

非线性非最小相位系统的控制研究综述

苏善伟¹ 朱波² 向锦武³ 林岩⁴

摘 要 非线性非最小相位系统是指具有不稳定零动态或内部动态的非线性系统, 其本身固有的非最小相位特性限制了许多常规非线性控制方法(如反推控制、反馈线性化、滑模控制等)的直接应用. 因此, 非最小相位系统的控制比最小相位系统要困难得多, 是控制理论与工程应用中具有挑战性的课题之一. 本文综述了目前非线性非最小相位系统的研究成果, 着重介绍了非最小相位系统的成因、特性、理想内模求解等问题, 并对其镇定、轨迹跟踪及路径跟踪等控制方法进行了分析比较. 最后, 讨论了非线性非最小相位系统研究领域尚存在的问题, 并对其未来发展方向进行了展望.

关键词 非最小相位, 非线性控制, 零动态, 镇定, 跟踪控制

引用格式 苏善伟, 朱波, 向锦武, 林岩. 非线性非最小相位系统的控制研究综述. 自动化学报, 2015, 41(1): 9–21

DOI 10.16383/j.aas.2015.c140322

A Survey on the Control of Nonlinear Non-minimum Phase Systems

SU Shan-Wei¹ ZHU Bo² XIANG Jin-Wu³ LIN Yan⁴

Abstract Nonlinear non-minimum phase systems have unstable zero dynamics or internal dynamics, their non-minimum phase property restricts the direct application of many powerful nonlinear control techniques, such as backstepping, feedback linearization, and sliding mode control. So the control of non-minimum phase systems is more difficult than that of minimum phase systems, and is one of the challenging issues in the control theory and engineering applications. This research summarizes the existing results of nonlinear non-minimum phase systems, and focuses on the topics including the origin of non-minimum phase systems, their characteristics and the solution methods of ideal internal dynamics. The control methods of stabilization, trajectory tracking and path following are analyzed and compared as well. Finally, the problems to be solved and the research trends are prospected at the end of the paper.

Key words Non-minimum phase, nonlinear control, zero dynamics, stabilization, tracking control

Citation Su Shan-Wei, Zhu Bo, Xiang Jin-Wu, Lin Yan. A survey on the control of nonlinear non-minimum phase systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 9–21

一可控非线性系统经输入–输出线性化处理后, 所得系统动态一般包含两部分. 一部分描述了输入–输出之间的动态关系, 称为外部动态; 另一部分不能由输入–输出关系观测到, 称为内部动态, 其稳定性决定了该非线性系统是否为非最小相位系统.

线性系统作为非线性系统的特例, 其内部动态

的稳定性仅取决于系统开环传递函数的零点位置. 如果一线性系统具有位于 s 平面右半部分的零点, 则其内部动态是不稳定的, 这就意味着该线性系统是非最小相位的. 然而, 对非线性系统而言, 传递函数的概念已不存在, 自然也无法求解出其零点. 由于非线性系统的内部动态通常是非线性、非自治的, 且耦合着外部动态, 这就很难直接判定内部动态的稳定性. 因此判断非线性系统内部动态的稳定性需探索新的方法. 解决该困难的途径之一就是非线性系统定义所谓的零动态.

文献 [1] 给出了系统零动态的定义: 通过控制输入, 使指定的系统输出恒为零, 这时系统的内部动态称为零动态. 利用零动态的概念来分析内部动态的稳定性是非线性系统控制中最常见的分析方法. 根据文献 [2] 中的定义, 非线性非最小相位系统是指具有不稳定零动态或内部动态的非线性系统.

在工程应用中, 非最小相位系统较常见, 如柔性机器臂^[3–4]、船舶^[5–6]、飞机^[7–9]、导弹^[10] 及高超声速飞行器^[11–13] 等. 对飞行器而言, 系统的非最小相位特性是由其动力学特性决定的. 对于大多数飞行

收稿日期 2014-05-07 录用日期 2014-09-19
Manuscript received May 7, 2014; accepted September 19, 2014
国家自然科学基金 (61403013, 61304016, 61273141), 中国博士后基金 (2013M530509) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61403013, 61304016, 61273141) and China Postdoctoral Science Foundation (2013M530509)

本文责任编辑 季海波

Recommended by Associate Editor JI Hai-Bo

1. 北京航空航天大学无人机研究所 北京 100191 2. 电子科技大学
航空航天学院 成都 611731 3. 北京航空航天大学航空科学与工程学院
北京 100191 4. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院 北京
100191

1. Research Institute of Unmanned Aerial Vehicle, Beihang
University, Beijing 100191 2. School of Aeronautics and As-
tronautics, University of Electronic Science and Technology of
China (UESTC), Chengdu 611731 3. School of Aeronautics
Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191
4. School of Automation Science and Electrical Engineering,
Beihang University, Beijing 100191

器, 航迹机动是基于飞行器姿态角的调整进行的. 操纵面的偏转不仅会产生改变飞行器姿态的转动力矩, 还会产生一个改变飞行器航迹的力, 文献 [14] 称这个力为转动力矩的寄生力. 对于常规起降飞行器, 纵向俯仰力矩会产生一个附带力, 使飞行器在爬升过程中瞬间“掉高”. 而对垂直起降 (Vertical take-off and landing, VTOL) 飞行器, 横侧向滚转力矩的产生会带来一个改变飞行器横侧向位移的力. 正是这种力和力矩的耦合导致了飞行器的非最小相位特性.

对于具有稳定零动态的非线性最小相位系统, 设计控制器时只需考虑其外部动态即可, 其内部动态的稳定性取决于受控外部动态的稳定性. 许多非线性控制技术, 如反推控制^[15]、反馈线性化^[16]、滑模控制^[17]等, 均在非线性最小相位系统中得到了广泛应用. 然而对于具有不稳定零动态的非线性系统, 非最小相位特性限制了这些技术的直接应用^[18]. 在非最小相位系统中, 所设计的控制器既要实现外部动态的渐近稳定, 又需保证不稳定内部动态的收敛^[19]. 此外, 零动态不会因反馈而改变, 故非最小相位系统的控制比最小相位系统要困难得多^[20]. 事实上, 关于非最小相位系统的研究始终是控制理论与工程应用中具有挑战性的问题之一.

1 非最小相位系统描述及特性分析

1.1 系统描述

1.1.1 内部动态

考虑单输入单输出非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\quad (1)$$

其中, 状态 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 控制输入 $u \in \mathbf{R}^1$, 输出 $y \in \mathbf{R}^1$, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 与 $h(\mathbf{x})$ 均为非线性平滑函数.

为得到输出 y 与输入 u 之间的线性关系, 对输出 y 进行 r 次求导后有

$$y^{(r)} = L_f^r h + (L_g L_f^{r-1} h)u \quad (2)$$

其中, $L_g L_f^{r-1} h \neq 0$, 于是称系统具有相对阶 r . 对任意可控系统, 为使输入 u 出现, 最多可对输出 y 求导 n 次, 即 $r \leq n$. 如果定义伪控制

$$v = L_f^r h + (L_g L_f^{r-1} h)u \quad (3)$$

可解出实际的控制输入

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h} (v - L_f^r h) \quad (4)$$

将式 (3) 带入式 (2), 得到如下的线性关系

$$y^{(r)} = v \quad (5)$$

式 (5) 是 r 阶的, 而系统 (1) 是 n 阶的. 由此可看出, 输入-输出线性化仅能解释一部分 r 阶系统, 而其余 $n - r$ 阶部分是不可观的. 于是, 不可观的这部分动态称为内部动态.

对于系统 (1) 状态向量的 r 个元素, 定义

$$\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r]^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}]^T \quad (6)$$

选择系统状态向量中 $n - r$ 个元素为

$$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r}]^T \quad (7)$$

则把 $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r}]^T$ 称为一个局部微分同胚^[1]. 于是系统 (1) 可变成坐标 $(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ 下的动态

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}^{(r)} = \mathbf{a}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{b}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})u(t) \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}^{(n-r)} = \mathbf{p}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{q}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})u(t) \quad (9)$$

系统输出 $y = \xi_1$. 把式 (8) 带入式 (9), 可得如下内部动态

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}^{(n-r)} = \mathbf{p}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + \frac{\mathbf{q}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) [\dot{\boldsymbol{\xi}}^{(r)} - \mathbf{a}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})]}{\mathbf{b}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})} \quad (10)$$

对上述非线性、非自治且耦合外部动态的内部动态, 很难直接判断其稳定性. 为解决这一难题, 需引入零动态的概念.

