

# 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述

杨峰<sup>1</sup> 王永齐<sup>1</sup> 梁彦<sup>1</sup> 潘泉<sup>1</sup>

**摘要** 概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波方法在多目标跟踪、交通管制、图像处理以及多传感器管理等领域得到了广泛关注. 本文对基于 PHD 滤波方法的多目标跟踪技术的产生、发展及研究现状进行了综述, 主要包括 PHD 滤波器、PHD 执行方法、峰值提取及航迹提取技术、多传感器多目标跟踪及多传感器管理、PHD 平滑器以及多目标跟踪性能评价指标等, 并对 PHD 滤波器的相关应用进行介绍. 最后, 基于现有 PHD 滤波进展, 提出了 PHD 滤波技术在多目标跟踪领域需要重点关注的若干问题.

**关键词** 概率假设密度, 多目标跟踪, 贝叶斯滤波, 峰值及航迹提取

**引用格式** 杨峰, 王永齐, 梁彦, 潘泉. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述. 自动化学报, 2013, 39(11): 1944–1956

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2013.01944

## A Survey of PHD Filter Based Multi-target Tracking

YANG Feng<sup>1</sup> WANG Yong-Qi<sup>1</sup> LIANG Yan<sup>1</sup> PAN Quan<sup>1</sup>

**Abstract** Probability hypothesis density (PHD) filter has attracted much attention in multi-target tracking, traffic control, image processing, multi-sensor management and other fields. An overview of the emergence, the development and the present research situation of the PHD filter in target tracking is presented here. Special attention is paid to the following areas: PHD filter, its implementation method, the peak and track extraction technology, multi-sensor multi-target tracking, multi-sensor management, PHD smoother, the assessment metrics of multi-target tracking performance, and also the relevant applications. Finally, based on the progress of existing PHD filters, some key issues which need to be focused on for PHD filters in multi-target tracking are introduced.

**Key words** Probability hypothesis density (PHD), multi-target tracking, Bayes filter, peak and track extraction

**Citation** Yang Feng, Wang Yong-Qi, Liang Yan, Pan Quan. A survey of PHD filter based multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1944–1956

概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波器最早由 Mahler<sup>[1]</sup> 在研究多目标贝叶斯滤波的问题中提出. 他利用一阶统计矩近似方法, 对多目标后验概率密度函数 (Probability density function, PDF) 求集合积分运算得到多目标强度, 即 PHD, 避免了直接计算完全后验概率密度函数. Mahler 证明了 PHD 是多目标泊松随机有限集 (Random finite sets, RFS) 的后验 PDF 在 Kullback-leibler 信息准则下的最优近似. 同时 PHD 以最小损失将多目标状态集合的后验 PDF 投影在单目标状态空间上, 则 PHD 滤波器只需在单

目标状态空间进行递推, 避免了多目标贝叶斯滤波器在随机有限集 (RFS) 空间上进行递推, 其计算复杂度大大降低. 由于对监视区域内 PHD 积分即可获得区域内的目标期望数, 则 PHD 的物理意义即是状态空间中目标个数的后验强度, 而对应 PHD 峰值即为目标状态<sup>[1-2]</sup>. PHD 滤波器的预测公式可根据 RFS 框架下的多目标运动模型、量测模型以及随机有限集统计学理论 (Finite set statistics, FISST) 直接推导得到, 但是若多目标状态集合的预测 PDF 为任意分布形式, 它的后验 PDF 将非常复杂并且不存在封闭的形式, 则将不存在 PHD 更新公式. 而通过假设预测 PDF 为多目标泊松 PDF, Mahler 推导得到了 PHD 近似更新公式.

传统的跟踪算法, 诸如最近邻、概率数据关联 (Probabilistic data association, PDA) 以及多假设跟踪器 (Multiple hypothesis tracking, MHT) 等算法<sup>[3-6]</sup>, 都是通过对量测的分配, 将多目标问题转化为并行的单目标跟踪处理问题, 但是其处理过程的核心及关键是数据关联, 当目标数较多且存在大量虚警时, 关联则会带来组合爆炸、计算量呈指数型

收稿日期 2013-07-01 录用日期 2013-08-28  
Manuscript received July 1, 2013; accepted August 28, 2013  
国家自然科学基金 (61374159, 61203224, 61135001, 61074179), 中国航空科学基金 (20125153027) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61374159, 61203224, 61135001, 61074179), Aviation Science Foundation of China (20125153027)  
庆祝《自动化学报》创刊 50 周年专刊约稿  
Invited Articles for the Special Issue for the 50th Anniversary of *Acta Automatica Sinica*

