

## 基于分块奇异值分解的两级图像 去噪算法

刘 涵<sup>1</sup> 梁莉莉<sup>1</sup> 黄令帅<sup>1</sup>

**摘 要** 为了更有效地进行图像去噪, 提出了一种基于分块奇异值分解 (Singular value decomposition, SVD) 的两级图像去噪方法, 该方法首先将含噪图像中具有相似结构的图像块组织成具有很强相关性的图像块组; 然后, 利用二维奇异值分解去除图像块组中每个相似块的内部相关性, 利用一维奇异值分解去除相似图像块组之间的冗余; 最后, 通过硬阈值方法收缩变换系数实现图像与噪声的有效分离. 为了进一步提高去噪效果, 对含噪图像再次进行上述操作. 不同的是, 在第二级去噪过程中, 相似图像块组根据第一级估计出的图像计算获得且相似图像块间的相关性通过离散余弦变换去除. 仿真实验表明, 提出的两级图像去噪算法不仅可以较大程度地去除图像噪声, 还能有效保留图像细节, 取得了良好的去噪效果.

**关键词** 奇异值分解, 图像去噪, 相似块分组, 图像纹理细节

**引用格式** 刘涵, 梁莉莉, 黄令帅. 基于分块奇异值分解的两级图像去噪算法. 自动化学报, 2015, 41(2): 439–444

**DOI** 10.16383/j.aas.2015.c130909

### Two-stage Image Denoising Using Patch-based Singular Value Decomposition

LIU Han<sup>1</sup> LIANG Li-Li<sup>1</sup> HUANG Ling-Shuai<sup>1</sup>

**Abstract** This paper presents an efficient patch-based image denoising scheme by using singular value decomposition (SVD). In this scheme, similar image patches from a noisy image are simply grouped together. For a better sparse representation of these similar patches, firstly, the 2-D SVD is utilized to reveal the essential features of each individual patch, and then the 1-D SVD is utilized to exploit the correlation between similar patches. By doing so, the image features can be well preserved when attenuating the noise by the shrinkage of transform coefficients. To further improve the denoising performance, the proposed scheme is employed once again. But the similar patch grouping is performed from the first-stage estimated image and a fixed orthogonal transform instead of 1-D SVD is adopted to remove the redundancy shared by similar patches. Experimental results show that the proposed two-stage denoising scheme achieves more competitive performance than the state-of-the-art denoising algorithms, especially in preserving image details and introducing very few artifacts.

**Key words** Singular value decomposition (SVD), image denoising, similar patch grouping, image details

**Citation** Liu Han, Liang Li-Li, Huang Ling-Shuai. Two-stage image denoising using patch-based singular value decomposition. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(2): 439–444

收稿日期 2013-09-26 录用日期 2014-09-11  
Manuscript received September 26, 2013; accepted September 11, 2014

国家自然科学基金 (61174101, 61403305), 高等学校博士学科点专项科研基金 (2012611811004, 2013611812005), 陕西省教育厅科研计划项目 (14JK1543) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61174101, 61403305), Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (2012611811004, 2013611812005), and

图像在采集和传输过程中通常会受到随机噪声的污染, 使得随后的图像压缩、特征提取等处理将不可避免地引起图像质量的退化. 因此, 从含噪图像中估计出原始图像的去噪问题已成为重要的研究内容之一<sup>[1–5]</sup>.

在过去的几十年, 众多学者对图像去噪问题的研究投入了大量精力, 并提出了许多卓有成效的方法. 其中, Buades 等近期提出的基于非局部均值滤波 (Non-local means, NLM) 的图像去噪算法获得了较好性能且受到了广泛关注<sup>[1]</sup>. 该方法的核心思想是针对每个待去噪像素点, 利用周围的窗口邻域来表示其特征, 在整幅图像内搜索与此邻域块相似的图像块, 利用相似块内中心像素的加权和来估计出当前邻域块的中心像素值. 随后, 许多学者纷纷对其进行了改进<sup>[6–9]</sup>, 典型的如: Mahmoudi 等提出在加权平均的过程中, 通过剔除不相关的邻域来提高算法的计算速度<sup>[6]</sup>, Yan 等和 Zhang 等提出了更有效的搜索相似图像块和计算权值的方法<sup>[7–8]</sup>. 与此同时, 利用变换域表示的稀疏性, Elad 等用 K-SVD (Singular value decomposition, SVD) 从当前含噪图像或一组高质量图像中学习出一个全局过完备字典, 通过用字典稀疏表示每一个含噪图像块来抑制噪声<sup>[10]</sup>. Dabov 等将 NLM 和基于变换的方法相结合提出了三维块匹配 (Block-matching and 3D filtering, BM3D) 去噪算法<sup>[11]</sup>, 该方法将含噪图像中的相似图像块聚集成三维图像块组, 对三维图像块组进行固定的三维正交变换, 通过收缩变换系数达到去除噪声的目的. BM3D 算法利用了图像的局部和非局部冗余性, 已被证明为现阶段性能最好的去噪算法. 但实际上, 自然图像的特征通常是不规则的, 图像块包含各种轮廓、细节和奇异点, 且噪声的存在使得相似图像块组的内部特征可能会有很大不同, 因此, 固定基函数的三维变换将可能无法稀疏表示三维图像块组, 从而影响去噪效果.