1.1.2 零动态与非最小相位系统

一个非线性系统的零动态是指当选择输入使输出恒为零时的内部动态, 这也可视为内部动态的一种特殊情况. 对具有内部动态 (10) 的非线性系统 (1), 其零动态为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}^{(n-r)} = \mathbf{p}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}) - \frac{\mathbf{q}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta})\mathbf{a}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta})}{\mathbf{b}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta})} \quad (11)$$

从式 (11) 可看出, 判定零动态的稳定性比判定内部动态的稳定性容易得多, 因为零动态仅含内部动态. 于是为了简化问题, 通常研究零动态的稳定性来代替内部动态的稳定性.

对于线性系统, 零动态的稳定性意味着内部动态的全局稳定. 但是, 对于非线性系统, 两者之间的关系没有这么明显, 零动态的局部渐近稳定足以保证内部动态的局部渐近稳定. 然而, 与线性情况不同的是, 非线性系统的内部动态没有全局稳定的结论, 甚至大范围稳定性的结论也没有. 也就是说, 即使零动态是全局指数稳定的, 也只能保证内部动态的局部稳定^[1].

下面对线性系统传递函数的零点与非线性系统的零动态进行比较. 文献 [1] 已经证明如果一个线性系统的零点位于 s 平面的左半部分, 则其内部动态

是稳定的. 换句话说, 线性系统内部动态的稳定性可由零点的位置很容易地判断出来. 另外, 反馈控制律仅能影响线性闭环系统的极点, 而不能影响其零点. 在一个非线性系统中, 线性化零动态的特征根与系统 Jacobi 线性化的零点是一致的^[21], 同时非线性系统的零动态也是系统内部固有特征, 与控制律的选择及期望轨迹无关^[1].

文献 [22] 所定义的线性非最小相位系统, 是指在 s 平面右半部分具有开环零极点的控制系统. 其实, 从以上分析可知, 只有开环零点才是引起系统非最小相位特性的关键. 因此关于非最小相位系统的定义, 更严格的描述应该为: 一个线性系统如果具有 s 平面右半部分的零点, 那么就说该线性系统是非最小相位的. 如果该系统还具有 s 平面右半部分的极点, 那么我们则称该线性系统为不稳定非最小相位系统^[23]. 同理, 如果一个非线性系统的零动态是不稳定的, 那么就说该非线性系统是非最小相位的.

1.2 特性分析

一般情况下, 非最小相位系统对阶跃输入信号具有“负调”(Overshoot, 或称为下冲) 响应. 这里“负调”意味着阶跃输入的暂态响应一开始朝阶跃输入的相反方向运动^[24], 然后才回到正确的方向. 以飞机为例, 其飞行高度与升降舵偏角之间的传递函数具有位于 s 右半平面的零点, 从而导致飞机在从平飞转爬升过程中, 存在“掉高”现象. 所以, 飞行员非常有必要了解飞机升降动态所具有的这一非最小相位特性^[1], 特别是在飞机低空飞行时, 如果不熟悉这种特性将是非常危险的.

为了更直观深入地认识这种负调现象, 下面将借助线性系统的定理和例子对其进行说明.

定理 1^[24]. 假设传递函数 $G(s)$ 是稳定的, 且 $G(0) \neq 0$. 若 $G(s)$ 有一正的实零点, 则其阶跃响应具有负调现象.

例 1. 考虑如下系统:

$$G_1(s) = \frac{(s-1)(s-2)}{(s+1)(s^2+2s+2)}$$

$$G_2(s) = \frac{2-s}{s^2+2s+2}$$

因均有正的实零点, 可知它们的阶跃响应 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 都将出现负调, 如图 1 所示. 因为 $\dot{y}_2(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 Y_2(s) = -1 < 0$, $y_2(t)$ 一开始的方向就是错误的, 故 $y_2(t)$ 的负调很容易看出. 另一方面, 因为 $\dot{y}_1(0^+) = 1 > 0$, $y_1(t)$ 的负调是在某个时刻之后才出现.

从图 1 可以看出, 阶跃响应的负调可分为两类: 若系统阶跃响应在 0 时刻从与稳态方向相反的错误

方向开始, 则称为 A 型负调; 若非 A 型负调, 则称为 B 型负调.

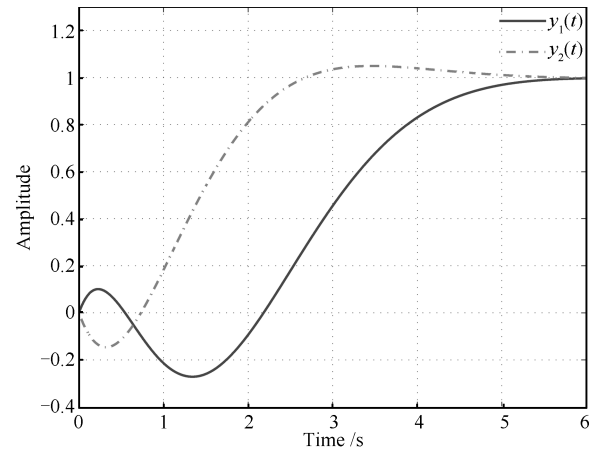


图 1 例 1 中系统 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 的阶跃响应

Fig. 1 Step responses of $G_1(s)$ and $G_2(s)$ in Example 1

该例还验证了文献 [25] 提出的结论, 即在线性非最小相位系统中, 两个或更多的正的实零点的出现, 除了会导致负调阶跃响应外, 还会出现超调响应.

对于 A 型下冲出现的条件, 定理 2 根据系统特征给出了准确表述.

定理 2^[24]. 假设 $G(s)$ 是稳定的, 且 $G(0) \neq 0$, 则其阶跃响应有一 A 型负调, 当且仅当 $G(s)$ 有奇数个正的实零点.

当一个线性非最小相位系统含有非实零点时, 其阶跃响应并非一定具有负调特性. 如下传递函数描述的非最小相位系统对阶跃信号的响应就是单调的, 没有负调特性.

$$G(s) = \frac{(s^2 - s + 1)(s + 1)(s + 42)(s + 60)}{2520(2s + 1)^6} \quad (12)$$

对于非线性非最小相位系统, 其阶跃响应一般具有负调特性, 但因其种类繁多, 无法用统一的定理来判定其负调响应的类型.

文献 [26] 指出当非最小相位系统的负调响应过大时, 会存在如下缺点: 1) 破坏系统的状态约束条件; 2) 系统鲁棒性能变差; 3) 误导系统管理员或操作人员认为控制系统存在故障, 从而引入不必要的人工干预.

最后, 对非最小相位系统的物理特征可总结为: 一般情况下, 时域内初始阶段阶跃响应为负, 系统响应比较缓慢, 对系统稳定性、鲁棒性及动态品质有重要影响. 在要求快速响应的系统中, 应避免选择非最小相位系统. 而对于本身就具有非最小相位特性的系统, 应设计合适的控制律, 来抑制其不稳定内部动态的发散, 以满足控制要求.

2 理想内模求解

2.1 不稳定内部动态的处理方法

对于一类非线性系统^[27], 其内部动态可表述为

$$\dot{\eta} = \Phi(\eta, e, y_d) = A_\eta \eta + A_e e + q(\eta, e, y_d) \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} A_\eta &= \frac{\partial \Phi(\eta, e, y_d)}{\partial \eta}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \\ A_e &= \frac{\partial \Phi(\eta, e, y_d)}{\partial e}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \\ q(\eta, e, y_d) &= \Phi(\eta, e, y_d) - A_\eta \eta - A_e e \end{aligned} \quad (14)$$

这里, η 表示内部动态, y_d 表示期望输出信号及其各阶导数, e 表示输出跟踪误差及其各阶导数. 当 A_η 为非 Hurwitz 矩阵时, 内部动态 η 是不稳定的, 对应的系统即为非最小相位系统, 反之则为最小相位系统.

在为非最小相位系统设计控制器时, 首要任务就是抑制其不稳定内部动态的发散. 目前对其处理方法有: 忽略或弱化内部动态^[7]、把内部动态镇定到零状态^[27] 以及使内部动态跟踪其理想内模^[28-29]. 前两种方法仅适用于弱非最小相位系统或期望输出信号变化较慢的情况, 而后一种方法适用于任何情况, 如强非最小相位系统的跟踪控制或期望输出信号变化较快的情况等. 这里需要解释两个概念: 1) 强或弱非最小相位系统分别是指含有或不含指数不稳定零动态的非最小相位系统^[30]; 2) 理想内模 (Ideal internal dynamics, IID) 是指不稳定内部动态对应的、受期望输出信号驱动的有界值^[28]. 利用理想内模可把输出跟踪问题转化为状态跟踪误差的镇定问题^[18, 28]. 目前, 这种解决思路已经应用到 VTOL 飞行器的航迹跟踪问题中^[31]. 对于飞行器而言, 其理想内模实质上是指不稳定姿态方程的有界解, 即有界的姿态角及其角速率.

