

压缩感知及其图像处理应用研究进展与展望

任越美^{1,2} 张艳宁¹ 李映¹

摘要 压缩感知理论 (Compressed sensing, CS) 通过少量的线性测量值感知信号的原始结构, 并通过求解最优化问题精确地重构原信号. 该理论减少了数字图像及视频获取时的存储及传输代价, 也为后续的图像处理及识别的研究提供了新的契机, 促进了理论和工程应用的结合. 阐述了 CS 的基本原理, 综述了其关键技术稀疏变换、观测矩阵设计、重构算法的一系列最新理论成果和发展, 深入分析和比较了 CS 理论应用到图像处理领域的研究和发展状况, 总结了其中存在的问题, 并对未来的应用前景进行了展望.

关键词 压缩感知, 稀疏表示, 观测矩阵, 重构算法, 图像处理

引用格式 任越美, 张艳宁, 李映. 压缩感知及其图像处理应用研究进展与展望. 自动化学报, 2014, 40(8): 1563–1575

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.01563

Advances and Perspective on Compressed Sensing and Application on Image Processing

REN Yue-Mei^{1,2} ZHANG Yan-Ning¹ LI Ying¹

Abstract Compressed sensing (CS) can perceive the original structure of signals through a few measured values, and reconstruct the signal by solving an optimal problem accurately. The theory of CS not only reduces the cost of the storage and transmission during the acquisition of images and videos, but also provides new opportunities for the follow-up image processing and recognition, promoting the combination of theory and engineering application. This paper presents the principles of CS, and surveys the latest theory achievements and development of sparse representation, design of measurement matrix and reconstruction algorithm. Then this paper analyzes and discusses the research and development of CS theory in its application of image processing field. In the end, the paper points out the existing problems and the future application.

Key words Compressed sensing, sparse representation, measurement matrix, reconstruction algorithm, image processing

Citation Ren Yue-Mei, Zhang Yan-Ning, Li Ying. Advances and perspective on compressed sensing and application on image processing. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(8): 1563–1575

传统的信号采样过程要满足采样频率不能低于模拟信号频谱中最高频率的 2 倍的奈奎斯特采样定理. 然而, 随着信息需求量的飞速增长, 信号带宽也必须急速增加, 因此对信号处理能力以及硬件设备的要求也越来越高, 给巨量数据处理带来了困难. 另外, 实际应用中人们常采用各种压缩、编码方式, 抛

弃非重要数据, 以较少的比特数表示信号来降低存储、处理和传输的负担, 这种高速采样再压缩编码的过程浪费了大量的采样资源. 既然采集数据之后要压缩掉冗余信息, 而这个过程又相对较难, 那么能否直接采集压缩后的数据, 并保证在信息没有损失的情况下能够完全重建原信号, 这样采集的任务要轻得多, 而且还省去了压缩的麻烦. 这就是所谓的“压缩感知”, 即直接感知压缩了的信息.

2006 年, Candes 等^[1] 从数学上证明了由部分傅立叶变换系数可精确重构原始信号, 为 CS 奠定了理论基础. 基于这些成果, Donoho^[2] 正式提出了压缩感知理论 (Compressed sensing, CS) 的概念及相关理论框架. 该理论认为只要信号是稀疏的或在变换域是稀疏的, 便能用一个与稀疏基不相关的观测矩阵将高维信号投影到一个低维空间上, 这些少量投影包含了重构信号的足够信息, 因此可通过求解优化问题用这些投影以高概率重构出原信号. 采样速率不再决定于信号带宽, 而决定于信号中信息的结构和内容, CS 理论为信息采集和处理技术带来

收稿日期 2012-02-28 录用日期 2013-12-18
Manuscript received February 28, 2012; accepted December 18, 2013

国家自然科学基金 (61231016, 61301192, 61272288, 61201291), 河南省科技攻关计划 (142102210557), 西北工业大学基础研究基金 (JCT20130108, JC201120, JC201148) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61231016, 61301192, 61272288, 61201291), Key Science and Technology Program of Henan Province (142102210557), NPU Foundation for Fundamental Research (JCT20130108, JC201120, JC201148)

本文责任编辑 戴琼海

Recommended by Associate Editor DAI Qiong-Hai

1. 西北工业大学计算机学院 西安 710129 2. 河南工业职业技术学院计算机工程系 南阳 473000

1. School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129 2. Department of Computer Engineering, Henan Polytechnic Institute, Nanyang 473000

了一次颠覆性的突破^[3-4].

近年来, CS 理论得到广泛关注, 不少研究者对其理论及前景进行了综述^[3-7], 本文主要针对其在图像处理中的应用进行概括分析. 在图像处理中, CS 理论主要包括三个方面的内容: 1) 图像的稀疏表示, 即如何找到某个正交基、紧框架或冗余字典等变换基, 使图像在该变换域上是稀疏的; 2) 编码测量, 即低速采样, 设计一个稳定且与变换基不相关的观测矩阵 (感知矩阵), 保证少量的测量信息包含了原图像全局信息; 3) 重建算法, 即设计快速的重构算法, 从少量观测值中恢复图像信息.

本文以图像稀疏表示的压缩观测及重建为主线, 综述了 CS 理论及其应用到图像处理中的稀疏变换、观测矩阵设计和重建算法等一系列最新理论成果和应用研究, 着重介绍了 CS 理论在图像处理领域的研究和进展情况, 最后展望了 CS 理论在该领域的应用前景.

1 压缩感知理论

假设 φ_i 是 \mathbf{R}^N 空间的一组基向量, 组成基矩阵 $\Psi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N]$, 则 \mathbf{R}^N 空间的任意信号 \mathbf{x} 都可表示为:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i \text{ or } \mathbf{x} = \Psi \boldsymbol{\alpha} \quad (1)$$

其中, \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\alpha}$ 是同一信号在时域和 Ψ 域的不同表达. 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 的非零元个数比 N 小很多, 或元素经排序后呈指数衰减, 则称 \mathbf{x} 是稀疏或可压缩的.

CS 理论指出, 在稀疏先验下, 用一个与基 Ψ 不相关的观测矩阵 $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N} (M \ll N)$ 对 \mathbf{x} 进行线性观测得到观测值 \mathbf{y} , 则可通过求解优化问题由 \mathbf{y} 精确或高概率地重构出 \mathbf{x} . 其理论框架如图 1.

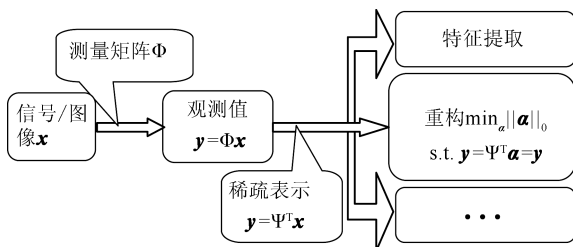


图 1 压缩感知理论框架
Fig. 1 Theory framework of compressed sensing

图 1 给出了 CS 的处理过程, 首先, 若信号在某个基 Ψ 上是稀疏的, 则将其变换到 Ψ 域处理; 然后, 设计一个平稳的, 与 Ψ 不相关的观测矩阵 Φ 对信号进行观测, 得到观测值 $\mathbf{y} = \Phi \boldsymbol{\alpha}$ (见图 2); 最后, 通过最优化式 (2) 的 l_0 范数由少量测量值 \mathbf{y} 得到 $\boldsymbol{\alpha}$ 的

精确或逼近解 $\boldsymbol{\alpha}^*$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}^* &= \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \|\boldsymbol{\alpha}\| \\ \text{s. t. } &\Phi \Psi \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2)$$

得到稀疏表示系数 $\boldsymbol{\alpha}^*$ 后, 可精确或高概率重构出 $\mathbf{x} = \Psi \boldsymbol{\alpha}^*$, 或是进行相关的后续处理, 如特征提取和分类识别等.

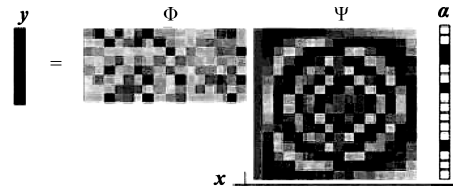


图 2 CS 线性测量过程
Fig. 2 Linear measurement of compressed sensing

随着 CS 理论的提出, 出现了不少分支. Duarte 等提出分布式 CS (Distribution compressive sensing, DCS)^[8], 将单信号的压缩采样扩展到了信号群的压缩采样, 着重研究如何利用信号内相关性和互相关性对多个信号进行联合重构, 大大减少了观测数目, 节省了空间. 随后, Wang 等^[9] 又从重构误差估计的角度对 DCS 理论进行了研究. DCS 理论为分布式信号处理提供了新的方法, 但是如何将其扩展到各种复杂的应用中仍是一个难题.

