R}_j^T(k) \end{aligned} \quad (41)$$

由式 (35)、(38) 和 (39), 可得:

$$\Phi_i(k) = \Psi_i(k-1)\bar{A}_i^T(k) \quad (42)$$

由式 (21)、(24)、(27)、(35) 和 (40), 可得:

$$\begin{aligned} \Psi_i(k-1) &= \hat{P}_{k-1}R(k-1)\Sigma_i(k-1) + \\ &\quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)A\Phi_i(k-1) - \\ &\quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)\Lambda_i^T(k-1) \end{aligned} \quad (43)$$

将式 (43) 代入式 (42), 可得:

$$\begin{aligned} \Phi_i(k) &= \hat{P}_{k-1}R(k-1)\Sigma_i(k-1)\bar{A}_i^T(k) + \\ &\quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)A\Phi_i(k-1)\bar{A}_i^T(k) - \\ &\quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)\Lambda_i^T(k-1)\bar{A}_i^T(k) \end{aligned} \quad (44)$$

综合式 (41) 和式 (44), 可得到 $p_k^{i,j}$ 的递推公式:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_k^{i,j} = R_i(k)\Sigma_{i,j}(k|k)R_j^T(k) + \\ \quad \bar{R}_i(k)(A\Phi_j(k) - \Lambda_j^T(k))R_j^T(k) + \\ \quad R_i(k)(\Phi_i^T(k)A^T - \Lambda_i(k))\bar{R}_j^T(k) + \\ \quad \bar{R}_i(k)(AP_{k-1}^O A^T + W)\bar{R}_j^T(k) \\ \Phi_i(k) = \hat{P}_{k-1}R(k-1)\Sigma_i(k-1)\bar{A}_i^T(k) + \\ \quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)A\Phi_i(k-1)\bar{A}_i^T(k) - \\ \quad \hat{P}_{k-1}\bar{R}(k-1)\Lambda_i^T(k-1)\bar{A}_i^T(k) \end{array} \right. \quad (45)$$

由元素 $p_k^{i,j}$ 的计算公式, 便可以得到矩阵 \bar{P}_k , 进而得到测量噪声 $\boldsymbol{\lambda}(k)$ 的协方差矩阵 P_k , 根据式 (33) 可计算分布式融合估计 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$.

3 融合估计性能分析

第 2 节提出的基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器虽然可以解决网络交通拥堵、能量和带宽有限的问题, 但是其融合估计性能也是必须要考虑的问题. 下面通过介绍定理 3, 给出融合估计误差 $\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 的均方差是一致有界的条件及证明.

定理 3. 在假设 1 和假设 2 成立的前提下, 给定一组分量选择矩阵 $\{R_1(k), \dots, R_N(k)\}$, 采用式 (30) 中的传输策略形式, 当加权矩阵 Σ_k^i 和分量选择矩阵 $R_i(k)$ 满足

$$\begin{cases} \Sigma_k^i \geq \beta^i I \\ \lambda_{\max}\{A^T \bar{R}_i(k) A\} < 1 \end{cases} \quad (46)$$

β^i 为某正实数, λ_{\max} 为矩阵 $A^T \bar{R}_i(k) A$ 的最大特征值, 则对于任意形式的 $\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$, 融合估计误差 $\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 的均方差是一致有界的, 即存在一个标量 $P_0 > 0$, 使得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup E\{\|\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k)\|^2\} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sup \text{tr}(P_k^O) \leq P_0 \quad (47)$$

证明. 由文献 [23] 可知:

$$\text{tr}(P_{k-1}^O) \leq \text{tr}(p_{k-1}^{i,i}) + \text{tr}\left[\left(1 - q_k^i\right) \frac{\delta^i}{n+2} (\Sigma_k^i)^{-1}\right] \quad (48)$$