文献 [29, 32] 通过 VTOL 飞行器数值仿真均已证明: 若要实现非最小相位系统的完全跟踪控制, 求解内部动态的理想内模是必不可少的.

2.2 理想内模的求解方法

对于内部动态方程 (13), 在适当的假设条件下, 可通过下面三种方法求得其理想内模.

2.2.1 非因果稳态逆

为了求得不稳定内部动态的有界解, 文献 [33-35] 提出了非因果稳态逆 (Noncausal stable inversion, NSI) 方法. 对于内部动态方程 (13), 在理想情况下, 状态 X 跟踪期望输出信号 y_d , 当跟踪误差

$e = X - y_d = \mathbf{0}$ 时, 可得到理想内模方程

$$\dot{\eta}_d = \Phi(\eta_d, y_d) \quad (15)$$

根据非因果稳态逆方法, 可把内模 (15) 重新写成下面的形式

$$\dot{\eta}_d = A(t)\eta_d + [\Phi(\eta_d, Y_d) - A(t)\eta_d] \quad (16)$$

或者一个等价的非线性积分方程

$$\eta_d = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t - \tau) [\Phi(\eta_d, y_d) - A(\tau)\eta_d] d\tau \quad (17)$$

其中, $\phi(t)$ 是在 $(-\infty, \infty)$ 上对于 $\dot{\eta} = A(t)\eta$ 的双线性有界状态变换矩阵, 且 $A(t) = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}(\mathbf{0}, y_d)$. 在式 (17) 满足一定的约束条件下通过皮卡迭代方法^[36], 可得到式 (15) 的有界解. 需要说明的是, 通过这种方法求解得到的理想内模是非因果的, 因为为了找到一个有界逆动态, 期望输出信号的未来信息 (从当前时刻 t_c 到结束时刻 t_s) 需提前已知.

为了降低对期望输出信号的时间要求, Zou 和 Devasia 提出了基于精确预览的稳态逆方法^[37], 只要求一段时间内 (从当前时刻 t_c 到时刻 $t_c + T_p$, 其中 T_p 表示时间窗口) 期望输出信号的信息已知.

即便如此, 稳态逆方法从本质上来讲是一种非因果方法, 且需要通过迭代算法求解理想内模信号, 所以该方法计算量较大, 且计算过程是反向离线进行的. 因此, 该方法在应用上具有较大的局限性.

2.2.2 稳态系统中心

为了克服非因果稳态逆方法的缺点, Shkolnikov 和 Shtessel 提出了一种稳态系统中心 (Stable system center, SSC) 方法^[18, 38]. 该方法的优点是: 不需要复杂的迭代计算过程, 同时获得的解是因果解 (Causal solution, CS), 这样就避免了非因果稳态逆方法所固有的不能在线计算的缺点, 因而其应用更加广泛. 利用该方法求解因果理想内模的步骤如下:

考虑内模微分方程

$$\dot{\eta}_d = \Phi(\eta_d, y_d) = A_\eta \eta_d + q(\eta_d, y_d) \quad (18)$$

设 y_d 由一已知的外部系统产生, 即

$$\dot{w} = Sw, \quad y_d = Cw \quad (19)$$

其特征多项式为

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= \det(\lambda I - S) = \\ &= \lambda^k + p_{k-1}\lambda^{k-1} + \cdots + p_1\lambda + p_0 \end{aligned} \quad (20)$$

那么, 理想内模信号可通过求解矩阵微分方程得到

$$\begin{aligned} \eta_d^{(k)} + c_{k-1}\eta_d^{(k-1)} + \cdots + c_1\dot{\eta}_d + c_0\eta_d = \\ - (P_{k-1}\theta_d^{(k-1)} + \cdots + P_1\dot{\theta}_d + P_0\theta_d) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\theta_d = \mathbf{q}(\eta_d, \mathbf{y}_d)$, 通过把极点配置到期望的位置上, 可得到 $c_{k-1}, \dots, c_1, c_0$ 等参数. 另外, 矩阵 $P_{k-1}, \dots, P_1, P_0$ 等参数的求解方法可参考文献 [18, 38].

文献 [32] 首次利用稳态系统中心方法求解出内部动态未受干扰时 VTOL 飞行器的理想内模, 并得到良好的因果跟踪控制效果. 当内部动态受到干扰时, 文献 [39] 通过在状态观测器中构建一个辅助控制信号, 来消除外部干扰与非匹配不确定性的影响, 另外该信号还有助于求解受扰因果理想内模.

近年来, 稳态系统中心方法得到了进一步推广, 可以应用到外部信号的部分特征未知的情况 (即外部信号由一个特征多项式产生, 其阶数已知, 但系数由一未知的线性系统产生), 详见文献 [40–41].

2.2.3 输出调节

上世纪 90 年代初, Isidori 和 Byrnes 针对非线性系统的输出跟踪与干扰抑制问题, 利用中心流形理论, 提出了著名的输出调节 (Output regulation, OR) 理论^[42]. 根据该理论, 系统的期望输出信号由一外部系统产生, 同式 (19).

对于具有线性内部动态的非最小相位系统, 其理想内模方程为

$$\dot{\eta}_d = \Phi(\eta_d, \mathbf{y}_d) = A_\eta \eta_d + \mathbf{q}(\mathbf{y}_d) \quad (22)$$

通过应用输出调节方法, 设 $\eta_d = \Pi \mathbf{w}$, 结合式 (19), 可得到

$$\Pi S \mathbf{w} = A_\eta \Pi \mathbf{w} + \mathbf{q}(\mathbf{C} \mathbf{w}) \quad (23)$$

从上式可解出 Π , 进而得到理想内模 η_d . 需要指出的是, 输出调节方法不适用于求解非线性内部动态的理想内模, 因为其解法复杂, 且不一定有解.

2.2.4 三种方法的比较

针对以上三种求解理想内模的方法, 得到以下比较结果: 1) 非因果稳态逆是一种迭代求解方法, 仅能得到数值解; 2) 稳态系统中心方法需要求解矩阵微分方程, 且期望输出信号需由一外部系统产生, 可得到因果数值解; 3) 与上述两种方法不同的是, 输出调节方法仅适用于求解线性内模方程, 但可得到因果解析解.

3 国内外研究现状分析

针对非线性非最小相位系统, 目前的控制研究主要分为三大类: 镇定控制 (Stabilization control, SC)、轨迹跟踪 (Trajectory tracking, TR) 控制及路径跟踪 (Path following, PF) 控制. 下面将对相关文献做出详细综述.

3.1 镇定控制

在系统控制中, 镇定是最基本的控制问题, 是考虑其他控制目标, 如渐近跟踪、干扰抑制等的前提. 非最小相位系统的镇定控制问题, 就是使系统外部动态与不稳定的内部动态同时收敛到零状态.

文献 [43] 利用标准反推控制与小增益技术, 实现了一类具有广义输出反馈形式的非线性非最小相位系统的镇定控制. 针对一类具有非线性不确定性的非最小相位系统, 文献 [44] 基于鲁棒观测器与标准反推方法设计了输出反馈控制器, 实现了系统的全局镇定. 文献 [45] 基于反推与逆设计方法, 结合神经网络控制实现了一类非仿射型单输入单输出 (Single-input single-output, SISO) 非最小相位系统的状态反馈自适应镇定. 然而, 上述文献中所使用的反推控制方法, 随着系统阶数的增加, 会带来“微分爆炸”现象. 针对一类积分链型非线性非最小相位系统, 文献 [46] 基于神经网络实现了其输出反馈镇定, 所设计的自适应控制器能消除参数不确定性的影响, 控制效果优于传统的反推控制. 文献 [47] 针对一类可观测、可镇定的非线性非最小相位系统, 设计了一种基于神经网络的自适应输出反馈镇定控制方法. 然而, 它需要适当的假定条件, 所研究的非线性系统可由一线性模型近似表示, 因此这种方法具有一定的局限性. 针对一类积分链型不确定非线性非最小相位系统, 文献 [48] 基于输出反馈设计了高增益控制器, 实现了系统闭环信号的半全局镇定. 不过, 高增益反馈在控制初始时刻容易引起“尖峰”现象. 为了避免这一问题, 文献 [49] 利用扩展的高增益观测器与滑模控制器实现了同类非最小相位系统的镇定控制, 取得了比文献 [48] 更好的控制效果. 文献 [50] 基于扩展的卡尔曼滤波器及高增益观测器, 实现了一类内部动态与外部动态均为积分链型的非线性非最小相位系统的半全局输出反馈镇定. 需要说明的是, 以上文献所设计的镇定控制方案均是针对一般性单变量非线性非最小相位系统进行的.