Bayesian CS (BCS) 用 Bayes 估计的观点对 CS 做出了一种全新的解释^[10]. 通过微分熵衡量解的可信度, 以微分熵下降最快的向量作为下一次最优的观测向量. 在同等观测次数下, 使用最优化设计的观测矩阵能极大地提高 BCS 的性能, 但增加了计算复杂度. Multi-task CS (MCS) 框架^[11] 通过多个测量推导出和原始信号相关的超参 (稀疏域) 的后验概率, 然后通过估计任务相关的稀疏系数而恢复出信号. 但这个框架要求信号内部数据有较高的相似度, 且对小波系数的偏移很敏感.

2 压缩感知关键技术

2.1 图像稀疏表示

图像 CS 理论应用的前提是图像稀疏或可压缩, 如图 3 所示, 图像在小波域中表示系数中只有少部分较大值, 大量系数值都很小, 满足 CS 理论的稀疏性前提. 但是, 图 3 中边缘处却集中了较大的值, 因此不是最佳的稀疏表示, 只有找到最佳稀疏域, 才能最简洁有效地表示原始信息, 并能保证恢复信号时的精确度.

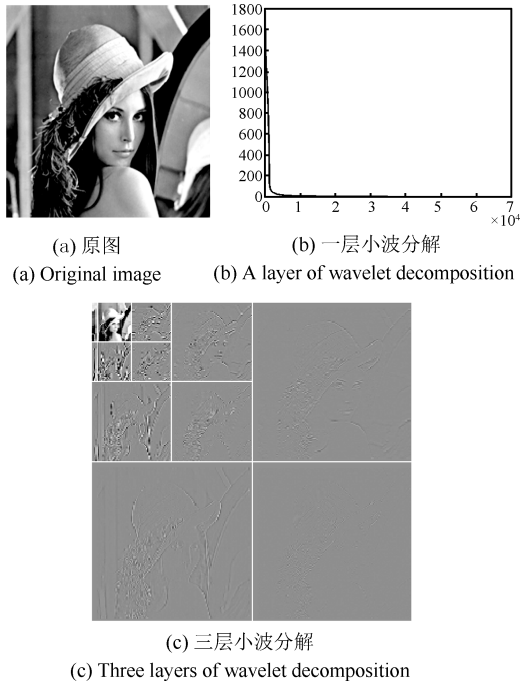


图 3 Lena 图像小波变换
Fig. 3 Lena image and its 1D and 3D histograms

图像内容的稀疏表示为后续的图像处理 (如图像去噪、复原和特征提取等) 研究提供了便利. 在图像稀疏表示理论中, Ψ 被称为字典, φ_i 为原子, 在字典 Ψ 下对图像 \mathbf{x} 进行稀疏表示可通过求解式 (3) 的优化问题得到. 稀疏分解与重建过程如图 4 所示.

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \\ \text{s. t. } \mathbf{x} &= \Psi\alpha \end{aligned} \quad (3)$$

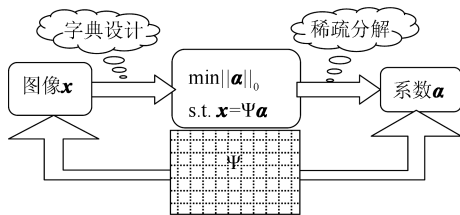


图 4 图像稀疏分解与重建过程

Fig. 4 Image sparse decomposition and reconstruction

然而, 通常自然图像具有丰富的几何及纹理特征, 这就要求稀疏表示字典中的原子要具备不同的表征能力, 能够匹配图像的各种成分信息. 因此, 图像稀疏表示字典的设计成了图像稀疏表示的关键问题.

此外, 针对不同的应用, 目标函数往往具有多种约束形式, 如梯度稀疏性和光滑性约束等. 因此, 针对不同稀疏正则项的约束, 求解最佳稀疏表示系数, 也是一个需要研究的重要问题.

2.1.1 稀疏表示字典设计

图像稀疏表示字典的性能决定于其稀疏表示的程度, 字典中原子与图像的结构越匹配就越易形成稀疏表示. Fourier 字典能很好地表示平稳信号, 多分辨时频分析小波字典对一维非平稳信号具有最优逼近性能^[12], 能有效表示图像中各向同性的点状结构, 但其不具备方向敏感性, 不能有效地表示图像中各向异性结构如边缘和轮廓等 (见图 3 (c)).

1996 年, Olshausen 等^[13] 揭示了人类视觉特性的方向性. 基于此, 针对图像中局部结构的几何正则性, 出现一系列多尺度几何分析方法 (Multiscale geometric analysis, MGA)^[14-16]. MGA 具有更高的方向分辨率, 且各向异性, 能有效地表示图像中的高维空间结构. 如 Ridgelet^[14] 可有效匹配图像中直线结构; Curvelet^[15] 具有曲线奇异性, 对于几何正则性图像能最优表示.

现有的正交系统与 MGA 不足以表示包含多种形态结构成分的复杂自然图像. 如局部余弦字典能够有效匹配纹理结构却不能稀疏表示边缘轮廓结构 (见图 5 (a)). 文献 [17] 中采用 Gauss 函数及其二阶导数作为原子的生成函数构造 Anisotropic refinement-Gaussian 混合字典 (AR-Gauss), 能够有效匹配边缘轮廓结构, 但不能有效匹配震荡的纹理样式 (如图 6 (a)). 于是, 研究者通过组合正交基或学习方法增加原子的个数与结构种类数, 得到能表示图像中不同形态的局部几何结构的超完备字典^[18-19], 增强表示的稳健性, 降低对噪声与误差的敏感性. Peyré^[20] 把变换基是正交基的条件扩展到由多个正交基构成的正交基字典. 文献 [21] 依据 Ran 与 Meyer 的图像卡通纹理模型, 建立了相应的 Gabor感知多成分字典 (Multi-component Gabor perception dictionary, McGP), 能有效表示图像中平滑、边缘轮廓及纹理等多种几何结构 (如图 6 (b)). 还有学者通过学习算法, 如 K-SVD^[22] (见图 5 (b))、在线学习^[23] 等构造超完备字典, 这种字典对于特定类型的图像如人脸和指纹等通常可产生更为稀疏的表示.

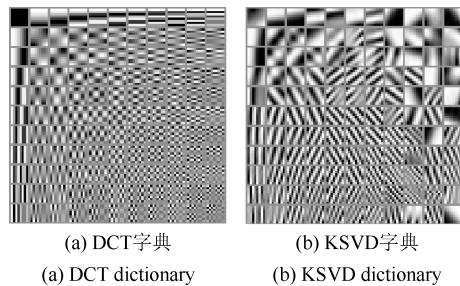


图 5 不同稀疏表示字典示意图
Fig. 5 Different sparse representation dictionaries



(a) 原图 (b) AR-Gauss原图 (c) Gabor感知字典
(a) Original image (b) AR-Gauss dictionary (c) McGP dictionary

图 6 Barbara 图像在不同字典下的重构效果^[21]

Fig. 6 Reconstruction of Barbara image by different dictionaries^[21]

2.1.2 稀疏分解

由于过完备字典的原子个数远大于图像信号的维数, 导致可以有多种方式进行图像表示. 因此, 需要从字典 Ψ 中找到具有最佳线性组合的 m 项原子来稀疏逼近图像信号 \mathbf{x} . 这等同于求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 \\ \text{s. t. } \mathbf{x} = \sum_{k=0}^{K-1} \Psi_k \boldsymbol{\alpha}_k \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\|\boldsymbol{\alpha}\|_0$ 是系数序列 $\{\boldsymbol{\alpha}_k\}$ 中非零项的个数. 这是一个典型的 NP 难问题. 但对于一些逼近方法, 如果存在一个解的话, 则可以保证必能找到这个稀疏解, 求解方法类似于后面将介绍的重建算法.