根据 $\text{tr}(\cdot)$ 的性质, 可得:

$$\begin{cases} \text{tr}[\bar{R}_i(k)(A\Phi_i(k) - \Lambda_i^T(k))R_i^T(k)] = 0 \\ \text{tr}[R_i(k)(\Phi_i^T(k)A^T - \Lambda_i(k))\bar{R}_i^T(k)] = 0 \end{cases} \quad (49)$$

由式 (45) 和式 (49), 可得:

$$\text{tr}(p_k^{i,i}) = \text{tr}[R_i(k)\Sigma_{i,i}(k|k)R_i^T(k) + \bar{R}_i(k)W\bar{R}_i^T(k) + \bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O A^T \bar{R}_i^T(k)] \quad (50)$$

众所周知, 针对第 i 个系统, 当假设 2 成立时, 局部最优估计协方差阵 $\Sigma_{i,i}(k|k)$ 是收敛的, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Sigma_{i,i}(k|k) = \Sigma_{i,i}$, 因此一定存在某正整数 N_0 , 使得:

$$\text{tr}(\Sigma_{i,i}(k|k)) = \text{tr}(\Sigma_{i,i}), \quad k \geq N_0 \quad (51)$$

由假设 1 中 W 有界可知, 一定存在标量 $\eta > 0$, 使得如下不等式成立:

$$\text{tr}(W) \leq \eta \quad (52)$$

由矩阵知识, 可得:

$$\text{tr}[\bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O A^T \bar{R}_i^T(k)] = \text{tr}[A^T \bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O] \quad (53)$$

由于 $A^T \bar{R}_i(k)A$ 是一个对称矩阵, 并且 P_{k-1}^O 是半正定的, 所以根据文献 [24] 的结论, 可得:

$$\text{tr}[A^T \bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O] \leq \lambda_{\max}\{A^T \bar{R}_i(k)A\} \text{tr}(P_{k-1}^O) \quad (54)$$

其中, λ_{\max} 表示矩阵 $A^T \bar{R}_i(k)A$ 的最大特征值. 综合式 (53) 和式 (54) 可得, 当式 (46) 满足时, 可导出:

$$\text{tr}[\bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O A^T \bar{R}_i^T(k)] \leq \text{tr}(P_{k-1}^O) \quad (55)$$

为方便运算, 给出定义如下:

$$\begin{cases} M_i = R_i(k)\Sigma_{i,i}(k|k)R_i^T(k) + \bar{R}_i(k)W\bar{R}_i^T(k) \\ m_i(k) = (1 - q_k^i) \frac{\delta^i}{n+2} (\Sigma_k^i)^{-1} \end{cases} \quad (56)$$

由式 (54) 可得, 存在一个标量 $a(k-1)$ ($0 \leq a(k-1) < 1$), 使得如下等式成立:

$$\text{tr}[\bar{R}_i(k)AP_{k-1}^O A^T \bar{R}_i^T(k)] = a(k-1)\text{tr}(P_{k-1}^O) \quad (57)$$

由式 (48) 得, $\text{tr}(P_{k-1}^O) \leq p_{k-1}^{i,i} + m_i(k-1)$, 由此可得, 存在一个标量 $b(k-1)$, 使得如下等式成立:

$$\text{tr}(P_{k-1}^O) = b(k-1) [\text{tr}(p_{k-1}^{i,i}) + \text{tr}(m_i(k-1))] \quad (58)$$

根据式 (50) 及式 (56) ~ (58), 可得:

$$\begin{aligned} \text{tr}(p_k^{i,i}) &= \text{tr}(M_i(k)) + a_i(k-1)\text{tr}(P_{k-1}^O) = \\ &= \text{tr}(M_i(k)) + a_i(k-1)b_i(k-1)\text{tr}(M_i(k-1)) + \\ &= a_i(k-1)b_i(k-1)a_i(k-2)\text{tr}(P_{k-2}^O) + \\ &= a_i(k-1)b_i(k-1)\text{tr}(m_i(k-1)) = \dots = \\ &= \text{tr}(M_i(k)) + \sum_{\ell=1}^{k-N_0} \left\{ \left\{ \prod_{\tau=1}^{\ell} a_i(k-\tau)b_i(k-\tau) \right\} \times \right. \\ &= \text{tr}(M_i(k-\ell)) \left. \right\} + \\ &= \sum_{\ell=1}^{k-N_0} \left\{ \left\{ \prod_{\tau=1}^{\ell} a_i(k-\tau)b_i(k-\tau) \right\} \times \right. \\ &= \text{tr}(m_i(k-\ell)) \left. \right\} + a_i(k-L-1) \times \\ &= \left\{ \prod_{\ell=1}^{k-N_0} a_i(k-\ell)b_i(k-\ell) \right\} \text{tr}(P_{k-L-1}^O) \end{aligned} \quad (59)$$

由式 (57) 和式 (58) 可知, 存在标量 c_i ($0 \leq c_i < 1$), 使得如下不等式成立:

$$a_i(k - \tau)b_i(k - \tau) \leq c_i, \quad k \geq N_0, \quad \forall \tau \quad (60)$$

由式 (51) 和式 (52) 可知, 存在标量 $M_0 > 0$, 使得:

$$\text{tr}(M_i(k)) \leq M_0, \quad k \geq N_0 \quad (61)$$

由条件 (46) 可知, 存在标量 $m_0 > 0$, 使得:

$$\begin{aligned} \text{tr}(m_i(k)) &= (1 - q_k^i) \frac{\delta^i}{n + 2} \text{tr}((\Sigma_k^i)^{-1}) \leq \\ &(1 - q_k^i) \frac{\delta^i}{(n + 2)\beta^i} n \leq m_0 \end{aligned} \quad (62)$$

综合式 (59) ~ (62), 可得:

$$\begin{aligned} \text{tr}(p_k^{i,i}) &\leq M_0 + \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-N_0} c_i^\ell \right\} M_0 + \\ &\left\{ \sum_{\ell=1}^{k-N_0} c_i^\ell \right\} m_0 + a_i(k - L - 1) \times \\ &\left\{ \prod_{\ell=1}^{k-N_0} a_i(k - \ell)b_i(k - \ell) \right\} \text{tr}(P_{k-L-1}^O) \end{aligned} \quad (63)$$

由式 (60), 得:

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ a_i(k - L - 1) \times \left[\prod_{\ell=1}^{k-N_0} a_i(k - \ell)b_i(k - \ell) \right] \right\} = 0 \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{\ell=1}^{k-N_0} c_i^\ell \right\} = \frac{c_i}{1 - c_i} \end{cases} \quad (64)$$

综合不等式 (63) 和式 (64), 可得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{tr}(p_k^{i,i}) \leq M_0 + \frac{c_i}{1 - c_i} M_0 + \frac{c_i}{1 - c_i} m_0 \quad (65)$$

意味着一定存在正整数 N_F , 使得:

$$\text{tr}(p_k^{i,i}) \leq p_0, \quad k \geq N_F \quad (66)$$

其中, $p_0 = M_0 + c_i/(1 - c_i)M_0 + c_i/(1 - c_i)m_0$. 由式 (48)、(62) 和 (66) 可知, 存在矩阵 $P_0 > 0$, 使得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup \text{tr}(P_k^O) \leq P_0 \quad (67)$$

对于传输策略

$$q_k^i = \begin{cases} 0, & \|\hat{\mathbf{x}}_i^c(k|k) - \bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k)\|_{\Sigma_k^i}^2 \leq \delta^i \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$$

本文将通过将 $\bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$ 和 Σ_k^i 进行如下设计来实现上述策略.