为了利用自适应基的优越性, 一些研究人员将一维主成分分析法 (One-dimensional principle component analysis, 1D PCA) 用于基于块的图像去噪<sup>[12–14]</sup>. 上述方法把每个相似图像块表示成一维列向量形式, 并变换到 PCA 域. 1D PCA 能够去除每个相似块的内部冗余, 却没有考虑相似块之间的相关性. Dabov 等通过用 1D PCA 去除相似块的内部相关性来提高 BM3D 的去噪性能, 但相似块间的冗余依然用固定基函数的正交变换去除<sup>[15]</sup>. 此外, 应当指出的是 1D PCA 去除相似块内部相关性<sup>[12–15]</sup> 有如下不足: 1) 为了精确估计协方差矩阵, 相似块的数量必须大于向量化后的相似块维数, 这将导致较高的计算复杂度; 2) 向量化的图像块将丢失其固有的结构信息, 使得图像块内的冗余不能被完全去除<sup>[16]</sup>.

在本文中, 我们提出一种有效的基于分块二维奇异值分解 (Two-dimensional singular value decomposition, 2D SVD)<sup>[17]</sup> 和一维奇异值分解 (One-dimensional singular value decomposition, 1D SVD) 的图像去噪算法. 在此方法中, 通过块匹配将含噪图像中的相似块组合在一起, 并将

Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department (14JK1543)

本文责任编辑 章毓晋

Recommended by Associate Editor ZHANG Yu-Jin

1. 西安理工大学自动化与信息工程学院 西安 710048

1. Department of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048

这些相似图像块变换到 2D SVD 域. 由于 2D SVD 能够保留图像的自然结构, 因此每个相似块的内部特征都能被有效提取出来. 此外, 较之于 1D PCA, 2D SVD 需要更少数量的相似块来估计协方差矩阵. 为了去除相似块间的冗余, 我们把相似块向量化并对它们进行 1D SVD 变换. 通过以上处理, 每个相似块都能用较少的系数表示, 这种稀疏性使得图像信息与噪声能够很好地分离开来. 为了进一步提高去噪性能, 对含噪图像再次进行上述操作. 不同的是, 在第二级图像去噪过程中, 我们基于第一级估计出的图像来选择相似图像块, 且使用具有固定基函数的离散余弦变换代替 1D SVD 来去除块间冗余. 仿真实验结果表明所提出的基于分块奇异值分解的两级图像去噪方法具有较好的去噪效果.

## 1 奇异值分解的基本原理

### 1.1 1D SVD

给定  $m$  个长度为  $n$  的一维信号向量  $\mathbf{x}_i^\Omega$ , 我们将其表示为矩阵  $X = [\mathbf{x}_0^\Omega, \mathbf{x}_1^\Omega, \dots, \mathbf{x}_{m-1}^\Omega]$ , 必存在两个正交矩阵  $U_{1d} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  和  $V_{1d} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ , 使得

$$X = U_{1d} \Lambda_{1d} V_{1d}^T \quad (1)$$

$U_{1d}$  和  $V_{1d}$  的列向量分别是协方差矩阵  $XX^T$  和  $X^T X$  的特征向量,  $\Lambda_{1d}$  为  $m \times n$  对角阵, 其对角线元素为  $X$  的奇异值  $\sigma_i$  且以非增顺序排列, 即  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_q, q = \min(m, n)$ . 较大的奇异值主要反映信号特征, 而较小的奇异值主要反映噪声, 若把较小的奇异值置零, 则能将信号中的噪声有效去除. 基于此, 1D SVD 被广泛应用于信号去噪<sup>[18]</sup>.