VTOL 飞行器作为多输入多输出 (Multiple-input multiple-output, MIMO) 非线性非最小相位系统的典型代表^[29], 受到控制界的众多关注. 文献 [51] 通过构建最优控制器实现了 VTOL 飞行器的鲁棒镇定控制. 文献 [52] 基于解耦变换与二次坐标变换, 把具有强输入耦合特性的 VTOL 飞行器模型分解成一个级联非线性子系统与一个具有指数稳定性的线性子系统, 通过平滑静态状态反馈, 实现了系统的全局配置镇定, 同时也得到了可用于轨迹跟踪的平坦输出. 但是文献 [52] 得到的解耦结构并不是唯一的. 基于此, 文献 [53] 通过使介于子系统之间耦合项 (代表着系统摄动) 的范数最小化, 得出了一

种新的非线性镇定控制律,从而使控制效果更佳.文献[54]针对有界输入情况下的 VTOL 飞行器,利用线性饱和函数来限制控制输入达到饱和极限,以避免出现控制奇异问题,同时通过状态反馈实现了全局镇定控制,使系统状态收敛到零.文献[55–56]分别利用饱和控制、非线性预测控制等方法实现了 VTOL 飞行器的镇定控制,从而丰富了非最小相位系统的镇定控制理论成果.

由于镇定控制是输出跟踪控制的基础,且输出跟踪又可转化为状态跟踪误差的镇定问题,故上述方法对非线性非最小相位系统的输出跟踪控制具有一定的借鉴意义.

3.2 轨迹跟踪控制

在设计最小相位系统输出跟踪控制策略时,只需使系统输出跟踪期望轨迹信号即可,对稳定的内部动态(如果有)可置之不理,因其会随着外部动态的稳定而稳定.而对于非最小相位系统的输出跟踪问题,所设计的控制器需同时满足两个要求:1) 保证输出跟踪误差收敛;2) 保证闭环系统内部动态的稳定^[19]:镇定到零^[27]或保持有界^[29].

目前,关于非最小相位系统的轨迹跟踪控制方法大致分为如下几类.

3.2.1 近似线性化

精确的输入–输出线性化方法不能直接处理非线性非最小相位系统,否则会导致不稳定的控制器^[7].基于该原因,在上世纪 90 年代,有些研究人员利用近似线性化技术解决这类系统的输出跟踪问题^[7, 57],即通过寻找一个最小相位系统在一定程度上逼近原始的非最小相位系统,然后在此基础上进行控制器设计.文献[7]通过忽略 VTOL 飞行器的控制力矩与推力之间的耦合,使用反馈线性化方法来解决输出跟踪问题.然而,正是这些耦合项导致了非最小相位现象的产生,因此这种方法只适用于耦合项很小并能被忽略的情况.文献[57]通过去除 Jacobi 线性化后原始系统的 s 右半平面零点,来局部重新定义一个新的输出,从而使新的系统是最小相位.文献[58]所研究的系统,受作动器动态的影响,表现出弱非最小相位特性.所设计的控制器由两部分组成:快速反馈控制器与慢速反馈控制器.快速反馈控制器用来镇定作动器的动态,而慢速反馈控制器用来处理非匹配不确定性,在适当的假设下,系统状态与跟踪误差可保持一致有界.文献[59]考虑了具有未知参数的非线性弱非最小相位系统.假设这些未知参数是线性存在的,通过反馈与坐标变换,把原来的系统转换成一个近似的输入–输出线性化系统.在此基础上所设计的自适应控制器取得了较好的跟踪性能,并且能够把跟踪误差限制在一个小

的范围内.需要说明的是,近似线性化方法对于弱非最小相位系统可给出较好的结果,然而对于强非最小相位系统却是无能为力的.

3.2.2 等价输出方法

把非最小相位输出跟踪问题转化为近似的最小相位输出跟踪问题是一种常见的解决思路.与上述近似线性化方法不同,等价输出方法通过构造与原非最小相位输出函数近似等价的新输出,来达到跟踪控制的目的.根据不同的需要,近似输出有两种不同的等价形式:1) 频域特性近似相同^[60–61],即让新定义的输出函数在感兴趣的频率范围内与原输出函数基本相同,通过精确控制近似输出来实现对原输出的控制.2) 时域稳态值相同^[62–63],这种方法是在原输出函数上叠加一函数项,该函数项在系统平衡点处取值为零,而且能够消掉原系统输出中的非最小相位零点.上述两种“等价输出函数”的构造基于系统在平衡点处的近似线性化模型和零点配置技术.因此,这种解决思路仅适用于定点跟踪问题,不适用于飞行器的航迹机动跟踪.这是因为对于航迹机动问题,尤其是大机动情况下,如机动盘旋时,近似线性化模型不能较好地刻画飞行器的动力学模型.

3.2.3 输出重定义

输出重定义方法^[1, 28]是指通过选择一个新的输出在物理意义上来逼近原始输出,从而变换出一个新的最小相位系统模型.文献[64]基于该方法,实现了升压斩波型直流变换器的非最小相位负载电流跟踪控制.不过,需要指出的是,没有系统的方法可以找到这样的输出,因此该方法需要不断地进行尝试.

文献[9]用到的平坦输出方法实际上也是一种输出重定义方法,通过选择输出,使相应的系统动态中不含有零动态或内部动态,这样的输出就称为平坦输出,即能够实现全状态反馈线性化的输出.对于存在平坦输出的非最小相位系统,其输出跟踪问题往往可通过坐标变换转换成其平坦输出的跟踪问题,这样就可回避内部动态不稳定的问题.该方法应用逆轨迹做为前馈,利用平坦输出建立一个状态跟踪器,使系统状态表示成平坦输出及它们导数的函数.同文献[7]中的近似线性化方法相比,平坦输出方法不仅适用于弱非最小相位系统,也能适用于强非最小相位系统.对于一部分非线性系统,这种平坦输出被证明是存在的,如 VTOL 飞行器,其平坦输出是 Huygens 振动中心的位置^[9].然而,对于大部分非线性系统,如传统起降飞行器,因为其空气动力学特性比较复杂,寻找平坦输出并不是一件容易的事情,这主要是因为目前还未出现有效与成熟的方法来检查系统的某个输出是否平坦.

3.2.4 动态滑模控制

由于常规滑模控制不能直接应用于非最小相位系统, 文献 [65–66] 把动态滑模方法应用于非线性非最小相位系统输出跟踪上. 这种方法集合了传统滑模控制器与动态补偿器的优点, 且性能往往比静态反馈的性能更强^[67–69]. 文献 [19, 65] 基于动态滑模方法, 分别研究了 SISO 和 MIMO 系统的跟踪控制, 同时还考虑了外部及内部动态中存在不确定的因素, 并且前者把提出的方法应用到了 F-16 战斗机航迹倾角的机动跟踪问题中. 针对一类多变量非线性非最小相位系统, 文献 [70] 提出一种由一阶和二阶滑模控制器组成的新型控制方法, 实现了其因果输出跟踪控制. 然而, 以上滑模控制方法需要对被控对象的形式做较强的假设, 且控制律是非连续的, 可能引起输出抖振.

3.2.5 稳态逆

对于输出跟踪控制, 动态逆是指为被控系统指定一个特定的期望输出轨迹, 以得到期望的状态轨迹与控制输入. 然而, 传统的动态逆控制对于非最小相位系统, 产生的逆是无界的. 例如, 在线性非最小相位系统中, 不稳定零点会变成逆系统的极点.

为了解决动态逆无法处理非线性非最小相位系统的输出跟踪控制问题, 文献 [33–34] 提出了一种稳态逆技术, 它具有前馈加反馈的结构, 可把非最小相位系统转换成一个稳定的特定系统, 以得到稳定的期望状态轨迹与有界的期望控制信号. 文献 [35] 把稳态逆方法扩展到变非线性非最小相位系统中. 文献 [29] 利用稳态逆方法实现了非最小相位飞行器的输出跟踪控制. 需要说明的是, 这种稳态逆方法是非因果的, 在实际应用中具有一定的局限性.