1. 西北工业大学自动化学院 西安 710072  
1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072

增长等问题, 同时数据关联误差与状态估计误差相互耦合, 数据关联的错误会影响状态估计结果, 而状态估计误差会导致错误的关联, 因此, 数据关联与状态估计之间是相互影响, 互为因果的关系. 而 PHD 滤波技术在状态估计过程中避免了数据关联问题, 具有去除杂波的特性, 同时能够实现对目标的联合检测与跟踪, 并且具有严谨的数学理论基础. 它尤其适用于一些关联过程相对复杂的非传统意义下的多目标跟踪问题, 例如群目标跟踪、地面或海面监控中的密集目标跟踪、在密集目标或者杂波背景下对所感兴趣的目标进行检测和跟踪等<sup>[2]</sup>.

近年来, PHD 滤波技术作为一种工程友好的近似最优贝叶斯理论工具受到信息融合领域学者的广泛关注, 具有较为可观的应用前景. 但是 PHD 滤波器仍然存在着诸如 PHD 执行方法、峰值提取、航迹提取、非标准量测模型下的 PHD 滤波、计算复杂度高等问题. 本文在全面介绍当前基于 PHD 滤波技术的多目标跟踪方法研究现状及进展的基础上, 提出了未来需要重点解决的若干问题.

## 1 概率假设密度 (PHD) 滤波器

多目标跟踪系统中经常会出现目标的新生、衍生以及消失等现象, 目标数及目标状态随时间不断变化; 由于探测环境及传感器特性的影响, 量测中会出现杂波、虚警等干扰信息. 在随机集统计理论框架下, 可将目标状态以及量测作为随机有限集处理. 假设  $k-1$  时刻  $m$  个目标的状态集为  $X(k-1) = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ . 则  $k$  时刻的目标状态集  $X(k)$  可表示为

$$S_{k|k-1}(X(k-1)) \cup B_{k|k-1}(X(k-1)) \cup \Upsilon_k \quad (1)$$

上式中,  $S_{k|k-1}(X(k-1))$  表示  $k-1$  时刻的目标状态集在  $k$  时刻仍然存在的状态集;  $B_{k|k-1}(X(k-1))$  表示  $k-1$  时刻的目标衍生出的新的目标状态集;  $\Upsilon_k$  表示  $k$  时刻监视空域新生目标状态集. 假设  $k$  时刻的多目标量测集合为  $Z_k$ , 则可表示为

$$Z_k = K_k \cup \left[ \bigcup_{x \in X(k)} \Theta_k(x) \right] \quad (2)$$

式中,  $K_k$  表示虚警或杂波构成的集合;  $\left[ \bigcup_{x \in X(k)} \Theta_k(x) \right]$  表示由目标状态集  $X(k)$  产生的观测随机集. 则多目标跟踪的贝叶斯递推式为<sup>[2]</sup>

$$p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k|W) \times p_{k-1|k-1}(W|Z_{1:k-1}) \delta W \quad (3)$$

$$p_{k|k}(X_k|Z_{1:k}) = \frac{g_k(Z_k|X_k) p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})}{\int g_k(Z_k|W) p_{k|k-1}(W|Z_{1:k-1}) \delta W} \quad (4)$$

其中,  $f_{k|k-1}(X_k|W)$  是多目标马尔科夫转移密度函数,  $g_k(Z_k|X_k)$  为多目标联合似然函数,  $p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})$  是预测 PDF,  $p_{k|k}(X_k|Z_{1:k})$  为更新后验 PDF.

借助随机有限集统计学理论, 由一阶统计矩近似方法可知,  $k$  时刻多目标 PHD 为  $D_{k|k}(X_k|Z_{1:k}) = \int p_{k|k}(X_k \cup W|Z_{1:k}) \delta W$ , 则 PHD 递推公式为<sup>[1]</sup>

$$D_{k|k-1}(x) = \gamma_k(x) + \int (e_{k|k-1}(\tau) f_{k|k-1}(x|\tau) + \beta_{k|k-1}(x|\tau)) D_{k-1|k-1}(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$D_{k|k}(x) = (1 - p_{D,k}(x)) D_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{p_{D,k}(x) g_k(z|x) D_{k|k-1}(x)}{\kappa_k(z) + \int p_{D,k}(\tau) g_k(z|\tau) D_{k|k-1}(\tau) d\tau} \quad (6)$$