2.1.3 稀疏性度量

稀疏性是压缩感知的前提, 图像经稀疏表示后, 能量更为集中. 通常根据表示系数的 l_0 范数来度量稀疏性. 然而, 当信号含有噪声时, l_0 范数不太适用.

稀疏因子 SF 也常用来度量稀疏性. 其定义为:

$$SF = \frac{\#\{i, |\mathbf{x}_i| > T\}}{\#\{\mathbf{x}\}} \quad (5)$$

分子为系数绝对值大于某一给定阈值的元素个数, 分母为系数中元素总数. 给定阈值, 稀疏因子越大, 稀疏性越差; 反之, 稀疏性越好.

l_p 范数能度量系数非零元个数和重建误差之间的均衡, 当 $0 < p < 1$ 时, 可用来度量稀疏性. 其定义为:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_i |\mathbf{x}_i|^p \right)^{1/p} \quad (6)$$

l_p 范数不能有效刻画系数与尺度和方向等结构信息相关的结构化稀疏性, 因此定义统一稀疏性度量标准仍是一个难题.

2.2 观测矩阵设计

在 CS 理论框架中, 观测矩阵对测量值获取和图像重建过程起着关键性的作用, 它能使任意满足 K 稀疏图像从 $\mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^M$ 的过程中不丢失主要信息的情况下, 准确地重建出原始图像信息.

Candes 和 Tao 给出并证明了观测矩阵 Φ 必须满足的约束等距性 (Restricted isometry property, RIP) 条件^[24], 即对于任意时域中具有稀疏结构 (稀疏度为 K) 的信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$, 设向量集合 $\forall T \subset \{1, 2, \dots, N\}$, $|T| \leq K$, Φ_T 为 $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 中由集合 T 中元素所指示的列向量构成的大小为 $M \times |T|$ 的子矩阵, 若存在常数 $\delta_K \in (0, 1)$, 使式 (7) 成立, 则称 Φ 满足 K 阶 RIP.

$$(1 - \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi_T \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (7)$$

RIP 理论特性很完美, 但很难直接应用. Baraniuk 给出了 RIP 的等价条件^[25], 即 Φ 和 Ψ 不相关. Candes 也定性和定量的给出要满足三个性质 CS1-CS3^[1]. 然而, 要把 CS 推向实用化, 还应具有普适性且便于硬件和优化算法的实现. 基于此, 一些观测矩阵被提出来, 按照矩阵元素是否是随机值大致分为两类:

一类是元素独立同分布的随机观测矩阵. 其中, 一致球矩阵是指矩阵的列在 N 维单位球面上独立且均匀分布, 当测量次数 $M = O(K \log(N))$ 时, 能较大概率地准确重构信号^[26]. 高斯随机矩阵服从 $N(0, 1/N)$ 的正态分布, 具有普适性, 但硬件实现难. 伯努利观测矩阵服从对称伯努利分布, 当 $K \leq C \cdot M / \log(N/M)$ 时, 准确重构概率极大, 且速度快. 还有亚高斯随机矩阵^[27], 部分傅立叶矩阵和部分哈达玛矩阵分别从相应的 $M \times N$ 的正交矩阵中随机抽取 M 行, 再对每一列归一化而得到的^[28]. 前者因具有快速算法, 大大降低采样系统的复杂性, 只需 $O(K * \log(N))$ 的数据量就能将信号精确重建. 后者因 N 必须满足 $N = 2K$ 而使其应用受到限制. Do 等还提出的结构化随机矩阵^[29], 与几乎所有其他正交矩阵不相关. 可以看成是随机高斯/伯努利矩阵和部分傅立叶变换矩阵的混合模型, 但保持了各自的优点. 随机观测矩阵与绝大多数稀疏信号不相关, 精确重建需要的测量数较小, 但存储空间大, 计算复杂度高.

另一类是确定性观测矩阵. 如 Chirps 感知矩阵和托普利兹矩阵 (Toeplitz). Toeplitz 以及循环矩阵^[30-31] 在 $K \leq C \cdot M^3 / \ln(N/M)$ 时, 以很大概率满足 RIP, 并能得到快速算法, 对高维问题特别有效. 文献 [32] 提出的多项式确定性观测矩阵, 不需要大量重复实验来确定其稳定性, 但随着值的增大, 观测矩阵构造时间会快速增长. 文献 [33] 构造了分块多

项式确定性矩阵, 先按上述方法构造出尺寸较小的观测矩阵块 Φ_b , 然后再将这些块组合成观测矩阵 Φ . 硬件实现容易, 且构造时间短. 但是当分块太多时, 会降低重建效果. Shi 等^[34] 利用 Hashing 作为观测矩阵进行人脸的识别, 并从理论证明了 Hashing 满足观测矩阵的 RIP 定理. 宋晓霞等^[35] 提出一种获得满足重构概率约束的更少贝努利观测的方法, 所提方法是全局收敛的, 因而避免了估测信号稀疏度的难题.

随机观测矩阵具有不确定性, 需要用多次求平均的方法来消除, 增加了计算复杂度, 在硬件电路中也难以实现. 而确定性矩阵精确重建需要的测量次数较多. 图 7 分别给出了部分观测矩阵的重建效果. 如果重建算法不变, 观测矩阵的性能越好, 则重建信号与原始信号的误差值越小. 如何构造高性能的观测矩阵, 仍值得深入研究.

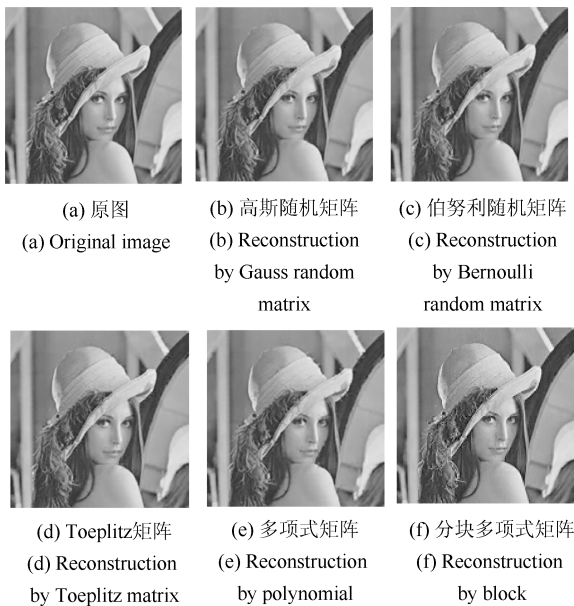


图 7 Lena 图在不同观测矩阵下的重建效果
Fig. 7 Reconstruction of Lena image by different measurement matrices

2.3 重建算法

快速稳健的重建算法是将 CS 理论推向实用化的关键之一, 也是将图像从少量测量值近似恢复出来的保证. 其数学本质是寻找欠定方程组的最简单解问题. 我们对常用的重建算法进行了概述和分析.

2.3.1 贪婪算法

重建算法的目的是从测量值 \mathbf{y} 重建出最稀疏的 \mathbf{x} , 可以表示为如下模型:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \\ & \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \\ & \text{s. t. } \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (9)$$

其中, ε 为重构误差.

直接求解式 (8) 和 (9) 需穷举 \mathbf{x} 中非零值的所有组合, 是一个 NP-hard 问题. 但可近似求解, 贪婪算法可求解 l_0 范数最优化问题, 它逐次迭代选择 \mathbf{x} 的支撑, 最终可逼近原始信号.

匹配追踪算法 (Matching pursuit, MP) 是最早的一种贪婪迭代算法. 它每次从 Φ 中选择与当前残差最相关的列, 然后根据已选列求得信号的近似解及新的残差, 反复迭代后, 信号可以由一些列向量线性表示. 但其所选原子张成的空间是非正交的, 因此, 需要很多次迭代才能收敛.

OMP (Orthogonal matching pursuit) 算法^[30] 克服了 MP 的次最优问题, 通过递归地正交化已选原子集合来保证迭代的最优性, 减少迭代次数. 但它的迭代次数与输入密切相关, 随着采样个数的增大, 时间消耗大幅增加. 能否一次选择多列来提高速度, 在该思想驱动下, 出现了许多基于 OMP 的算法.