但当用 1D SVD 对二维图像块进行处理时, 我们不得不将每个图像块向量化来构造矩阵  $X$ . 向量化后的图像块将不能保留其自然结构, 这使得 1D SVD 不能充分去除图像块内的相关性<sup>[16]</sup>, 从而影响去噪效果. 此外, 向量化后的图像块维数较高, 增加了计算复杂度.

### 1.2 2D SVD

针对 1D SVD 处理二维数据所出现的不足, Ding 等把标准的 1D SVD 拓展到 2D SVD<sup>[17]</sup>, 2D SVD 直接基于二维数据而不是它们的向量化形式, 下面简要介绍 2D SVD 的基本原理.

给定一组二维数据  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$ , 它们的行-行协方差矩阵  $F$  和列-列协方差矩阵  $G$  分别定义为

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} A_i^\Omega (A_i^\Omega)^T \\ G &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (A_i^\Omega)^T A_i^\Omega \end{aligned} \quad (2)$$

分别计算出  $F$  和  $G$  的特征矩阵  $U_{2d}$  和  $V_{2d}$ , 将  $A_i^\Omega$  投影到  $U_{2d}$  和  $V_{2d}$ , 得到投影系数  $\Lambda_i^\Omega$ :

$$\Lambda_i^\Omega = U_{2d}^T A_i^\Omega V_{2d}, \quad i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (3)$$

式 (3) 就是二维数据  $A_i^\Omega$  的 2D SVD. 不同于 1D SVD, 2D SVD 直接基于二维数据, 充分考虑了每个二维数据的内部相关性, 因此它将  $A_i^\Omega$  的主要信息聚集在  $\Lambda_i^\Omega$  的几个大系数上, 而小系数表示噪声, 通过对  $\Lambda_i^\Omega$  进行阈值收缩, 就能实现噪声与信号的有效分离.

## 2 基于分块奇异值分解的两级去噪算法

设噪声图像模型为

$$Y_\Omega = Y + \Omega \quad (4)$$

其中,  $Y_\Omega$  表示观测到的含噪图像,  $Y$  是干净图像,  $\Omega$  表示均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声.

为了从含噪图像  $Y_\Omega$  中恢复出原始图像  $Y$ , 本文提出一种有效的两级图像去噪算法, 如图 1 所示. 首先将含噪图像分割成若干个相互交叠的图像块, 并将相似图像块聚集在一起; 由于每个相似块内部以及它们之间存在很大冗余, 因此我们分别用 2D SVD 和 1D SVD 去除相似图像块内部和之间的相关性, 并通过阈值收缩变换系数得到初步估计图像. 第二阶段将根据初步估计出的图像寻找原始含噪图像中的相似图像块, 并对含噪图像再次进行上述操作. 由于第一阶段估计图像中噪声显著减少, 第二阶段得到的相似图像块将更加准确, 此准确性可以更好地提高第二阶段的去噪效果. 与 BM3D<sup>[11]</sup> 和 LPG-PCA<sup>[13]</sup> 等相比, 本文所提出的算法能够在去除噪声的同时, 更好地保留图像的局部细节. 具体去噪过程如下:

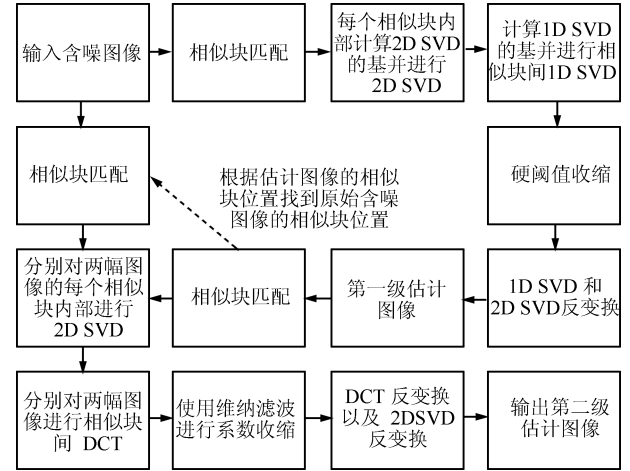


图 1 基于分块奇异值分解的两级去噪算法流程图

Fig. 1 Flowchart of the two-stage denoising algorithm based on patch-based SVD

### 2.1 相似块匹配

对于每一个待去噪像素点, 我们用以其为中心、大小为  $K \times K$  的图像块  $A_\Omega$  来表示其特征. 为了用 2D SVD 从含噪图像块  $A_\Omega$  中估计出其对应的无噪图像块  $A$ , 需要  $A_\Omega$  的一组训练本来计算  $A$  的协方差矩阵. 训练样本与  $A_\Omega$  越相似, 计算出的  $A$  的协方差矩阵越准确, 进而估计出的图像块就越接近  $A$ .