3.2.6 输出调节

Francis 提出的反馈调节理论^[71] 是解决线性系统输出跟踪问题的重要方法. Isidori 等和 Byrnes 等在其基础上提出了用来解决非线性系统跟踪控制的输出调节理论^[42, 72]. 根据该理论, Chen 等得到一类严反馈系统的全局鲁棒输出调节方法^[73], 并应用于小车–倒立摆系统 (一种典型的 SISO 非线性非最小相位系统) 的输出跟踪控制中^[74]. 输出调节理论作为解决输出跟踪问题的重要方法之一, 其进一步推广和应用还需考虑以下三方面的问题: 1) 跟踪信号的扩展问题, 现有方法仅适用于外部信号由无源线性系统产生的情况; 2) 调节方程的求解问题, 一般非线性系统调节方程的求解没有通用的成熟方法; 3) 鲁棒性问题, 现有成果很少考虑内部动态存在不确定性或干扰的情况, 特别是对于非线性非最小相位系统而言.

3.2.7 MIMO 系统分解方法

文献 [29] 利用合适的坐标变换和控制变换, 把 MIMO 非线性非最小相位系统的输出跟踪控制问题转化成跟踪误差的镇定问题. 同时, 为了降低控制器的设计难度, 采取了如下的分解步骤: 1) 对原系统进行输入–输出线性化处理, 得到外部动态和内部动态. 2) 把外部动态分成两部分, 其中一部分动态与内部动态线性相关, 另一部分与内部动态线性无关. 3) 把内部动态和与之线性相关的外部动态组合在一起, 构成新的子系统, 称为非最小相位子系统. 与原系统相比, 该子系统是一个维数较低的非最小相位系统. 另一部分动态与内部动态线性无关, 构成系统的另一子系统, 称为最小相位子系统. 4) 对这两个低维的误差子系统分别设计高增益镇定控制器, 从而保证整个闭环系统的稳定性. 不过, 经过系统分解后, 由于两个子系统之间存在耦合项, 控制器的参数要满足一定的关系, 从而增加了参数选取的难度. 为了克服上述问题, 文献 [32, 39] 对分解后的非最小相位子系统设计了非奇异最小范数控制器 (见第 3.2.8 节), 避免了因耦合项引起的控制参数选取困难问题, 同时使 MIMO 系统分解方法的优势得到最大发挥.

为了更深入地认识这种分解方法, 我们以跟踪误差坐标下的多变量非线性非最小相位系统^[32] 为例.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i1} &= e_{i2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{i,r_i-1} &= e_{i,r_i} \\ \dot{e}_{i,r_i} &= v_i + d_i \\ \dot{\tilde{\eta}} &= A_e e + A_{\eta} \tilde{\eta} + q(e, \eta, y_d) - q(0, \eta_d, y_d) \\ y_i &= e_{i1} + y_{id}, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (24)$$

其中, y_i 表示输出信号, y_{id} 表示期望输出信号, e 表示外部动态误差信号, $\tilde{\eta} = \eta - \eta_d$ 为内部动态误差. 如果

$$A_{e_i} = \frac{\partial \Phi(e, \eta, y_d)}{\partial e_i}(0, 0, 0) = 0 \quad (25)$$

其中, $e_i = [e_{i1}, \dots, e_{i,r_i}]^T$, $i = 1, \dots, m$, 它意味着状态 $\tilde{\eta}$ 与 e_i 线性无关, 故系统 (24) 可分解成两部分:

1) 最小相位部分

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i1} &= e_{i2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{i,r_i-1} &= e_{i,r_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{e}_{ir_i} &= v_i + d_i \\ y_i &= e_{i1} + y_{id}, \quad i = 1, \dots, \bar{m}\end{aligned}\quad (26)$$

2) 非最小相位部分

$$\begin{aligned}\dot{e}_{j1} &= e_{j2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{j,r_i-1} &= e_{j,r_i} \\ \dot{e}_{j,r_i} &= v_j + d_j \\ \dot{\tilde{\eta}} &= A_{e_n} e_n + A_{\eta} \tilde{\eta} + q(e, \eta, y_d) - \\ &\quad q(0, \eta_d, y_d) \\ y_j &= e_{j1} + y_{jd}, \quad j = \bar{m} + 1, \dots, m\end{aligned}\quad (27)$$

其中, $e_n = (e_{\bar{m}+1,1}, \dots, e_{\bar{m}+1,r_{\bar{m}+1}}, \dots, e_{m,1}, \dots, e_{m,r_m})^T$. 这样经过系统分解后, 我们可以对低阶子系统 (26) 与 (27) 分别设计控制律, 从而降低了设计难度.

3.2.8 最小范数控制策略

针对一类 MIMO 非线性非最小相位系统, 文献 [27] 首先对原来的非线性系统进行输入-输出线性化处理, 并在内部动态中把线性部分从非线性部分中分解出来, 然后基于 Lyapunov 方法与最小范数控制策略, 引入一个非线性辅助控制输入来镇定整个闭环系统. 通过 VTOL 飞行器数值仿真验证了最小范数控制器的有效性. 针对具有测量延时与输入干扰的 VTOL 飞行器, 文献 [75] 应用最小范数控制策略设计了一个线性静态反馈项、一个切换项、一个非线性辅助输入项组成的跟踪控制器, 从而确保了输出跟踪误差与内部动态具有鲁棒镇定特性.

为了避免文献 [27] 中最小范数控制器所存在的奇异问题, 即对于

$$v_{nl} = -\frac{(z^T P B)^T z^T P \tilde{q}}{z^T P B (z^T P B)^T} = -\frac{\delta}{\sigma} \quad (28)$$

其中, $z = (e_n, \tilde{\eta})^T$, 当跟踪误差 z 趋于零时, 上式中的分母也会趋于零, 这样会使控制律 v_{nl} 无限大, 从而产生控制奇异问题. 为了解决这一问题, 文献 [32, 39] 对其进行了改进, 提出了如下的非奇异最小范数控制器:

$$v_{nl} = \begin{cases} -\frac{\delta}{\sigma}, & \sigma > \epsilon \\ -\frac{\delta}{\sigma} \tanh^2\left(\frac{\lambda\sigma}{\epsilon}\right), & \sigma \leq \epsilon \end{cases} \quad (29)$$

为了保证控制律 v_{nl} 的连续性, 选择参数 λ 使得 $\tanh^2(\lambda) \rightarrow 1$. 于是当 $\sigma \rightarrow \epsilon$ 时, $-\delta/\sigma \tanh^2(\lambda\sigma/\epsilon) \rightarrow -\delta/\sigma$. 具体设计过程可参见文献 [32, 39].

3.2.9 扩展反推方法

针对非最小相位和欠驱动 VTOL 飞行器, 文献 [76] 设计了一种非线性输出反馈控制器, 使飞行器可以全局渐近跟踪一个由参考模型产生的期望轨迹. 基于全局指数观测器、坐标变换、Lyapunov 直接法、扩展的反推方法等步骤设计了控制律. 有趣的是, 该方法对以前研究的镇定控制、输出调节都适用. 针对反推控制具有“微分爆炸”的特点, 文献 [77] 应用有限时间收敛的微分器^[78]来简化对虚拟信号的求导, 进而设计了无滚转角速度测量的 VTOL 飞行器的输出跟踪控制器. 值得一提的是, 在文献 [76–77] 的仿真中, 仅考虑了 VTOL 飞行器跟踪垂直轨迹的情况, 未考虑其侧向运动, 这样滚转姿态就保持为零, 即不稳定的内部动态被镇定到零状态. 在这种情况下, 跟踪问题得到了简化, 因为只有经过侧向运动, 侧向与垂直推力的耦合作用所表现出来的非最小相位特性才是跟踪控制的难点^[79].

3.2.10 其他方法

针对非线性非最小相位系统, 文献 [80–81] 设计了基于神经网络的跟踪控制器, 通过应用 Taylor 级数把非线性系统分解成一个线性非最小相位部分与一个非线性可测干扰, 其中非线性部分用神经网络来逼近.

文献 [82] 把适用于线性最小相位系统的迭代学习控制器扩展到具有输入干扰的非线性非最小相位系统中. 仿真结果表明, 当输入干扰不存在时, 可实现输出精确跟踪. 当有界随机输入干扰存在时, 输出跟踪误差可收敛到零点的一个邻域内. 文献 [83] 还把这种方法扩展到具有输出噪声的非线性非最小相位系统中. 针对迭代学习控制在非最小相位系统上应用效果欠佳的缺点, 文献 [84] 根据最优化性能指标和非因果稳定逆理论, 提出了一种基于稳定逆的最优综合迭代学习控制方法.