正则化 OMP 算法 (Regularized orthogonal matching pursuit, ROMP)^[36] 对所有满足 RIP 的矩阵和所有稀疏信号都可准确重构. 压缩采样匹配追踪 (CoSaMP)^[37] 和子空间追踪 (Subspace pursuit, SP)^[38] 引入回退筛选的思想, 每次迭代先建立一个候选集, 再从中舍弃无用原子, 形成最终的支撑集. SP 的计算复杂度以 $O(mNK)$ 为上界, 也可能减少到 $O(mN \log K)$, 兼顾了有效性和复杂度. CoSaMP 的理论保证较全面, 且在采样过程中对噪声鲁棒. 但这些算法都建立在稀疏度 K 已知的基础上.

然而实际中 K 往往未知, 由此出现了对 K 自适应的 SAMP 算法^[39], 将当前选出的原子和先前得到的支撑集合并, 得到候选集, 再从中筛选部分原子得到最终的支撑集. 它通过一个可变步长, 逐步对稀疏度进行估计, 因此可以在 K 未知的情况下获得较好的重建效果, 速度也远快于 OMP 算法.

基于 ROMP 和 SAMP 的突出优势, 文献 [40] 提出了正则化自适应匹配追踪算法 (Regularized adaptive matching pursuit, RAMP), 在稀疏度问题上克服了正则化过程的局限性, 可在迭代中自动调整所选原子数目来重建 K 未知的信号.

针对传统 MP 类算法在处理大尺度信号时遇到的困难, Blmensath 等^[41] 结合方向优化提出了方向追踪的方法, 优化了原子选择准则, 并进一步提出了分段弱阈值共轭梯度追踪 (Stagewise weak conjugate gradient pursuit, SWCGP) 算法. 通过设置适当的弱化参数, 每次迭代时选择多个符合阈

值条件的原子,使得 SWCGP 算法减少了循环次数从而能够更快速地重建信号. SWCGP 法是对 MP 类算法的有效扩展,但是其重建精度仍然不够理想,因此,为了改进其重建精度和算法效率,李志林等^[42]提出了一种基于谱投影梯度 (Spectral projected gradient, SPG) 追踪的 CS 重建算法. 采用方向追踪法框架,运用谱投影梯度方法计算更新方向和步长,引进非单调线性搜索策略使算法避免收敛至局部最优解. 通过设定合适的阈值参数可以取得重建精度和算法效率之间的平衡.

针对二维图像处理复杂度高的问题,文献 [43] 提出了一种 2D-OMP 算法,具有较低复杂度及较好的恢复性能,更适合二维图像应用.

2.3.2 凸松弛法

在 Ψ 与 Φ 不相关的前提下,可分别将问题 (8) 和 (9) 转化为更简单且有同等解的范数优化问题:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \\ & \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \\ & \text{s. t. } \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (11)$$

问题 (10) 和 (11) 在数学上是一个凸最优问题,可以转化为线性规划问题加以求解.

前面公式中的正则项只考虑了信号的稀疏特性,而没有考虑图像特性,若直接用在图像 CS 重构上,得到的效果不会太好. 图像是二维信号,具有很强的空间相关性,表现为局部光滑特性. 因此,针对图像信息重构, Candes 等^[44] 依据大量自然图像的离散梯度稀疏性,从图像的离散梯度都是稀疏的角度出发,提出更适合二维图像的最小全变分模型,

$$\begin{aligned} & \min TV(\mathbf{x}) \\ & \text{s. t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $TV(\mathbf{x}) = \sum \sqrt{(\mathbf{x}_{i+1,j} - \mathbf{x}_{i,j})^2 + (\mathbf{x}_{i,j+1} - \mathbf{x}_{i,j})^2}$ 是图像离散梯度之和,式 (12) 可转换为二阶锥规划问题求解.

凸松弛法将非凸优化转化为凸优化问题求解逼近信号. 该类算法主要解决 l_1 和 TV 范数的优化,包括基追踪算法 (Basic pursuit, BP)、内点法 (Interior-point methods)^[45]、迭代收缩法 (Iterative shrinkage thresholding, IST)^[46]、梯度投影法 (Projected gradient methods, PGM)^[47] 和同伦算法等.

如果存在一个足够稀疏的解, BP 算法也能类似 OMP 算法成功找出问题的最优解,且性能比 OMP 要好,只是计算复杂度较高. 内点法速度较慢但结果比较准确, PGM 算法速度快但准确性不如内点法,

而同伦算法对小尺度问题比较实用.

IST 法通过对前一次迭代的估计值进行阈值处理来获得新的估计值,能有效减少迭代误差. 但其收敛速度依赖于线性观测算子,当问题不适定时,运行速度非常慢. 进而, Bioucas-Dias 等提出了两步迭代阈值收缩算法 (Two-step iterative shrinkage thresholding, TwIST)^[48], 通过非线性两步 IST 来实现,对于不适定问题,其收敛速度远快于 IST 算法. Wright 等提出的 SpaRSA 算法^[49], 每一步迭代解决一个包含具有可分离海塞矩阵的二次项和稀疏正则项的子问题,提高了收敛速度. 近来变量分裂的思想被广泛应用于图像处理中^[50-51]. Afonso 等还提出了一种变量分裂增广拉格朗日算法 (Split augmented Lagrangian shrinkage algorithm, SALSALSA)^[50], 将一个无约束优化问题转化为等价的约束优化,然后通过增广拉格朗日乘子法来求解. 增广拉格朗日乘子法被广泛地应用于求解全变分问题^[50, 52]. 我们用一个 CS 图像复原例子来比较这几个算法的性能,如图 8 和 9 所示. TwIST 算法在迭代初期收敛速率快,但随迭代次数的增加,收敛速度缓慢,且时间较长; SpaRSA 算法能够较快的达到收敛误差要求,但最不稳定,振荡非常明显;而 SALSALSA 算法在整个迭代过程中下降速率最快,收敛时间最短,也最稳定.

此外,针对非正交问题, Varadarajan 等^[53] 提出了一种逐步优化子空间的重建算法. 当稀疏信号的非零值以指数形式下降或满足标准正态分布时,该算法的性能远远超过传统方法.

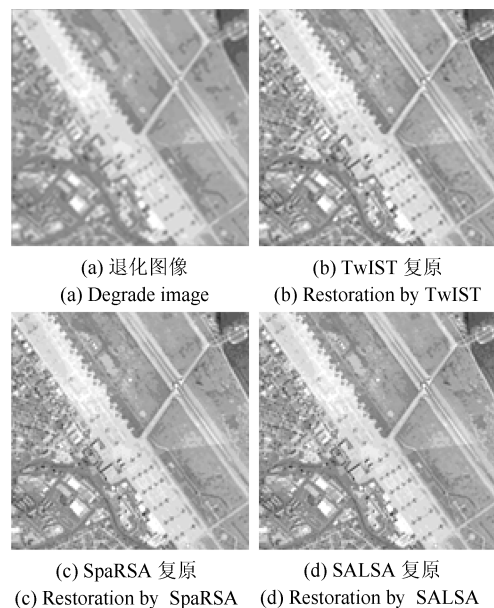


图 8 基于 CS 的 barksdale.afb 图像复原结果
Fig. 8 'barksdale.afb' image restoration based on compressed sensing

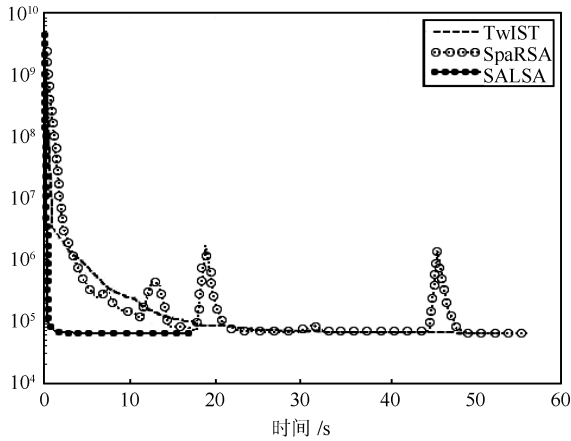


图 9 barksdale.afb 图像不同优化算法的逼近结果
Fig. 9 Approximate images of 'barksdale.afb' image by different optimization algorithms

综合分析, 凸松弛法重建精度高且所需观测次数少, 但计算负担很重. 贪婪类算法对于维数较低的小尺度图像处理问题运算速度很快, 采样效率较高, 但对于大尺度且存在噪声的图像处理问题, 重构结果不是很精确, 鲁棒性较差. 另外, 重构算法和观测矩阵的设计密切相关, 观测矩阵设计得越好, 所需的观测次数越少, 重建速度就越快, 效果也越好. 研究稳定、计算复杂度低且对观测值要求较少的重建算法仍然是 CS 的关键问题.