由于图像具有局部和非局部自相似性<sup>[19]</sup>,  $A_\Omega$  的训练样本可以在整幅图像中搜索获得. 但为了提高搜索速度, 本文将搜索区域限制在以  $A_\Omega$  为中心且大小为  $L \times L$  的局部窗口, 如图 2 所示. 搜索过程可以用现有的很多方法来完成, 如块匹配和  $k$ -均值聚类等. 这里, 本文选用简单有效的块匹配方法.

为了描述清楚, 我们用  $A_0^\Omega$  表示当前图像块,  $A_i^\Omega$  表示搜索窗内的其他块,  $A_0$  和  $A_i$  分别表示与  $A_0^\Omega$  和  $A_i^\Omega$  对应的无

噪图像块,  $\Omega_0$  和  $\Omega_i$  分别表示与  $A_0^\Omega$  和  $A_i^\Omega$  对应的噪声. 则  $A_0^\Omega$  与  $A_i^\Omega$  的均方误差为

$$e_i = \|A_0^\Omega - A_i^\Omega\|_F^2 = \|A_0 - A_i + \Omega_0 - \Omega_i\|_F^2 \quad (5)$$

其中,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 范数. 由于图像与噪声不相关, 很容易计算出:

$$e_i \approx \|A_0 - A_i\|_F^2 + 2\sigma^2 \quad (6)$$

给定一个预设阈值  $\tau$ , 如果

$$e_i < \tau + 2\sigma^2 \quad (7)$$

则认为  $A_i^\Omega$  与  $A_0^\Omega$  相似. 在式 (6) 和 (7) 中, 噪声方差  $\sigma^2$  可由含噪图像在小波域高频子带系数幅值的中值估计出来<sup>[20]</sup>.

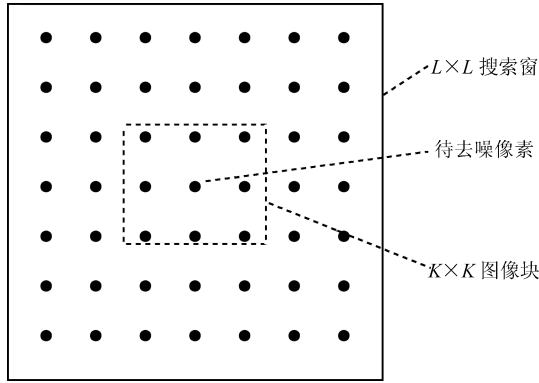


图 2 相似块搜索模型

Fig. 2 Mode of similar patch searching

## 2.2 使用 2D SVD 对相似块内部进行去相关

通过上面的操作我们已经找到一组相似图像块  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$ , 接下来需要计算 2D SVD 的变换矩阵  $U_{2d}$  和  $V_{2d}$  以去除每个相似块内部的冗余. 由于  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  是相似的, 我们可以粗略地认为  $A_i^\Omega$  是当前干净图像块  $A_0$  被不同噪声  $\Omega_i$  污染后的观测, 即  $A_i^\Omega = A_0 + \Omega_i$ .

根据式 (2), 我们得到  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  的行-行协方差矩阵  $F$  和列-列协方差矩阵  $G$ :

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (A_0 + \Omega_i)(A_0 + \Omega_i)^T \\ G &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (A_0 + \Omega_i)^T(A_0 + \Omega_i) \end{aligned} \quad (8)$$

由于  $A_0$  和  $\Omega_i$  不相关, 式 (8) 可被简化为

$$\begin{aligned} F &\approx A_0 A_0^T + \sigma^2 I \\ G &\approx A_0^T A_0 + \sigma^2 I \end{aligned} \quad (9)$$