令

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k) = A\hat{\mathbf{x}}(k - 1|k - 1) \\ (\Sigma_k^i)^{-1} = \frac{1}{\text{tr}(P_{k|k-1}^{i,i})} P_{k|k-1}^{i,i} \end{cases} \quad (68)$$

其中,

$$P_{k|k-1}^{i,i} = A \left[P_{k-1}^O + (1 - q_{k-1}^i) \frac{\delta_{k-1}^i}{n + 2} (\Sigma_{k-1}^i)^{-1} \right] A^T + W$$

上述传输策略的具体实现过程为: 在 k 时刻, 融合中心将上一时刻的融合估计 $\hat{\mathbf{x}}(k - 1|k - 1)$ 广播给各个传感器, 这一过程所占用的带宽远小于传感器传输信息到融合中心时所占用的带宽. 各传感器将上一时刻的融合估计的一步预测值 $A\hat{\mathbf{x}}(k - 1|k - 1)$ 作为传输策略 (30) 中的 $\bar{\mathbf{x}}_i^c(k|k)$. 因为 $1/\text{tr}(P_{k|k-1}^{i,i})P_{k|k-1}^{i,i} \leq I$, 所以满足条件 (46).

4 仿真算例

考虑如下由 2 个传感器组成的线性离散随机系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k + 1) &= A\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}_i(k) &= C_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}_i(k), \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.6 & 0 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0 & 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{w}(k)$ 和 $\mathbf{v}_i(k)$ 是零均值、互不相关的白噪声, 并且其协方差矩阵分别为 $W = \text{diag}\{0.02, 0.06, 0.01\}$, $V_1 = \text{diag}\{0.02, 0.02\}$, $V_2 = \text{diag}\{0.01, 0.02\}$. 局部最优估计 $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$ 只能被允许传输 $r_i(k)$ ($1 \leq r_i(k) < 3$) 个分量到融合中心, 带宽约束为 $r_1 + r_2 = 3$, 3 组选择分量选择矩阵 $R1$ 、 $R2$ 和 $R3$ 分别为

R_1 :

$$R_1(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_2(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R_2 :

$$R_3(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_4(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R_3 :

$$R_5(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_6(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

两个传感器的传输率 α_1 和 α_2 均选取为 0.6, 给定初值条件为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(0|0) = \boldsymbol{x}(0) = [10 \quad 10 \quad 10]^T$$

$$\Sigma_{1,1}(0|0) = \Sigma_{2,2}(0|0) = \begin{bmatrix} 0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0.09 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{1,2}(0|0) = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.02 & 0.03 \\ 0.07 & 0.09 & 0.05 \\ 0.01 & 0.08 & 0.12 \end{bmatrix}$$

$$p_0^{1,1} = p_0^{2,2} = \Sigma_{1,1}(0|0)$$

$$p_0^{1,2} = (p_0^{2,1})^T = \Sigma_{1,2}(0|0)$$

$$\Phi_1(0) = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.03 & 0.01 \\ 0.02 & 0.01 & 0.04 \\ 0.07 & 0.05 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_2(0) = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.01 & 0.02 \\ 0.03 & 0.02 & 0.03 \\ 0.08 & 0.02 & 0.01 \end{bmatrix}$$

分别得到状态真值 $\boldsymbol{x}(k)$ 、无限制条件下分布式融合估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(k|k)$ 以及基于数据驱动传输策略 (30) 和 (68) 的带宽受限的分布式融合估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)$, 如图 1 所示. 由图 1 可以看出, 基于数据驱动传输策略的带宽受限下的分布式融合估计器能够很好地估计目标的状态. 图 2 表示传输率取不同值时, 对应的分布式融合估计协方差矩阵的迹. 由图 2 可知, 分布式融合值 $\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)$ 的融合精度随着传输率 α_i 的增大而提高, 但相比于无限制条件下的分布式融合估计,