3 基于压缩感知的图像处理应用研究

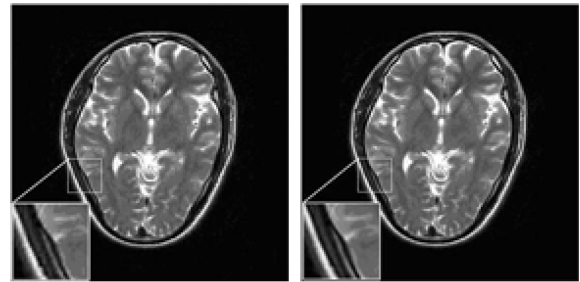
CS 理论将对信号采样变革到对信息采样, 已在众多领域展开应用, 如 CS 成像、无线传感网络^[54-56]、图像采集设备的开发^[57]、生物传感和机器学习及图像处理等. 本节重点介绍 CS 在图像处理中的应用.

3.1 CS 成像

CS 在成像系统的第一个应用是美国 Rice 大学研制出的单像素相机, 降低了传感器的数目和硬件成本, 无疑为成像系统提供了新的思路, 已成功应用于光谱成像^[58]、雷达成像和医疗成像等领域. 在雷达成像方面, CS 理论将成像重点由传统的设计昂贵的接收端硬件转化为设计新颖的信号恢复算法, 从而简化了成像系统. 文献 [59-61] 将 CS 理论应用到 SAR 图像数据获取上, 文献 [62-64] 采用基于 CS 理论的 ISAR 成像算法, 解决了海量数据采集和存储问题, 显著降低了卫星图像处理的计算代价.

在医学成像方面, 有研究者^[65]提出 CS 三维磁共振波谱成像, Chartrand^[66]运用 CS 理论通过少量的采样数据进行 MRI 图像的重建, 将基于傅立叶算法的凸优化扩展到非凸问题, 结合变量分裂和 Bregman 迭代方法以及 p 收缩算子, 在重建性能和

计算复杂度之间找到了一些平衡. Qu 等^[67]针对图像 2D 小波变换不能稀疏地表示图像的曲线和边缘问题, 提出了一种基于 Contourlet 变换的迭代阈值压缩感知 MRI 图像重建方法, 该方法比传统的基于小波变换的方法具有较好的曲线和边缘重建效果 (如图 10 所示), 特别是在较低的采样率时, 优势更加明显. Haldar 采用类似文献 [26] 中的全局编码方案的非线性傅立叶随机编码方案进行 MRI 图像重建^[68], 达到了比基于傅立叶编码好的性能, 但是这种随机编码理论上不能充分保证重建的稳定性和精确性. Daehyun 等^[69]提出一种高性能的 3D CS 的 MRI 图像成像方法. Majumdar 等^[70]采用联合稀疏优化技术来改善磁共振成像质量和效率. 目前, 在基于 CS 的 MRI 成像, 还缺乏足够的理论性能评估和保证, 仍需进一步研究.



(a) 2D小波字典 (a) 2D-wavelet dictionary
(b) Contourlet 小波字典 (b) Contourlet dictionary

图 10 基于 CS 的 MRI 图像重建^[67]

Fig. 10 MRI image reconstruction based on compressed sensing^[67]

3.2 基于 CS 的图像复原和去模糊

在 CS 框架下, 图像复原的数学模型表示为:

$$\hat{f} = H^{-1}[\tilde{g}] = f + H^{-1}[n] \quad (13)$$

其中, f 为原始图像, $\tilde{g} = Hf$ 表示退化图像, $H^{-1}[\cdot]$ 代表估计过程. 与一般复原模型相比, 基于 CS 的图像复原模型多了一个观测步骤, 该复原框架可描述为图 11 的形式.

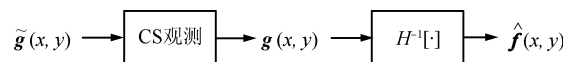


图 11 CS 框架下的图像复原模型

Fig. 11 Image restoration model under the framework

文献 [71] 采用双边滤波增加边缘保真度, 通过均方误差最小化和回归分析学习最优的模糊参数, 并基于 CS 进行复原, 较好的实现了复原和去模糊.

Ma 等^[72]应用 CS 理论进行遥感图像复原, 使用观测矩阵对退化图像进行频域随机采样, 并提出一种基于泊松奇异积分和 Curvelet 迭代硬阈值的方

法重构复原图像. 该算法只获得退化图像稀疏性表示的少量观测结果, 就可改善图像的视觉效果, SNR 也有较大幅度地提高. 但计算复杂度较高, 仅在图像重构方面, 为 $O(P(2KN^2N\log N + 2N^2\log N))$ (K 和 N 为观测矩阵的维数, P 为迭代求解的次数), 且未明确考虑观测时存在噪声的情况. 因此, 在文献 [73] 中提出了一个重复加权迭代域值算法改进其性能. 文献 [74] 提出一种基于小波基和 Contourlet 基作为稀疏性约束的复合正则化 CS 遥感图像复原算法, 该算法能更好地表示图像的点奇异和线奇异性, 达到了比较好的复原效果.

3.3 基于 CS 的图像融合与压缩

在图像融合方面, 文献 [75] 从相应的低分辨全色图像中构建一个与高分辨图像相关联的字典, 然后通过求解 l_1 范数最小化的优化问题找到采样域主要样本在低分辨图像块的稀疏表示. CS 理论认为高分辨图像应该具有和上述稀疏表示相同的表示形式, 这样便可以将稀疏表示和高分辨图像的主成份联系起来生成高分辨融合图像. 但因其压缩测量值缺乏空域信息而不能采用基于窗 (Window-based) 的融合方案. 文献 [76] 提出了一种双星形状的采样矩阵模式, 对不同的采样矩阵模式进行了比较, 并在压缩域进行 CS 图像融合, 得到了质量比较高的融合图像以及较低的计算复杂度.

在图像压缩方面, Wen 等 [77] 结合在图像压缩中用到的经典的局部 DCT 变换以及在全局 Noiselet 域测量, 提出了一种新的基于 CS 的图像压缩框架, 并通过二阶锥规划进行问题求解. 实验证明, CS 对于具有丰富高频信息、噪声或缺失部分数据的图像具有很好的压缩性能. 杜卓明等 [78] 提出了基于压缩感知的二维轮廓线模型压缩方法. 首先利用二维轮廓线模型 Laplace 算子的特征向量构造了一组基, 二维轮廓线模型的几何结构在这组基下可以被稀疏表达, 利用随机矩阵对二维轮廓线模型的几何结构抽样, 完成压缩. 恢复过程中, 通过最优化 l_1 范数, 实现几何信号的恢复. 该方法压缩速度快, 比例高, 恢复效果好, 适合对大型数据以及远距离数据进行压缩. 文献 [79] 在通过大量实验对传统的压缩方法进行比较, 发现其中存在压缩率低或采样资源的浪费等问题, 应用 CS 理论对高光谱图像进行压缩, 一定程度上避免了这些不足, 同时应用谱相关性, 降低了压缩后图像的大小, 并通过实测高光谱图像验证了所提出方法的有效性. 但造成了压缩图像一定程度的失真, 如何在其与 CS 压缩方面找到平衡亟待解决.

3.4 基于 CS 的图像超分辨

文献 [80] 提出一种基于 CS 的超分辨率重建方法, 它是基于原始图像组成的超完备字典之上的稀疏表达 (如图 12 所示). 这是一种将图像分宏块处理的方法, 它的高分辨先验知识来自于超完备字典的学习, 而它的字典一般会有来自于至少 30 幅类似训练图片的 100 000 个宏块. 对于不同的低分辨率图像会有相应的超完备字典, 诸如皮毛、脸部、花朵或者建筑物等, 以使得图像在相应的超完备字典上有足够稀疏的表达. 该理论认为对于输入的每一幅低分辨率图像, 总可以在低分辨率的超完备字典上找到一个稀疏表达, 而对应的高分辨率图像就是该稀疏系数在高分辨率超完备字典上的组合. 除了上述宏块的约束, 整幅图像的超分辨重建还必须满足全局的退化模型约束, 以此来限制重建过程的最优化.