由式 (9) 可知,  $F$  和  $G$  分别具有与  $A_0 A_0^T$  和  $A_0^T A_0$  相同的特征矩阵. 因此, 可以通过计算  $F$  和  $G$  的特征矩阵来获得  $A_0 A_0^T$  和  $A_0^T A_0$  的特征矩阵  $U_{2d}$  和  $V_{2d}$ , 将  $A_0^\Omega$  投影到  $U_{2d}$  和  $V_{2d}$  得:

$$\Lambda_0^\Omega = U_{2d}^T (A_0 + \Omega_0) V_{2d} = \Lambda_0 + U_{2d}^T \Omega_0 V_{2d} \quad (10)$$

其中,  $\Lambda_0 = U_{2d}^T A_0 V_{2d}$  是对角阵, 它包含了干净图像块  $A_0$  的全部信息. 如果我们将  $\Lambda_0^\Omega$  的非对角元素置零, 并对对角元素适当收缩, 就能去除  $A_0^\Omega$  中的绝大部分噪声.

然而事实是, 相似图像块不可能完全一样, 特别是当噪声强度较大时, 搜索到的图像块的结构信息会有很大不同, 这将降低  $A_0 A_0^T$  和  $A_0^T A_0$  特征矩阵的估计精度, 影响变换系数  $\Lambda_0^\Omega$  的稀疏性. 为了减少此影响, 我们先对每一个图像块进行 2D SVD 变换来去除其内部冗余, 然后用 1D SVD 来去除相似图像块  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  之间的冗余.

## 2.3 使用 1D SVD 对相似块之间进行去相关

如第 1.1 节所述, 当用 1D SVD 处理二维数据时, 需要将二维数据向量化. 因此, 我们将  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  及其 2D SVD 变换系数  $\{\Lambda_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  向量化并构造矩阵  $X = [\mathbf{x}_0^\Omega, \mathbf{x}_1^\Omega, \dots, \mathbf{x}_{m-1}^\Omega]$  和  $\Lambda^\Omega = [\boldsymbol{\lambda}_0^\Omega, \boldsymbol{\lambda}_1^\Omega, \dots, \boldsymbol{\lambda}_{m-1}^\Omega]$ , 其中,  $\mathbf{x}_i^\Omega$  和  $\boldsymbol{\lambda}_i^\Omega$  分别为  $A_i^\Omega$  和  $\Lambda_i^\Omega$  的向量化形式. 为了去除  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  之间的冗余, 需要计算出协方差矩阵  $X^T X$  的特征矩阵  $V_{1d}$ , 并将  $\Lambda^\Omega$  投影到  $V_{1d}$  上, 即

$$\hat{\Lambda} = \Lambda^\Omega V_{1d} \quad (11)$$

由于 2D SVD 和 1D SVD 去除了相似图像块内部和块间的相关性,  $\{A_i^\Omega\}_{i=0}^{m-1}$  的主要信息被聚集在了  $\hat{\Lambda}$  几个数值较大的元素上, 而数值较小的元素主要表示噪声.

我们用简单的硬阈值收缩变换系数  $\hat{\Lambda}$  来分离图像与噪声, 如下式所示:

$$\tilde{\Lambda}(j, k) = \begin{cases} \hat{\Lambda}(j, k), & \hat{\Lambda}(j, k) \geq T \\ 0, & \hat{\Lambda}(j, k) < T \end{cases} \quad (12)$$

其中阈值  $T$  设置为  $T = 2.7\sigma$ . 最后, 对  $\tilde{\Lambda}(j, k)$  进行 1D SVD 逆变换和 2D SVD 逆变换, 得到去噪后的相似图像块. 通过对含噪图像中的每一组相似图像块进行上述操作, 得到整幅去噪图像.

## 2.4 第二阶段去噪

第 2.1 节~第 2.3 节描述的去噪方法能去除噪声图像中的大部分噪声, 然而估计图像中仍含有一些噪声残留, 这主要是因为原始噪声的存在使得相似图像块的选取存在偏差, 这种偏差导致了 2D SVD 变换矩阵的估计不准确. 为了进一步提高去噪效果, 需要对含噪图像再次进行上述操作.