融合精度有一定损失. 图 3 表示选取不同的分量选择矩阵对融合精度的影响. 由图 3 可知, 在传感器的传输率 α_1 和 α_2 均选取为 0.6 时, 分量选择矩阵分别为 R_1 、 R_2 和 R_3 时, 相应的融合估计误差协方差矩阵的迹出现差异, 说明融合精度的好坏受状态分量选择的影响; 同时注意到, 当状态的三个分量均被选取, 即分量选择矩阵选取为 R_1 和 R_3 时, 与状态分量未被全部选取的情况, 即分量选择矩阵为 R_2 时, 两种情况下比较相应的分布式融合估计精度, 前者要优于后者. 在两个传感器的传输率 α_1 和 α_2 均选取为 0.6 时, 两个分量选择矩阵分别为

$$R_1^*(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_2^*(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

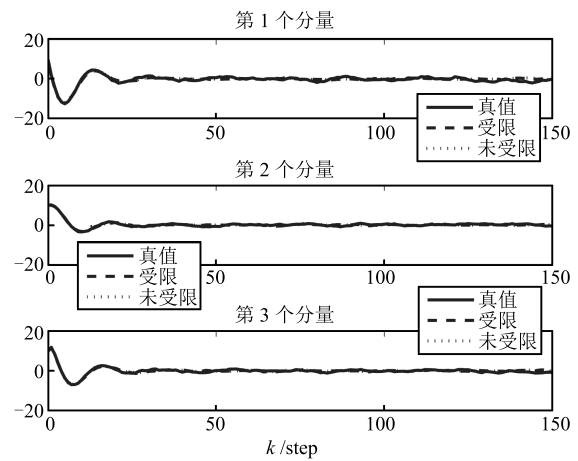


图 1 $\alpha_i = 0.6$ 时, 分布式融合估计对比

Fig. 1 Comparison of decentralized fusion estimates when $\alpha_i = 0.6$

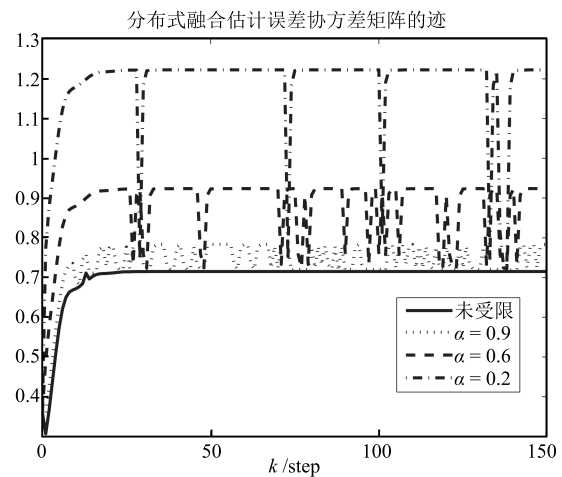


图 2 传输率 α_i 取不同值时, 分布式融合估计精度比较
Fig. 2 Comparison of the accuracy of the decentralized fusion estimates when α_i takes different values

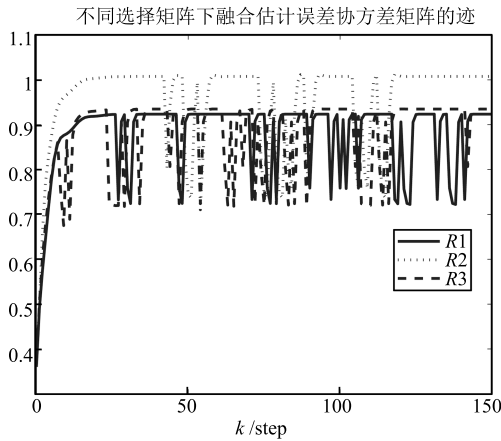


图 3 $\alpha_i = 0.6$ 时, 不同分量选择矩阵的选取对融合精度的影响

Fig. 3 Influence of different component section matrixes on fusion accuracy when $\alpha_i = 0.6$

图 4 表示在以下两种情况下: 1) 当系统矩阵

变为 $\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.6 & 0 \\ 0.1 & 1.8 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$, 即与一致有界条件