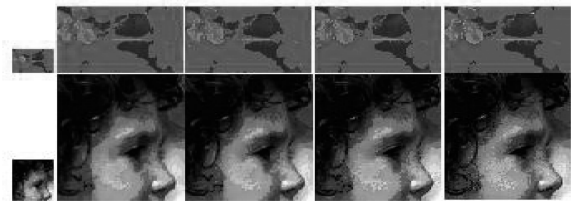


图 12 从左至右: 低分辨图像, 双三次插值结果, 近邻嵌入结果, CS 超分辨结果^[80]

Fig. 12 From left to right: low resolution image, the double three interpolation results, neighbor embedding results, and results of CS super resolution^[80]

图像在小波域通常是稀疏的, 但是由于降采样过程中采样点以及小波基之间存在相关性, 致使传统的 CS 方法不能直接采用小波压缩基, 文献 [81] 引入降采样的低通滤波器来减少基之间的相关性而且不需要训练数据, 在获得高质量超分辨图像的同时, 减少了计算复杂度.

Edeler 等 [82] 通过将单像素相机的概念扩展到多探测器设备以减少测量时间, 并提出一个可扩展的 CS 模型, 该模型能从多个探测器得到的测量值重建出超分辨的图像场景, 并且能在系统复杂度和测量时间上达到平衡.

3.5 基于 CS 的图像特征提取与识别

文献 [83] 将 CS 用于图像特征提取, 利用图像在 Hough 变换域的稀疏性, 利用 CS 寻找图像中的参数化形状特征 (如图 13 所示). CS 表明图像中的信息能够从较少随机测量中获得, 不直接处理图像数据, 而是用非传统的采样, 把随机投影当作测量. 对于形状检测的情形, 目的不是重构图像, 而是检测图像中的某些特征. 如果图像的广义霍夫变换

(Generalized Hough transform, GHT) 只含有少数峰值, 那么图像在形状检测的意义上是可压缩的 (或稀疏的). 根据 CS 理论, 通过求解一个线性规划问题寻找 GHT 的稀疏峰值集合, 这些峰值的位置对应于检测到的图像参数.

文献 [84] 提出了一种基于 CS 的图像特征提取方法. 利用 Fisher 准则直方图特征的可分性, 并利用互信息计算特征的相关性, 提出一种指示性选择算法选择有效的分类特征集. 文献应用 CS 理论进行场景中具体目标的提取, 根据 CS 框架, 在已知具体场景目标的某些先验信息情况下, 无需精确地重构出原始图像, 从感知测量值中重构出感兴趣的具具体目标信息, 结合目标检测和聚类判别进行基于 CS 的目标提取.

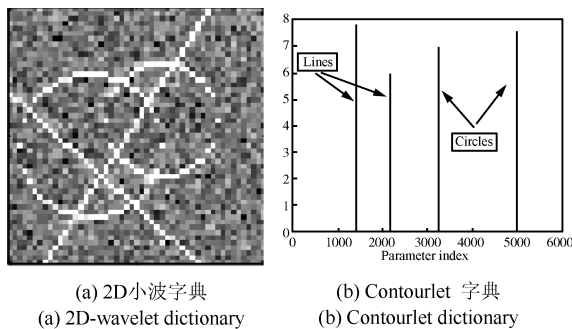


图 13 基于 CS 的圆和直线提取^[83]

Fig. 13 Circle and straight line extraction based on CS^[83]

CS 理论在人脸图像识别中也得到应用^[85-87], Wright 等^[85] 通过随机观测将人脸图像降采样到一个低维空间, 然后通用 l_1 范数最小化方法求出测试样本在训练样本构成的字典上的稀疏表示系数, 根据最小重建误差进行分类与识别. Nagesh 等^[87] 将利用 CS 进行人脸表情识别. 文献 [88] 基于 CS 理论, 提出一种新的基于多尺度压缩感知金字塔的分类方法进行合成孔径雷达图像分类. 首先通过原始图像上的小波平滑和特征提取构建多尺度极化干涉特征空间, 然后利用 CS 提取每一个尺度上图像子块的观测域特征并在数据域重建稀疏特征, 最后组合多尺度的稀疏特征生成最终用于分类的多尺度金字塔表达. 利用观测矩阵降低了特征维数, 多尺度金字塔可对 SAR 图像的纹理特征进行不同尺度的分析. 文献 [89-90] 分别将 CS 理论应用于杂草种子以及空间目标图像的分类识别中.

CS 理论在图像特征提取和识别中有广泛的应用前景, 如可将 CS 用于多分辨率形状检测. 另外, 构造用于特征提取和识别的鉴别性好的稀疏表示字典也是一个值得研究的方向.

4 总结和展望

CS 理论的提出突破了奈奎斯特理论的限制, 并为很多相关领域的研究提供了分析和解决问题的新技术和新思路, 学者们也开展了广泛的应用与研究. 本文首先对 CS 理论框架及过程进行了研究和探讨, 然后对稀疏表示、观测矩阵以及重构算法作了详细的解释以及分析和比较, 进一步对其在图像处理领域中的研究进展进行了较为全面的概括与总结.

尽管 CS 理论得到了比较广泛的应用, 也取得了一些研究成果, 但是, 仍然有一些需要解决的问题和广阔的研究空间.

在理论方面,

1) 在压缩感知的扩展理论中, 如何将分布式压缩感知应用到复杂的传感网络, 以及如何突破多任务压缩感知的局限, 使其得到更广泛的应用也是值得思考和研究的问题.

2) 在稀疏表示方面, 如果能将流形结构引入到稀疏表示, 将有可能得到更好的表示效果. 另外, 目前采用稀疏性度量函数, 不能有效刻画原子系数与尺度、方向等结构信息相关的结构化稀疏性, 如何定义一个统一的函数进行有效的稀疏性度量仍是一个值得深入研究的问题.

3) 线性测量是 CS 理论的关键部分, 如何将随机观测矩阵扩展到应用当中, 如何构造与随机观测矩阵性能相当的确定性矩阵也是值得深入研究的.

4) 在重建算法方面, 基于范数最小的重建算法重建时间过长, 对于大规模问题难以实际应用, 因此寻求解决基于范数最小问题的较快速的优化算法从而做到信号重建质量和重建时间的统一, 是一个值得研究的问题. 另外, 贪婪算法虽然计算简单, 实现方便, 但在信号重建质量上还有差距, 因此, 对贪婪算法还有待继续探索.

在应用方面,

1) 在将压缩感知理论应用于图像逆问题时, 对于噪声强度的鲁棒性和敏感程度尚需做进一步研究, 另外设计面向图像复原及去噪的观测矩阵也是值得研究的问题.

2) 基于 CS 的图像压缩对于具有丰富高频信息、噪声或缺失部分数据的图像具有很好的压缩性能, 但造成的失真度稍大, 如何寻求两者的平衡, 仍是一个关键问题, 需进一步解决.

3) 目前的 CS 理论通常是将图像看作一维信号进行处理的, 如果能设计更适合图像处理的多维 CS, 将是 CS 理论在图像处理领域推广应用的关键.