在第二阶段去噪过程中, 首先利用第一阶段去噪得到的估计图像来搜索相似块, 由于估计图像去除了大部分噪声, 因此搜索到的相似图像块更加准确. 根据估计图像中相似图像块的位置找到原始含噪图像中的相似图像块. 然后, 利用估计图像中的相似块计算 2D SVD 的变换矩阵, 用此变换矩阵对含噪图像中的相似图像块进行块内去冗余. 但对于相似块之间的冗余, 我们选择离散余弦变换 (Discrete cosine transform, DCT) 变换来去除, 这主要是因为: 利用第一阶段的估计图像寻找到的相似图像块比较准确, 没有必要再用 1D SVD; 较之于 1D SVD, DCT 的变换矩阵是固定的, 可以减少计算量. 此外, 由于维纳滤波能够在已知原始信号统计特性的情况下, 使得原始信号和估计信号的均方误差最小, 因此, 我们利用第一阶段估计出的图像计算原始无噪图像统计特征, 采用维纳滤波收缩变换系数来抑制噪声.

经过第二阶段估计之后, 去噪效果有了进一步提高, 而且图像视觉质量也有了一定的提升.

### 3 仿真实验及实验结果

为了验证本文所提方法的有效性,我们选取了4幅测试图像 Lena、Barbara、Monarch 和 Fingerprint 进行了仿真实验,并将去噪结果与现有性能优越的算法 BM3D<sup>[11]</sup> 和 LPG-PCA<sup>[13]</sup> 进行了比较. 在本次仿真实验中,图像块的大小选择为  $9 \times 9$ , 搜索窗半径为 20, 每组相似块的个数为 32, 相似图像块的判断阈值为  $\tau = 22$ . 并用峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 和基于人类视觉模型的结构相似性 (Structural similarity, SSIM)<sup>[21]</sup> 这两种评价指标来衡量去噪结果. 表 1 为测试图像叠加不同强度噪声时, BM3D、LPG-PCA 和本文方法在第一阶段和第二阶段的去噪结果.

从表 1 可以看出, 本文所提算法第二阶段的去噪效果比第一阶段提高约 0.15 dB ~ 0.60 dB. 当噪声标准差  $\sigma > 10$  时, 在第一阶段, 本文所提算法的 PSNR 和 SSIM 均优于 BM3D 和 LPG-PCA; 在第二阶段, 对于平滑图像 Lena, 本文所提算法的去噪效果优于 LPG-PCA, 且与 BM3D 相当; 对于含有较多纹理细节的图像 Barbara、Monarch 和 Fingerprint, 本文算法的 SSIM 均优于 PSNR 和 LPG-PCA, 且 PSNR 比 LPG-PCA 平均提高 0.71 dB, 比 BM3D 平均提高 0.20 dB.

为了显示去噪图像的视觉效果, 图 3 给出了噪声方差为

$\sigma = 40$  时, 对测试图像 Barbara 用本文所提两级算法的去噪结果图, 可以看出, 第二阶段的视觉效果较之于第一阶段有了明显改善 (如面部、桌布和裤子). 图 4 给出了 BM3D、LPG-PCA 和本文所提算法的第二级去噪结果局部细节放大图, 通过对比可知, 图 4 (d) 中 Barbara 的脸部更加平滑, 围巾的细节更加明显.

因此, 本文算法能够在去除噪声的同时更好地保留图像信息, 视觉效果更佳.

### 4 结论

针对加性高斯白噪声, 本文提出了基于分块奇异值分解的两阶段图像去噪方法, 该方法首先利用非局部均值的思想寻找相似块, 组成具有很强相关性的图像块组; 再对图像块组内的每个相似块做二维奇异值分解, 去除相似块内部图像的相关性; 然后再利用一维奇异值分解去除相似块之间的冗余; 最后通过硬阈值处理, 反变换到空域得到估计图像. 之后对原始含噪图像再进行一次上述去噪过程, 只不过原始含噪图像相似块的位置是通过估计图像相似块所在的位置确定的, 而且第二次阈值处理是通过维纳滤波完成. 实验表明, 该方法相比 LPG-PCA 算法在降噪图像的 PSNR 和 SSIM 上均取得了较好的结果, 而且取得了和 BM3D 相媲美的客观评价以及视觉效果.