文献 [85] 利用预测控制方法研究了一类非最小相位系统的输出跟踪问题, 并从理论上证明了预测控制可使非最小相位系统稳定地渐近跟踪期望输出. 文献 [86–87] 把飞控中常用的增益分配法推广到非最小相位 VTOL 飞行器中. 但近年来 YF-22 飞机和其他超机动飞行器的实验表明增益分配方法并不都是成功的. 除此之外, 增益分配法存在费时、重复费用高、很大程度上依赖于工程上反复实验等问题^[31].

3.3 时滞系统的输出跟踪控制

时滞 (或延时) 在实际控制系统中普遍存在, 它不仅会使系统性能下降, 而且往往会导致系统失稳, 同时也是引起系统非最小相位特性的因素之一. 文献 [88] 基于改进的干扰观测器及模型预测控制方法,

实现了一类多变量非最小相位延时系统的跟踪控制. 针对具有时滞与非最小相位特性的化工过程, 文献 [62] 通过构造时域内等价输出的方法^[63], 对其进行了定点跟踪控制研究. 文献 [75] 针对带有姿态测量延时与匹配输入干扰的非最小相位 VTOL 飞行器, 研究了其轨迹跟踪问题. 通过应用一阶 Padé 逼近方法^[89] 来处理延时, 这样原延时系统的跟踪问题转换为一个不含延时的高维系统输出跟踪问题. 所设计的控制器使用了滑模控制技术, 对已知上界的干扰输入具有一定的鲁棒性, 但是无法处理未知上界的输入干扰. 针对无速度测量的 VTOL 飞行器, 文献 [90] 基于 Padé 逼近技术来处理输出测量延时, 利用稳定系统中心与输出调节方法来求解系统的理想内模, 可实现系统输出跟踪任意的期望轨迹. 文献 [91] 针对带有输出测量延时的 VTOL 飞行器, 提出了一种非线性输出反馈控制方法, 使飞行器输出渐近跟踪期望轨迹. 由两步观测算法所构成的观测器, 重新构建了带有多个延时参数的系统状态. 在给定测量延时下, 可保证观测器的误差全局指数收敛到零. 所提方法的优点在于其实现的简单性及实用性, 数值仿真也验证了该方法的有效性. 需要说明的是, 文献 [75, 90–91] 采用的时滞处理方法, 均要求时滞精确已知, 对于含有不确定时滞的情况无法处理.

3.4 路径跟踪控制

路径跟踪控制不同于轨迹跟踪控制, 它对时间没有苛刻的要求, 只需要使被控对象在一定误差范围内跟踪一条并不依靠先前时间参数化的期望几何路径即可. 在最小相位系统中, 轨迹跟踪任何参考信号都是可能的, 跟踪误差的 L_2 范数可任意小, 即存在一个任意小的正数 δ 满足下式

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \|e(t)\|^2 dt \leq \delta \quad (30)$$

其中, $e(t) = y(t) - y_d(t)$. 然而对于非最小相位系统轨迹跟踪而言, 由于一部分输出能量被用来镇定不稳定的内部动态, 这样就导致跟踪误差的 L_2 范数不能任意小, 从而存在跟踪性能极限问题. 文献 [92] 针对一线性非最小相位系统的跟踪性能进行了研究, 并比较了轨迹跟踪与路径跟踪两种情况下的区别. 在轨迹跟踪情况下, 由于不稳定零点的存在, 非最小相位系统的跟踪误差的 L_2 范数不能任意小, 且期望输入信号的频率越接近这些不稳定的零点, 跟踪误差就越大. 但在路径跟踪情况下, 可利用增加的路径参数 $\theta(t)$ 作为辅助控制输入来镇定不稳定的内部动态, 同时用原来的控制变量来保证系统输出跟踪期望路径, 从而克服非最小相位系统的跟踪性能极限问题, 实现跟踪误差的 L_2 范数任意小^[93], 即式 (24) 仍然成立, 只不过式中 $e(t) = y(t) - y_d(\theta(t))$.

文献 [94] 针对具有不稳定零动态的非线性系统, 通过构建与原始输出具有相同相对阶的辅助输出, 且把该输出看作是相应零动态的输入, 使零动态具有输入-状态稳定性. 基于新增路径参数 θ 的导数, 设计反馈控制律, 来保证原始输出与辅助输出的运动路径一致. 这种通过构建辅助输出来代替原始输出的方法, 虽然与平坦方法类似, 但是最大的区别在于不用为原始输出寻找平坦输出, 而是通过反馈控制律来减小原始输出与辅助输出的差异. 在文献 [94] 的基础上, 文献 [95] 又提出一种新颖的、更为简单的平均方法, 通过构建路径参数的开环控制律及为原始控制变量构建反馈控制律, 使系统输出跟踪期望路径, 且跟踪误差可以任意小.

文献 [29] 通过非最小相位 VTOL 飞行器仿真实验, 验证了路径跟踪与轨迹跟踪相比, 具有鲁棒性强、收敛平滑、控制幅度小、能够克服跟踪性能极限等优点.

4 总结与展望

从以上综述来看, 在国内外研究人员的努力下, 非线性非最小相位系统的控制理论及其应用已取得了一些重要成果, 但仍有一些关键问题尚待研究和突破, 主要包括:

1) 受扰因果理想内模的求解. 对于非最小相位系统的输出跟踪问题, 所设计的控制器必须满足两个要求: a) 使输出跟踪误差收敛; b) 保证不稳定内部动态的有界性, 那么为内部动态找到一个受期望输出信号驱动的有界解, 即理想内模不可回避. 在现有的求解方法中, 非因果稳态逆方法不能在线求解, 且需要提前已知期望输出信号的全部信息; 虽然稳态系统中心与输出调节方法无需这一条件, 提高了系统因果性, 但对含有扰动的内部动态, 当扰动信号的形式与期望输出信号不一致时, 就无法求解其理想内模. 因此, 如何求解受扰的因果理想内模是实现非最小相位系统输出完全跟踪的一大核心问题.

2) 输出反馈轨迹跟踪控制. 在实际工程中, 受技术或成本限制, 被控对象的全部状态信息并非都易得到, 这使得基于输出反馈的跟踪控制方案更有应用价值. 在现有的非线性非最小相位系统控制方案中, 多是状态反馈跟踪控制, 或输出反馈镇定控制, 由于理想内模求解及内部动态不可测时状态观测器的构建等难点问题的影响, 致使在输出反馈跟踪控制方面的研究较少. 因此在系统内部状态不可测、仅知被控对象的输出信息, 同时存在外界干扰、建模误差等不确定性的情况下, 如何设计非线性非最小相位系统的鲁棒输出反馈轨迹跟踪控制器, 值得探讨.

3) 基于输出反馈的非奇异路径跟踪控制. 为了

克服非最小相位系统轨迹跟踪的缺点, 实现跟踪误差的 L_2 范数任意小, 已有多篇文献对非最小相位 VTOL 飞行器开展了路径跟踪控制研究. 但这些控制方案要么对初始条件有严格限制, 要么具有控制奇异问题, 且均是基于状态反馈进行的. 因此如何放宽对初始条件的限制、设计基于输出反馈的非奇异路径跟踪控制方案, 也是具有挑战性的问题.

4) 工程应用问题. 现有的非线性非最小相位系统控制方案大多对系统模型作了较为保守的近似或假设, 理论成果也基本停留在数值仿真阶段, 缺乏工程应用实践. 因此如何把理论成果应用到工程上, 开展一些实质性的研究工作, 是一个亟待开拓的方向.

综上所述, 非线性非最小相位系统的控制研究工作遇到的挑战很多, 但是随着理论研究的不断深入, 以及非线性控制、理想内模求解、时滞处理等方法的进一步发展, 这类系统的控制理论必会进一步完善, 也必将在工程实践中发挥更大的作用.