References

- 1 Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete

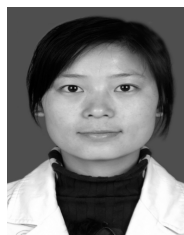
- frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(2): 489–509
- 2 Donoho, D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289–1306
 - 3 Li Shu-Tao, Wei Dan. A survey on compressive sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(11): 1369–1377
(李树涛, 魏丹. 压缩传感综述. 自动化学报, 2009, **35**(11): 1369–1377)
 - 4 Dai Qiong-Hai, Fu Chang-Jun, Ji Xiang-Yang. Research on compressed sensing. *Chinese Journal of Computers*, 2011, **34**(3): 425–434
(戴琼海, 付长军, 季向阳. 压缩感知研究. 计算机学报, 2011, **34**(3): 425–434)
 - 5 Shi Guang-Ming, Liu Dan-Hua, Gao Da-Hua, Liu Zhe, Lin Jie, Wang Liang-Jun. Advances in theory and application of compressed sensing. *Acta Electronica Sinica*, 2009, **37**(5): 1071–1081
(石光明, 刘丹华, 高大化, 刘哲, 林杰, 王良君. 压缩感知理论及其研究进展. 电子学报, 2009, **37**(5): 1071–1081)
 - 6 Jiao Li-Cheng, Yang Shu-Yuan, Liu Fang, Hou Biao. Development and prospect of compressive sensing. *Acta Electronica Sinica*, 2011, **39**(7): 1651–1662
(焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 侯彪. 压缩感知回顾与展望. 电子学报, 2011, **39**(7): 1651–1662)
 - 7 Liu Fang, Wu Jiao, Yang Shu-Yuan, Jiao Li-Cheng. Research advances on structured compressive sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(12): 1980–1995
(刘芳, 武娇, 杨淑媛, 焦李成. 结构化压缩感知研究进展. 自动化学报, 2013, **39**(12): 1980–1995)
 - 8 Duarte M F, Sarvotham S, Baron D, Wakin M B, Baraniuk R G. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals. In: *Proceedings of the 39th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Pacific Grove, California: IEEE, 2005. 1537–1541
 - 9 Wang W, Garofalakis M, Ramchandran K. Distributed sparse random projections for refinable approximation. In: *Proceedings of the 6th International Symposium on Information Processing in Sensor Networks*. Cambridge, MA: IEEE, 2007. 331–339
 - 10 Ji S H, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(6): 2346–2356
 - 11 Ji S H, Dunson D, Carin L. Multitask compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(1): 92–106
 - 12 Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, **11**(7): 674–693
 - 13 Olshausen B A, Field D J. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images. *Nature*, 1996, **381**(6583): 607–609
 - 14 Candes E J. *Ridgelets: Theory and Applications*. Stanford: Stanford University, 1998
 - 15 Candes E J, Donoho D L. Curvelets—a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. Technical Report, Department of Statistics, Stanford University, USA, 1999
 - 16 Do M N, Vetterli M. The Contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091–2106
 - 17 Figueras I, Ventura R M, Vanderghyest P, Frossard P. Low-rate and flexible image coding with redundant representations. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(3): 726–739
 - 18 Yaghoobi M, Daudet L, Davies M E. Parametric dictionary design for sparse coding. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(12): 4800–4810
 - 19 Lian Qiu-Sheng, Chen Shu-Zhen. Image reconstruction for compressed sensing based on the combined sparse image representation. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(3): 385–391
(练秋生, 陈书贞. 基于混合基稀疏图像表示的压缩传感图像重构. 自动化学报, 2010, **36**(3): 385–391)
 - 20 Peyre G. Best basis compressed sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(5): 2613–2622
 - 21 Sun Yu-Bao, Xiao Liang, Wei Zhi-Hui, Shao Wen-Ze. Sparse representations of images by a multi-component Gabor perception dictionary. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(11): 1379–1387
(孙玉宝, 肖亮, 韦志辉, 邵文泽. 基于 Gabor 感知多成份字典的图像稀疏表示算法研究. 自动化学报, 2008, **34**(11): 1379–1387)
 - 22 Bryt O, Elad M. Compression of facial images using the K-SVD algorithm. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2008, **19**(4): 270–282
 - 23 Mairal J, Bach F, Ponce J, Sapiro G. Online learning for matrix factorization and sparse coding. *Journal of Machine Learning Research*, 2010, **11**: 19–60
 - 24 Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(12): 5406–5425
 - 25 Baraniuk R G. Compressive sensing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, **24**(4): 118–121
 - 26 Donoho D L. For most large underdetermined systems of linear equations, the minimal l_1 norm near-solution approximates the sparsest near-solution. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, **59**(7): 907–934
 - 27 Fang Hong, Zhang Quan-Bing, Wei Sui. A method of image reconstruction based on sub-Gaussian random projection. *Journal of Computer Research and Development*, 2008, **45**(8): 1402–1407
(方红, 章权兵, 韦穗. 基于亚高斯随机投影的图像重建方法. 计算机研究与发展, 2008, **45**(8): 1402–1407)
 - 28 Gilbert A C, Guha S, Indyk P, Muthukishna S, Strauss M. Near-optimal sparse Fourier representations via sampling. In: *Proceedings of the 34th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. Quebec, Canada: ACM Press, 2006. 152–161

- 29 Do T T, Tran T D, Lu G. Fast compressive sampling with structurally random matrices. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Washington D.C., USA: IEEE, 2008. 3369–3372
- 30 Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, **53**(12): 4655–4666
- 31 Yin W, Morgan S, Yang J, Zhang Y. Practical compressive sensing with toeplitz and circulant matrices. In: Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering: Visual Communications and Image Processing. Huangshan, China: SPIE 2010
- 32 DeVore R A. Deterministic constructions of compressed sensing matrices. *Journal of Complexity*, 2007, **23**(4–6): 918–925
- 33 Li X B, Zhao R Z, Hu S H. Blocked polynomial deterministic matrix for compressed sensing. In: Proceedings of the 6th International conference on wireless communications networking and mobile computing. Chengdu, China: IEEE, 2010. 1–4
- 34 Shi Q F, Li H X, Shen C H. Rapid face recognition using hashing. In: Proceedings of In Proceedings of the 2010 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Francisco, CA: IEEE, 2010. 2753–2760
- 35 Song Xiao-Xia, Shi Guang-Ming. Fewer Bernoulli measurements satisfying the constraint of reconstruction probability. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(1): 53–56
(宋晓霞, 石光明. 满足重构概率约束的更少贝努利观测. 自动化学报, 2013, **39**(1): 53–56)
- 36 Needell D, Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, **4**(2): 310–316
- 37 Needell D, Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, **26**(3): 301–321
- 38 Wei D, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, **55**(5): 2230–2249
- 39 Do T T, Gan L, Nguyen N, Tran T D. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing. In: Proceedings of the 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, C A: IEEE, 2008. 581–587
- 40 Liu Ya-Xin, Zhao Rui-Zhen, Hu Shao-Hai, Jiang Chun-Hui. Regularized adaptive matching pursuit algorithm for signal reconstruction based on compressive sensing. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, **32**(11): 2713–2717
(刘亚新, 赵瑞珍, 胡绍海, 姜春晖. 用于压缩感知信号重建的正则化自适应匹配追踪算法. 电子与信息学报, 2010, **32**(11): 2713–2717)
- 41 Blumensath T, Davies M E. Stagewise weak gradient pursuits. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(11): 4333–4346
- 42 Li Zhi-Lin, Chen Hou-Jin, Yao Chang, Li Ju-Peng. Compressed sensing reconstruction algorithm based on spectral projected gradient pursuit. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(7): 1218–1223
(李志林, 陈后金, 姚畅, 李居朋. 基于谱投影梯度追踪的压缩感知重建算法. 自动化学报, 2012, **38**(7): 1218–1223)
- 43 Fang Y. Sparse matrix recovery from random samples via 2D orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Signal Processing*, to be published
- 44 Candes E J, Romberg J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. *Communications on pure and Applied Mathematics*, 2006, **59**(8): 1207–1223
- 45 Csaba Mészáros. Regularization techniques in interior point methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2012, **236**(15): 3704–3709
- 46 Blumensath T, Davies M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, **27**(3): 265–274
- 47 Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, **1**(4): 586–597
- 48 Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(12): 2992–3004
- 49 Wright S J, Nowak R D, Figueiredo M A T. Sparse reconstruction by separable approximation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(7): 2479–2493
- 50 Afonso M V, Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, **19**(9): 2345–2356
- 51 Pan H, Jing Z L, Lei M, Liu R L, Jin B, Zhang C L. A sparse proximal Newton splitting method for constrained image deblurring. *Neurocomputing*, 2013, **122**: 245–257
- 52 Duan Y P, Huang W M. A fixed-point augmented Lagrangian method for total variation minimization problems. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2013, **24**(7): 1168–1181
- 53 Varadarajan B, Khudanpur S, Tran T D. Stepwise optimal subspace pursuit for improving sparse recovery. *IEEE Signal Processing Letters*, 2011, **18**(1): 27–30
- 54 Bajwa W, Haupt J, Sayeed A, Nowak R. Compressive wireless sensing. In: Proceedings of the 5th International Conference on Information Processing in Sensor Networks. Nashville, TN: IEEE, 2006. 134–142
- 55 Nasser N, Guizani S, Shih S Y, Chen K C. Compressed sensing construction of spectrum map for routing in cognitive radio networks. *Wireless Communications & Mobile Computing*, 2012, **12**(18): 1592–1607