(46) 中 $\lambda_{\max}\{A^T \bar{R}_i(k) A\} < 1$ 相违背时; 2) 当系统矩阵取为 A , 即满足一致有界条件时, 分布式融合估计误差协方差矩阵的迹的对比图。由图 4 可知, 当系统矩阵与分量选择矩阵的关系与一致有界条件 (46) 相违背时, 分布式融合估计误差协方差矩阵的迹急剧增大, 分布式融合性能严重恶化, 从而验证了定理 3 的结论。

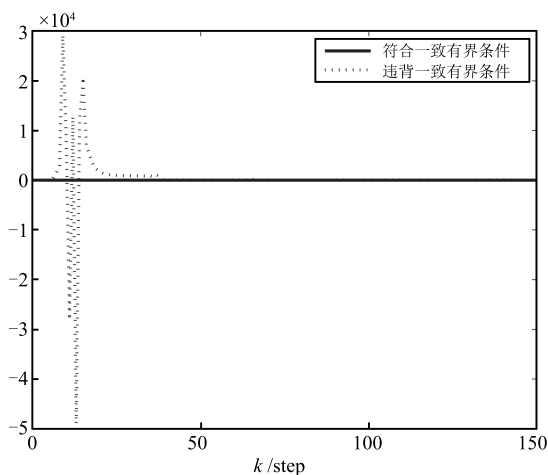


图 4 一致有界条件验证

Fig. 4 The test of the uniformly bounded condition

5 结论

本文以多传感器经通信网络组成的线性离散随机系统为研究对象, 提出了一种基于数据驱动传输

策略的带宽限制的分布式融合估计器, 该估计器能够在降低传感器数据传输率的同时满足有限带宽的限制。在目标状态满足高斯性的前提下, 给出了融合估计误差均方差一致有界的条件。算法在实际应用中易于实现, 能够有效减轻传感器网络拥堵, 减少传感器能量消耗和带宽的使用, 最后通过算例仿真表明所提算法的有效性。另外, 最优分量选择矩阵的确定是下一步需要研究的问题。

References

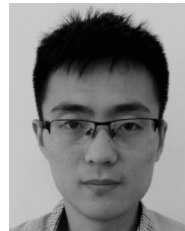
- 1 Ge Quan-Bo, Li Wen-Bin, Sun Ruo-Yu, Xu Zi. Centralized fusion algorithms based on EKF for multisensor non-linear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 816–825 (葛泉波, 李文斌, 孙若愚, 徐姿. 基于 EKF 的集中式融合估计研究. *自动化学报*, 2013, **39**(6): 816–825)
- 2 Feng Xiao-Liang, Wen Cheng-Lin, Liu Wei-Feng, Li Xiao-Fang, Xu Li-Zhong. Sequential fusion finite horizon H_{∞} filtering for multisensor system. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(9): 1523–1532 (冯肖亮, 文成林, 刘伟峰, 李晓芳, 徐立中. 基于多传感器的序贯式融合有限域 H_{∞} 滤波方法. *自动化学报*, 2013, **39**(9): 1523–1532)
- 3 Yue Yuan-Long, Zuo Xin, Luo Xiong-Lin. Improving measurement reliability with biased estimation for multi-sensor data fusion. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1843–1852 (岳元龙, 左信, 罗雄麟. 提高测量可靠性的多传感器数据融合有偏估计方法. *自动化学报*, 2014, **40**(9): 1843–1852)
- 4 Feeney L M, Nilsson M. Investigating the energy consumption of a wireless network interface in an Ad Hoc networking environment. In: *Proceedings of the 20th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*. Anchorage, USA: IEEE, 2001. 1548–1557
- 5 Shnayder V, Hempstead M, Chen B R, Allen G W, Welsh M. Simulating the power consumption of large-scale sensor network applications. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Embedded Networked Sensor Systems*. New York, NY, USA: ACM, 2004. 188–200
- 6 Yook J K, Tilbury D M, Soparkar N R. Trading computation for bandwidth: reducing communication in distributed control systems using state estimators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, **10**(4): 503–518
- 7 Suh Y S, Nguyen V H, Ro Y S. Modified Kalman filter for networked monitoring systems employing a send-on-delta method. *Automatica*, 2007, **43**(2): 332–338
- 8 Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of IEEE*, 2007, **95**(1): 138–162
- 9 Battistelli G, Benavoli A, Chisci L. State estimation with remote sensors and intermittent transmissions. *Systems and Control Letters*, 2011, **61**(1): 155–164
- 10 Shi D W, Chen T W, Shi L. Event-triggered maximum likelihood state estimation. *Automatica*, 2014, **50**(1): 247–254
- 11 Shi D W, Chen T W, Shi L. An event-triggered approach to state estimation with multiple point and set-valued measurements. *Automatica*, 2014, **50**(6): 1641–1648
- 12 Battistelli G, Benavoli A, Chisci L. Data-driven communication for state estimation with sensor networks. *Automatica*, 2012, **48**(5): 926–935