References

- Slotine J J E, Li W P. *Applied Nonlinear Control*. New York: Prentice-Hall, 1991. 224–228
- Isidori A. *Nonlinear Control Systems (3rd edition)*. London: Springer-Verlag, 1995. 69–83
- Zhao H C, Chen D G. Tip trajectory tracking for multi-link flexible manipulators using stable inversion. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, **21**(2): 314–320
- Benosman M, Le Vey G. Stable inversion of SISO nonminimum phase linear systems through output planning: an experimental application to the one-link flexible manipulator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, **11**(4): 588–597
- Zhang R J, Chen Y B, Sun Z Q, Sun F C, Xu H Z. Path control of a surface ship in restricted waters using sliding mode. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, **8**(4): 722–732
- Consolini L, Tosques M. A minimum phase output in the exact tracking problem for the nonminimum phase underactuated surface ship. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(12): 3174–3180
- Hauser J, Sastry S, Meyer G. Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: application to V/STOL aircraft. *Automatica*, 1992, **28**(4): 665–679
- Tomlin C J, Sastry S S. Bounded tracking for non-minimum phase nonlinear systems with fast zero dynamics. *International Journal of Control*, 1997, **68**(4): 819–848
- Martin P, Devasia S, Paden B. A different look at output tracking: control of a VTOL aircraft. *Automatica*, 1996, **32**(1): 101–107
- Devaud E, Siguerdidjane H, Font S. Some control strategies for a high-angle-of-attack missile autopilot. *Control Engineering Practice*, 2000, **8**: 885–892
- Fiorentni L, Serrani A. Adaptive restricted trajectory tracking for a non-minimum phase hypersonic vehicle model. *Automatica*, 2012, **48**(7): 1248–1261
- Sun Chang-Yin, Mu Chao-Xu, Yu Yao. Some control problems for near space hypersonic vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1901–1913
(孙长银, 穆朝絮, 余瑶. 近空间高超声速飞行器控制的几个科学问题研究. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1901–1913)
- Serrani A. Nested zero-dynamics redesign for a non-minimum phase longitudinal model of a hypersonic vehicle. In: *Proceedings of the 52nd Annual Conference on Decision and Control*. Florence, Italy: IEEE, 2013. 4833–4838
- Tomlin C, Lygeros J, Benvenuti L. Output tracking for a non-minimum phase dynamic CTOL aircraft model. In: *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*. New Orleans, USA: IEEE, 1995. 1867–1872
- Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Adaptive output-feedback control of a class of nonlinear systems. In: *Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control*. Brighton, England: IEEE, 1991. 1082–1087
- Kristic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: John Wiley-Sons, 1995. 1082–1087
- Huang J Y, Gao W B, Huang J C. Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1993, **40**(1): 2–22
- Shkolnikov I A, Shtessel Y B. Tracking in a class of nonminimum-phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using method of system center. *Automatica*, 2002, **38**(5): 837–842
- Shkolnikov I A, Shtessel Y B. Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, **24**(3): 566–572
- Kokotovic P, Arcak M. Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica*, 2001, **37**(5): 637–662
- Grizzle J W, Di Benedetto M D. Approximation by regular input-output maps. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, **37**(7): 1052–1055
- Hu Shou-Song. *Automatic Control Theory*. Beijing: Science Press, 2001. 159–160
(胡寿松. 自动控制原理. 北京: 科学出版社, 2001. 159–160)
- Zhou K M. Relative/multiplicative model reduction for unstable and non-minimum-phase systems. *Automatica*, 1995, **31**(8): 1087–1098
- Qiu L, Zhou K M. *Introduction to Feedback Control*. New Jersey: Pearson Education, Inc., 2010. 168–172
- Stewart J, Devison D E. On overshoot and nonminimum phase zeros. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(8): 1378–1382
- Lau K, Middleton R H, Braslavsky J H. Undershoot and settling time tradeoffs for nonminimum phase systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(8): 1389–1393

- 27 Huang C S, Yuan K. Output tracking of a non-linear non-minimum phase PVTOL aircraft based on non-linear state feedback control. *International Journal of Control*, 2002, **75**(6): 466–473
- 28 Gopalswamy S, Hedrick J K. Tracking nonlinear non-minimum phase systems using sliding control. *International Journal of Control*, 1993, **57**(5): 1141–1158
- 29 Al-Hiddabi S A, McClamroch N H. Tracking and maneuver regulation control for nonlinear nonminimum phase systems: application to flight control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, **10**(6): 780–792
- 30 Kapila V, Grigoriadis K M. *Actuator Saturation Control*. New York: Marcel Dekker, 2002. 221–223
- 31 Al-Hiddabi S A. Position Tracking and Path Following for Flight Vehicles Using Nonlinear Control [Ph.D. dissertation], The University of Michigan, Ann Arbor, USA, 2000.
- 32 Su S W, Lin Y. Robust output tracking control of a class of non-minimum phase systems and application to VTOL aircraft. *International Journal of Control*, 2011, **84**(11): 1858–1872
- 33 Devasia S, Chen D G, Paden B. Nonlinear inversion-based output tracking. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(7): 930–942
- 34 Chen D G, Paden B. Stable inversion of nonlinear non-minimum phase systems. *International Journal of Control*, 1996, **64**(1): 81–97
- 35 Devasia S, Paden B. Stable inversion for nonlinear non-minimum-phase time-varying systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1998, **43**(2): 283–288
- 36 Hunt L R, Meyer G. Stable inversion for nonlinear systems. *Automatica*, 1997, **33**(8): 1549–1554
- 37 Zou Q Z, Devasia S. Precision preview-based stable-inversion for nonlinear nonminimum-phase systems: the VTOL example. *Automatica*, 2007, **43**(1): 117–127
- 38 Shkolnikov I A, Shtessel Y B. Tracking controller design for a class of nonminimum-phase systems via the method of system center. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(10): 1639–1643
- 39 Su S W, Lin Y. Robust output tracking control for a velocity-sensorless vertical take-off and landing aircraft with input disturbances and unmatched uncertainties. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, **23**(11): 1198–1213
- 40 Baev S, Shtessel Y, Shkolnikov I. Nonminimum-phase output tracking in causal systems using higher-order sliding modes. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, **18**(4–5): 454–467
- 41 Shtessel Y B, Baev S, Edwards C, Spurgeon S. HOSM observer for a class of non-minimum phase causal nonlinear MIMO systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(2): 543–548
- 42 Isidori A, Byrnes C I. Output regulation of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, **35**(2): 131–140
- 43 Karagiannis D, Jiang Z P, Ortega R, Astolfi A. Output-feedback stabilization of a class of uncertain non-minimum-phase nonlinear systems. *Automatica*, 2005, **41**(9): 1609–1615
- 44 Xie B, Yao B. Robust output feedback stabilization of a class of nonminimum phase nonlinear systems. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 4981–4986
- 45 Yang B J, Calise A J. Adaptive stabilization for a class of non-affine non-minimum phase systems using neural networks. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 2291–2296
- 46 Hoseini S M, Farrokhi M, Koshkouei A J. Adaptive neural network output feedback stabilization of nonlinear non-minimum phase systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2010, **24**(1): 65–82
- 47 Hoseini S M, Farrokhi M, Koshkouei A J. Robust adaptive control of nonlinear non-minimum phase systems with uncertainties. *Automatica*, 2011, **47**(2): 348–357
- 48 Isidori A. A tool for semi-global stabilization of uncertain non-minimum-phase nonlinear systems via output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(10): 1817–1827
- 49 Nazrulla S, Khalil H K. Robust stabilization of non-minimum phase nonlinear systems using extended high-gain observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(4): 802–813
- 50 Boker A M A, Khalil H K. Semi-global output feedback stabilization of a class of non-minimum phase nonlinear systems. In: Proceedings of the 2013 American Control Conference. Washington, D. C., USA: IEEE, 2013. 5270–5275
- 51 Lin F, Zhang W, Brandt R D. Robust hovering control of a PVTOL aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, **7**(3): 343–351
- 52 Olfati-Saber R. Global configuration stabilization for the VTOL aircraft with strong input coupling. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(11): 1949–1952
- 53 Wood R, Cazzolato B. An alternative nonlinear control law for the global stabilization of the PVTOL vehicle. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(7): 1282–1287
- 54 Zavala-Río A, Fantoni I, Lozano R. Global stabilization of a PVTOL aircraft model with bounded inputs. *International Journal of Control*, 2003, **76**(18): 1833–1844
- 55 Ye H W, Wang H, Wang H B. Stabilization of a PVTOL aircraft and an inertia wheel pendulum using saturation technique. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, **15**(6): 1143–1150
- 56 Chemori A, Marchand N. A prediction-based nonlinear controller for stabilization of a non-minimum phase PVTOL aircraft. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, **18**(8): 876–889
- 57 Benvenuti L, Di Benedetto M D, Grizzle J W. Approximate output tracking for nonlinear non-minimum phase systems with an application to flight control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1994, **4**(3): 397–414