表 1 测试图像在不同噪声强度下的去噪结果比较

Table 1 Result comparison of test noisy images at various noise levels

图像	噪声水平 $\sigma$	不同方法的去噪结果 PSNR(SSIM)					
		第一阶段			第二阶段		
		BM3D	LPG-PCA	本文方法	BM3D	LPG-PCA	本文方法
Lena 512 × 512	10	35.63(0.9117)	35.61(0.9104)	<b>35.68(0.9125)</b>	<b>35.91(0.9158)</b>	35.72(0.9129)	35.87(0.9148)
	20	32.45(0.8566)	32.33(0.8410)	<b>32.71(0.8644)</b>	<b>33.03(0.8763)</b>	32.54(0.8669)	33.00(0.8754)
	30	30.46(0.8015)	30.05(0.7653)	<b>30.80(0.8182)</b>	31.25(0.8443)	30.57(0.8178)	<b>31.27(0.8444)</b>
	40	28.72(0.7421)	27.95(0.7020)	<b>29.31(0.7681)</b>	<b>29.86(0.8150)</b>	28.60(0.8001)	29.82(0.8117)
Barbara 512 × 512	10	34.62(0.9378)	34.79(0.9394)	<b>35.08(0.9416)</b>	34.98(0.9420)	34.81(0.9394)	<b>35.25(0.9431)</b>
	20	31.31(0.8868)	31.51(0.8871)	<b>31.73(0.8983)</b>	31.78(0.9054)	31.75(0.9050)	<b>31.94(0.9071)</b>
	30	28.89(0.8279)	29.02(0.8299)	<b>29.59(0.8496)</b>	29.81(0.8687)	29.22(0.8326)	<b>29.98(0.8722)</b>
	40	26.71(0.7548)	27.18(0.8021)	<b>27.79(0.8191)</b>	27.99(0.8225)	27.52(0.8159)	<b>28.32(0.8291)</b>
Monarch 256 × 256	10	33.94(0.9526)	<b>34.00(0.9560)</b>	33.99(0.9556)	34.12(0.9557)	34.21(0.9577)	<b>34.33(0.9579)</b>
	20	30.10(0.9045)	29.85(0.8852)	<b>30.32(0.9141)</b>	30.35(0.9179)	30.27(0.9118)	<b>30.51(0.9215)</b>
	30	27.95(0.8535)	27.36(0.8009)	<b>28.19(0.8671)</b>	28.36(0.8822)	27.77(0.8539)	<b>28.41(0.8839)</b>
	40	25.75(0.7903)	25.34(0.7251)	<b>26.66(0.8330)</b>	26.72(0.8446)	26.02(0.8362)	<b>26.90(0.8494)</b>
Fingerprint 256 × 256	10	<b>31.39(0.9783)</b>	30.83(0.9738)	31.10(0.9779)	<b>31.57(0.9805)</b>	31.14(0.9763)	31.47( <b>0.9807</b> )
	20	27.49(0.9528)	26.36(0.9349)	<b>27.61(0.9563)</b>	27.78( <b>0.9591</b> )	27.00(0.9450)	<b>27.80(0.9563)</b>
	30	25.27(0.9280)	23.72(0.8938)	<b>25.77(0.9375)</b>	25.69( <b>0.9368</b> )	24.62(0.9129)	<b>25.83(0.9368)</b>
	40	23.58(0.8882)	23.21(0.8562)	<b>24.29(0.9187)</b>	23.83(0.9148)	23.52(0.8844)	<b>24.37(0.9189)</b>



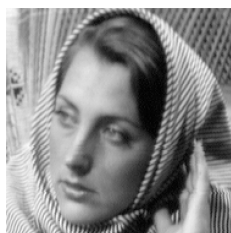
(a) 第一阶段去噪结果

(a) Denoising result of first stage



(b) 第二阶段去噪结果

(b) Denoising result of second stage

图3 本文方法对含有方差  $\sigma = 40$  的噪声图像 Barbara 的两阶段去噪结果Fig. 3 Two-stage denoising result for the noisy image Barbara with noise variance  $\sigma = 40$  by using the proposed method

(a) 原始图像

(a) Original image



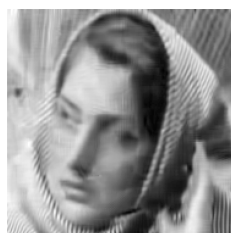
(b) BM3D

(b) BM3D



(c) LPG-PCA

(c) LPG-PCA



(d) 本文方法

(d) Proposed method

图4 含噪图像 Barbara 用不同方法的去噪结果局部细节图 ( $\sigma = 40$ )Fig. 4 Details of denoising results for noisy image Barbara by using various methods ( $\sigma = 40$ )