- 56 Lu W, Liu Y Z, Wang D S. Efficient feedback scheme based on compressed sensing in MIMO wireless networks. *Computers and Electrical Engineering*, 2013, **39**(6): 1587–1600
- 57 Takhar D, Laska J N, Wakin M B, Duarte M F. A new compressive imaging camera architecture using optical-domain compression. In: Proceedings of Computational Imaging IV at SPIE Electronic Imaging. San Jose, CA: SPIE, 2006. 43–52
- 58 Willett R M, Gehm M E, Brady D J. Multiscale reconstruction for computational spectral imaging. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering. San Jose, CA, USA: SPIE, 2007
- 59 Xu J, Pi Y, Cao Z. Bayesian compressive sensing in synthetic aperture radar imaging. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2012, **6**(1): 2–8
- 60 Zhu X X, Bamler R. Within the resolution cell: super-resolution in tomographic SAR imaging. In: Proceedings of the IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Vancouver, BC: IEEE, 2011. 2401–2404
- 61 Huan Y F, Wang J F, Zhen T, Liu X Z. SAR imaging based on compressed sensing. In: Proceedings of the IEEE International of Geoscience and Remote Sensing Symposium. Vancouver, BC: IEEE, 2011. 1674–1677
- 62 Quan Y H, Zhang L, Guo R, Xing M D, Bao Z. Generating dense and super-resolution ISAR image by combining bandwidth extrapolation and compressive sensing. *Science China Information Sciences*, 2011, **54**(10): 2158–2169
- 63 Zhao G H, Wang Z Y, Wang Q, Shi G M, Shen F F. Robust ISAR imaging based on compressive sensing from noisy measurements. *Signal Processing*, 2012, **92**(1): 120–129
- 64 Yang J G, Thompson J, Huang X T, Jin T, Zhou Z M. Random-frequency SAR imaging based on compressed sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2013, **51**(2): 983–994
- 65 Hu S, Lustig M, Chen A P, Crane J, Kerr A, Kelley D A C, Hurd R, Kurhanewicz J, Nelson S J, Pauly J M, Vigneron D B. Compressed sensing for resolution enhancement of hyperpolarized ¹³C flyback 3D-MRSI. *Journal of Magnetic Resonance*, 2008, **192**(2): 258–264
- 66 Chartrand R. Fast algorithms for nonconvex compressive sensing: MRI reconstruction from very few data. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: from Nano to Macro. Washington D. C., USA: IEEE, 2009. 262–265
- 67 Qu X B, Zhang W R, Guo D, Cai C B, Cai S H, Chen Z. Iterative thresholding compressed sensing MRI based on contourlet transform. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2010, **18**(6): 737–758
- 68 Haldar J P, Hernando D, Liang Z P. Compressed-sensing MRI with random encoding. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2011, **30**(4): 893–903
- 69 Daehyun K, Trzasko J D, Smelyanskiy M, Haider C R. High-performance 3D compressive sensing MRI reconstruction. In: Proceedings of the International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society. Buenos Aires: IEEE, 2010. 3321–3324
- 70 Majumdar A, Ward R K. Accelerating multi-echo T2 weighted MR imaging: analysis prior group-sparse optimization. *Journal of Magnetic Resonance*, 2011, **210**(1): 90–97
- 71 Jafarpour S, Pezeshki A, Calderbank R. Experiments with compressively sampled images and a new deblurring-denoising algorithm. In: Proceedings of the 10th IEEE International Symposium on Multimedia. Berkeley, CA: IEEE, 2008. 66–73
- 72 Ma J W, Le Dimet F X. Deblurring from highly incomplete measurements for remote sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, **47**(3): 792–802
- 73 Ma J W. Improved iterative curvelet thresholding for compressed sensing and measurement. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2011, **60**(1): 126–136
- 74 He M Y, Liu W H, Bai L. Remote sensing image restoration based on compressive sensing and two-step iteration shrinkage algorithm. In: Proceedings of SPIE — The International Society for Optical Engineering. San Diego, California: SPIE, 2010
- 75 Divekar A, Ersoy O. Image fusion by compressive sensing. In: Proceedings of the 17th International Conference on Geoinformatics. Fairfax, VA: IEEE, 2009. 1–6
- 76 Tao W, Canagarajah N, Achim A. Compressive image fusion. In: Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Image Processing. San Diego, CA: IEEE, 2008. 1308–1311
- 77 Wen J T, Chen Z Y, Han Y X, Villasenor J D. A compressive sensing image compression algorithm using quantized DCT and noiselet information. In: Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP). Dallas, TX: IEEE, 2010. 1294–1297
- 78 Du Zhuo-Ming, Geng Guo-Hua, He Yi-Yue. A 2-D geometric signal compression method based on compressed sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(11): 1841–1846 (杜卓明, 耿国华, 贺毅岳. 一种基于压缩感知的二维几何信号压缩方法. 自动化学报, 2012, **38**(11): 1841–1846)
- 79 Huo C F, Zhang R, Yin D. Compression technique for compressed sensing hyperspectral images. *International Journal of Remote Sensing*, 2011, **33**(5): 1586–1604
- 80 Yang J C, Wright J, Huang T, Ma Y. Image super-resolution as sparse representation of raw image patches. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C., USA: IEEE, 2008. 1–8
- 81 Sen P, Darabi S. Compressive image super-resolution. In: Proceedings of the 43rd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA: IEEE, 2009. 1235–1242

- 82 Edeler T, Ohliger K, Hussmann S, Mertins A. Multi image super resolution using compressed sensing. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Washington D. C., USA: IEEE, 2011. 2868–2871
- 83 Gurbuz A C, McClellan J H, Romberg J, Scott W R. Compressive sensing of parameterized shapes in images. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Las Vegas, NV: IEEE, 2008. 1949–1952
- 84 Hou Q, Pan H P, Li J, Wu T. Image feature extraction based on compressive sensing with application of image denoising. In: Proceedings of the International Conference on Electrical and Control Engineering. Wuhan, China: IEEE, 2010. 1154–1157
- 85 Wright J, Yang A Y, Ganesh A, Sastry S S. Robust face recognition via sparse representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(2): 210–227
- 86 Liang S F, Wang Y, Liu Y H. Face recognition algorithm based on compressive sensing and SRC. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control. Harbin, China: IEEE, 2012. 1460–1463
- 87 Nagesh P, Li Baoxin. A compressive sensing approach for expression-invariant face recognition. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Washington D. C., USA: IEEE, 2009. 1518–1525
- 88 He Chu, Liu Ming, Feng Qian, Deng Xin-Ping. PolIn-SAR image classification based on compressed sensing and multi-scale pyramid. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(7): 820–827
(何楚, 刘明, 冯倩, 邓新萍. 基于多尺度压缩感知金字塔的极化干涉 SAR 图像分类. *自动化学报*, 2011, **37**(7): 820–827)
- 89 Cheng C, Ming Z, Ping Z J. Weed seeds classification based on compressive sensing theory. *Science China Information Sciences*, 2010, **40**(S1): 160–172

- 90 Ren Y M, Zhang Y N, Li Y, Huang J Y, Hui J. A space target recognition method based on compressive sensing. In: Proceedings of the 6th International Conference on Image and Graphics. Hefei, China: IEEE, 2011. 582–586



任越美 西北工业大学计算机学院博士研究生. 主要研究方向为模式识别与数字图像处理技术. 本文通信作者.

E-mail: renym2010@mail.nwpu.edu.cn

(**REN Yue-Mei** Ph. D. candidate at the College of Computer Science, Northwestern Polytechnical University.

Her research interest covers pattern recognition and digital image processing. Corresponding author of this paper.)



张艳宁 西北工业大学计算机学院教授. 主要研究方向为智能信息处理与视频分析技术.

E-mail: ynzhang@nwpu.edu.cn

(**ZHANG Yan-Ning** Professor at the College of Computer Science, Northwestern Polytechnical University.

Her research interest covers intelligent information processing and digital video analysis.)



李映 西北工业大学计算机学院教授. 主要研究方向为模式识别与遥感图像处理. E-mail: lybyp@nwpu.edu.cn

(**LI Ying** Professor at the College of Computer Science, Northwestern Polytechnical University. Her research interest covers pattern recognition and remote sensing image processing.)