- 58 Lian K Y, Fu L C, Lian T L. Output tracking control of nonlinear systems with weakly non-minimum phase. In: Proceedings of the 1992 American Control Conference. Chicago, USA: IEEE, 1992. 3081–3085
- 59 Ghanadan R, Blankenship G L. Adaptive approximate tracking and regulation of nonlinear systems. In: Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control. San Antonio, USA: IEEE, 1993. 2654–2659
- 60 Hedrick K J, Gopalswamy S. Nonlinear flight control design via sliding methods. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, **13**(5): 850–858
- 61 Hu A P, Sadegh N. Nonlinear non-minimum phase output tracking via output redefinition and learning control. In: Proceedings of the 2001 American Control Conference. Arlington, USA: IEEE, 2001. 4264–4269
- 62 Chen C T, Peng S T. A sliding mode control scheme for non-minimum phase non-linear uncertain input-delay chemical processes. *Journal of Process Control*, 2006, **16**(1): 37–51
- 63 Niemica P M, Kravaris C. Nonlinear model-state feedback control for nonminimum-phase processes. *Automatica*, 2003, **39**(7): 1295–1302
- 64 Roshan Y M, Moallem M. Control of nonminimum phase load current in a boost converter using output redefinition. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2014, **29**(9): 5054–5062
- 65 Shtessel Y B. Nonlinear nonminimum phase output tracking via dynamic sliding manifolds. *Journal of the Franklin Institute*, 1998, **335**(5): 841–850
- 66 Shkolnikov I A, Shtessel Y B. Nonminimum phase tracking in MIMO systems with square input-output dynamics via dynamic sliding manifolds. *Journal of the Franklin Institute*, 2000, **337**(1): 43–56
- 67 Sira-Ramirez H. A dynamical variable structure control strategy in asymptotic output tracking problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(4): 615–620
- 68 Shtessel Y B. Nonlinear output tracking in conventional and dynamic sliding manifolds. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(9): 1282–1286
- 69 Shtessel Y B, Tournes C. Nonminimum phase output tracking in dynamic sliding manifolds with application to aircraft control. In: Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Kobe, Japan: IEEE, 1996. 2071–2076
- 70 Pisano A, Baev S, Salimbeni D, Usai E. A new approach to causal output tracking for non-minimum phase nonlinear systems via combined first/second order sliding mode control. In: Proceedings of the 2013 European Control Conference. Zurich, Switzerland: IEEE, 2013. 3234–3239
- 71 Francis B A. The linear multivariable regulator problem. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1977, **15**(3): 486–505
- 72 Byrnes C I, Isidori A. Output regulation for nonlinear systems: an overview. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2000, **10**(5): 323–337
- 73 Chen T S, Huang J. Global robust output regulation by state feedback for strict feedforward systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(9): 2157–2163
- 74 Huang J. Asymptotic tracking of a nonminimum phase nonlinear system with nonhyperbolic zero dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 542–546
- 75 Zhu B, Wang X H, Cai K Y. Approximate trajectory tracking of input-disturbed PVTOL aircraft with delayed attitude measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **20**(14): 1610–1621
- 76 Do K D, Jiang Z P, Pan J. On global tracking control of a VTOL aircraft without velocity measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(12): 2212–2217
- 77 Zhu B, Wang X H, Cai K Y. Tracking control for angular-rate-sensorless vertical take-off and landing aircraft in the presence of angular-position measurement delay. *IET Control Theory and Applications*, 2010, **4**(6): 957–969
- 78 Wang X H, Chen Z Q, Yang G. Finite-time-convergent differentiator based on singular perturbation technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(9): 1731–1737
- 79 Consolini L, Maggiore M, Nielsen C, Tosques M. Path following for the PVTOL aircraft. *Automatica*, 2010, **46**(8): 1284–1296
- 80 Yue H, Chai T Y, Shao C. Adaptive control of nonlinear non-minimum phase systems using neural networks. In: Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control. San Diego, USA: IEEE, 1997. 2211–2212
- 81 Jiya J, Shao C, Chai T Y. Neural network based adaptive predictive control algorithm of nonlinear non-minimum phase systems. In: Proceedings of the 1999 American Control Conference. San Diego, California, USA: IEEE, 1999. 1082–1085
- 82 Ghosh J, Paden B. Iterative learning control for nonlinear nonminimum phase plants with input disturbances. In: Proceedings of the 1999 American Control Conference. San Diego, USA: IEEE, 1999. 2584–2589
- 83 Ghosh J, Paden B. Pseudo-inverse based iterative learning control for nonlinear plants with disturbances. In: Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. Phoenix, USA: IEEE, 1999. 5206–5212
- 84 Liu Shan, Wu Tie-Jun. Stable-inversion based iterative learning control for non-minimum phase plants. *Control Theory and Applications*, 2003, **20**(6): 831–837
(刘山, 吴铁军. 基于稳定逆的非最小相位系统的迭代学习控制. 控制理论与应用, 2003, **20**(6): 831–837)
- 85 He Ye-Ping, Xu Ke-Hu, Shen Chun-Lin. Output tracking of non-minimum phase systems using predictive control. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2000, **32**(3): 263–269
(贺也平, 徐克虎, 沈春林. 非最小相位系统输出跟踪的最优预测控制方法. 南京航空航天大学学报, 2000, **32**(3): 263–269)
- 86 Chen P C, Jeng Y F, Chang Y H, Wang Y M, Chen G. Robust gain-scheduled control of a vertical takeoff aircraft with actuator saturation via the LMI method. *Asian Journal of Control*, 2004, **6**(1): 112–122
- 87 Wu S L, Chen P C, Hsu C H, Chang K Y. Gain-scheduled control of PVTOL aircraft dynamics with parameter-dependent disturbance. *Journal of the Franklin Institute*, 2008, **345**(8): 906–925

- 88 Zhou P, Chai T Y, Zhao J H. DOB design for nonminimum-phase delay systems and its application in multivariable MPC control. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2012, **59**(8): 525–529
- 89 Liu G, Zinober A, Shtessel Y B. Second-order SM approach to SISO time-delay system output tracking. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, **56**(9): 3638–3645
- 90 Su S W, Lin Y. Output tracking control for a velocity-sensorless VTOL aircraft with measurement delays. *International Journal of Systems Science*, 2015, **46**(5): 885–895
- 91 Wang X H, Liu J K, Cai K Y. Tracking control for a velocity-sensorless VTOL aircraft with delayed outputs. *Automatica*, 2009, **45**(12): 2876–2882
- 92 Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotovic P V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(2): 234–239
- 93 Aguiar A P, Hespanha J P, Kokotovic P V. Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems. *Automatica*, 2008, **44**(3): 598–610
- 94 Đačić D B, Nešić D, Kokotovic P V. Path-following for nonlinear systems with unstable zero dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(3): 481–487
- 95 Đačić D B, Nešić D, Teel A R, Wang W. Path following for nonlinear systems with unstable zero dynamics: an averaging solution. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(4): 880–886



苏善伟 北京航空航天大学无人机研究所讲师. 2012 年获得北京航空航天大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为非最小相位系统, 飞行控制. 本文通信作者.

E-mail: sushanwei@aliyun.com

(**SU Shan-Wei** Lecturer at the Research Institute of Unmanned Aerial

Vehicle, Beihang University. He received his Ph.D. degree

in control theory and control engineering from Beihang University in 2012. His research interest covers non-minimum phase systems and flight control. Corresponding author of this paper.)



朱波 电子科技大学航空航天学院副教授. 主要研究方向为非最小相位系统, 控制系统瞬态调节技术, 运动同步控制技术. E-mail: zhubo_uestc@163.com

(**ZHU Bo** Associate professor at the School of Aeronautics and Astronautics, University of Electronic Science and Technology of China (UESTC). His

research interest covers non-minimum phase systems, transient regulation technology for control systems and motion synchronization control technology.)



向锦武 北京航空航天大学航空科学与工程学院教授. 主要研究方向为飞行控制, 飞行器设计, 气动弹性与结构动力学. E-mail: xiangjwbj@sina.com.cn

(**XIANG Jin-Wu** Professor at the School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University. His research interest covers flight control, air-

craft design, aeroelasticity and structural dynamics.)



林岩 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院教授. 主要研究方向为鲁棒控制与自适应控制.

E-mail: linyanee2@aliyun.com

(**LIN Yan** Professor at the School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University. His research interest covers robust control

and adaptive control.)