## References

- 1 Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, USA: IEEE, 2005. 60–65
- 2 Easley G R, Labate D, Colonna F. Shearlet based total variation for denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, **16**(2): 260–268
- 3 Xie Kai, Zhang Fen. Overcomplete representation base image denoising algorithm. *Acta Electronica Sinica*, 2013, **41**(10): 1911–1916  
(解凯, 张芬. 基于过完备表示的图像去噪算法. 电子学报, 2013, **41**(10): 1911–1916)
- 4 Huang D A, Kang L W, Wang Y C, Lin C W. Self-learning based image decomposition with applications to single image denoising. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2014, **16**(1): 83–93
- 5 Xue Qian, Yang Cheng-Yi, Wang Hua-Xiang. Alternating direction method for salt-and-pepper denoising. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(12): 2071–2076  
(薛倩, 杨程屹, 王化祥. 去除椒盐噪声的交替方向法. 自动化学报, 2013, **39**(12): 2071–2076)
- 6 Mahmoudi M, Sapiro G. Fast image and video denoising via non-local means of similar neighborhoods. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, **12**(12): 839–842
- 7 Yan R M, Shao L, Cvetkovic S D, Klijn J. Improved nonlocal means based on pre-classification and invariant block matching. *Journal of Display Technology*, 2012, **8**(4): 212–218
- 8 Zhang X D, Feng X C, Wang W W. Two-direction nonlocal model for image denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, **22**(1): 408–412
- 9 Hao Hong-Xia, Liu Fang, Jiao Li-Cheng, Wu Jie. A non-local means algorithm for image denoising using structure adaptive window. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2013, **47**(12): 71–76  
(郝红侠, 刘芳, 焦李成, 武杰. 采用结构自适应窗的非局部均值图像去噪算法. 西安交通大学学报, 2013, **47**(12): 71–76)
- 10 Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(12): 3736–3745
- 11 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(8): 2080–2095

- 12 Muresan D D, Parks T W. Adaptive principal components and image denoising. In: Proceedings of the 2003 International Conference on Image Processing. Barcelona, Spain: IEEE, 2003. 101–104
- 13 Zhang L, Dong W S, Zhang D, Shi G M. Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping. *Pattern Recognition*, 2010, **43**(4): 1531–1549
- 14 He Y M, Gan T, Chen W F, Wang H J. Adaptive denoising by singular value decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2011, **18**(4): 215–219
- 15 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K. BM3D image denoising with shape-adaptive principal component analysis. In: Proceedings of the 2009 Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations. Saint-Malo, France: IEEE, 2009. 1–6
- 16 Wang H C, Ahuja N. Rank-R approximation of tensors using image-as-matrix representation. In: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, USA: IEEE, 2005. 346–353
- 17 Ding C, Ye J P. Two-dimensional singular value decomposition (2DSVD) for 2D Maps and images. In: Proceedings of the 2005 SIAM International Conference on Data Mining. Newport Beach, USA: SIAM, 2005. 32–43
- 18 Maj J B, Royackers L, Moonen M, Wouters J. SVD-based optimal filtering for noise reduction in dual microphone hearing aids: a real reduction time implementation and perceptual evaluation. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2005, **52**(9): 1563–1573
- 19 Buades A, Coll B, Morel J M. A review of image denoising algorithms, with a new one. *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, 2005, **4**(2): 490–530
- 20 Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Biometrika*, 1994, **81**: 425–455
- 21 Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, Simoncelli E P. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, **13**(4): 600–612
- 刘 涵 西安理工大学自动化与信息工程学院教授. 主要研究方向为机器学习, 模式识别, 智能信息处理. 本文通信作者.  
E-mail: liuhan@xaut.edu.cn  
(**LIU Han** Professor in the Department of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology. His research interest covers machine learning, pattern recognition, and intelligent information processing. Corresponding author of this paper.)
- 梁莉莉 西安理工大学自动化与信息工程学院讲师. 主要研究方向为多速率信号处理, 数字图像处理, 稀疏表示.  
E-mail: liliang@xaut.edu.cn
- (**LIANG Li-Li** Lecturer in the Department of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology. Her research interest covers multirate signal processing, digital image processing, and sparse representation.)
- 黄令帅 西安理工大学自动化与信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为图像稀疏表示.  
E-mail: windbird007@163.com  
(**HUANG Ling-Shuai** Master student in the Department of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology. His main research interest is sparse image representation.)