- 13 Wong W S, Brockett R W. Systems with finite communication bandwidth constraints. I. State estimation problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(9): 1294–1299
- 14 Tatikonda S, Mitter S. Control under communication constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(7): 1056–1068
- 15 Schizas I D, Giannakis G B, Luo Z Q. Distributed estimation using reduced-dimensionality sensor observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(8): 4284–4299
- 16 Behbahani A S, Eltawil A M, Jafarkhani H. Linear decentralized estimation of correlated data for power-constrained wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(11): 6003–6016
- 17 Song E B, Zhu Y M, Zhou J. Sensors' optimal dimensionality compression matrix in estimation fusion. *Automatica*, 2005, **41**(12): 2131–2139
- 18 Chen B, Zhang W A, Yu L, Hu G Q, Song H Y. Distributed fusion estimation with communication bandwidth constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(5): 1398–1403
- 19 Li X R, Zhu Y M, Wang J, Han C Z. Optimal linear estimation fusion. I. Unified fusion rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, **49**(9): 2192–2208
- 20 Sun S L, Deng Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter. *Automatica*, 2004, **40**(6): 1017–1023
- 21 Deng Z L, Qi R B. Multi-sensor information fusion suboptimal steady-state Kalman filter. *Chinese Science Abstracts*, 2000, **6**(2): 183–184
- 22 Hashmipour H R, Roy S, Laub A J. Decentralized structures for parallel Kalman filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, **33**(1): 88–94
- 23 Carlson N A. Federated square root filter for decentralized parallel processors. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, **26**(3): 517–525
- 24 Wang S D, Kuo T S, Hsu C F. Trace bounds on the solution of the algebraic matrix Riccati and Lyapunov equation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, **31**(7): 654–656



赵国荣 海军航空工程学院控制工程系教授。1996 年获得哈尔滨工业大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为无线传感器网络, 飞行器导航, 制导与控制。E-mail: grzhao6881@163.com

(**ZHAO Guo-Rong** Professor in the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Harbin Institute of Technology in 1996. His research interest covers wireless sensor networks, aircraft navigation, guidance and control.)



韩旭 海军航空工程学院控制工程系硕士研究生。2013 年获得海军航空工程学院学士学位。主要研究方向为飞行器导航, 多传感器信息融合。本文通信作者。E-mail: 13989389579@163.com

(**HAN Xu** Master student in the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. He received his bachelor degree from Naval Aeronautical and Astronautical University in 2013. His research interest covers aircraft navigation and multi-sensor information fusion. Corresponding author of this paper.)



卢建华 海军航空工程学院控制工程系副教授。1997 年获得海军航空工程学院硕士学位。主要研究方向为无人航天器, 无线传感器网络。

E-mail: lljjjhua@sina.com
(**LU Jian-Hua** Associate professor in the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. He received his master degree from Naval Aeronautical and Astronautical University in 1997. His research interest covers unmanned aerial vehicle and wireless sensor networks.)