上式中,  $e_{k|k-1}(\tau)$  表示  $k-1$  时刻状态为  $\tau$  的目标在  $k$  时刻的存活概率,  $f_{k|k-1}(\cdot)$  表示状态转移概率密度函数,  $g_k(\cdot)$  表示为单传感器单目标似然函数,  $\beta_{k|k-1}(\cdot|\tau)$  表示  $k-1$  时刻状态为  $\tau$  的目标在  $k$  时刻衍生出的目标强度,  $\gamma_k(\cdot)$  表示  $k$  时刻新生目标强度,  $p_{D,k}(x)$  表示  $k$  时刻状态为  $x$  的目标的检测概率,  $Z_k$  表示为  $k$  时刻的量测随机集.

## 2 PHD 滤波算法进展

PHD 滤波算法框架一经推出, 就得到了世界各地学者的广泛关注. 文献 [7] 采用空间分割法以传统概率框架来解释 PHD 滤波器, 避免了有限点过程、集合微积分或者更高深的数学概念给研究人员带来的理解困扰, 在此将状态空间分成多个单元格, 且每个单元最多容纳一个目标, 且以单元格内存在一个目标的概率来阐述 PHD, 当单元格大小趋于零时, 就可以得到连续 PHD 滤波器; Erdinc 等<sup>[8]</sup> 表示如果能将目标数的二阶信息加入到 PHD 滤波器中加以推广, PHD 滤波性能则会得到改善. Mahler 基于上述建议对 PHD 进行改进提出势概率假设密度 (Cardinalized PHD, CPHD) 滤波器<sup>[9-10]</sup>, 对目标 PHD 以及势分布进行同步预测与更新, 使得目标数的估计更加精确, 而文献 [11] 则对 PHD 及 CPHD 的解析执行方法进行了性能比较, PHD 的计算复杂度与目标数和量测数呈线性关系, CPHD 与目标数呈线性而与量测数呈三次方关系且 CPHD 对势估计误差更小, 对目标数的变化不敏感, 能够保证势估计较高的稳定性和精确度; PHD 和 CPHD 滤波器只适用于单传感器情况, 最主要原因是即使在两传

感器情形下,理论上严谨的 PHD 更新公式也难以实现,由此 Mahler 提出了一种迭代更新近似方法,首先,采用第一个传感器的量测进行更新 PHD,然后,将更新后的 PHD 作为第二个传感器量测更新时的预测 PHD,进而得到二次更新 PHD,依次迭代直至所有传感器的量测都参与更新<sup>[12]</sup>;由于标准的 PHD 或者 CPHD 都是建立在标准小目标检测模型上, Mahler 发明了二代 PHD 或者 CPHD 滤波器解决多传感器多目标跟踪、杂波估计、未知杂波下的目标跟踪、扩展目标跟踪、不可分辨目标跟踪以及传感器重叠目标跟踪等问题,这说明了只有采用多目标集合微积分才能得到新问题理论上严密的公式,并证明了使用 PHD 和 CPHD 的多目标状态估计器是贝叶斯意义下最优的<sup>[13]</sup>.

## 2.1 PHD 滤波器执行方法

由于求解 PHD 更新过程存在复杂的积分运算,PHD 的推广和应用受到了限制.很多学者试图用混合高斯法以及粒子滤波方法等作为 PHD 滤波器的执行方法. Vo 等<sup>[14]</sup>利用序贯蒙特卡洛法产生带有权值的随机粒子集,并以粒子分布信息对 PHD 近似,从而提出序贯蒙特卡洛 PHD (Sequential Monte Carlo PHD, SMPHD) 滤波算法,该方法可以处理非线性以及非高斯问题,计算复杂度不依赖于时变目标个数,但目标状态提取精度严重依赖于聚类算法的稳定性;文献 [15] 基于线性高斯假设提出了混合高斯概率假设密度 (Gaussian mixture PHD, GMPHD) 滤波器. 该滤波器以高斯和的形式来近似多目标 PHD,假设检测概率和存活概率与状态无关,且衍生目标有限集和新生目标有限集的 PHD 均具有高斯和形式,则通过对 PHD 的预测更新可得到 PHD 递推公式的解析解;另外, Daniel 等<sup>[16]</sup>权衡 SMCPHD 以及 GMPHD 的优劣,提出了 PHD 滤波器的高斯粒子执行方法 (Gaussian particle implementations of PHD, GMPHD), 仍然以混合高斯项近似 PHD,但转移密度以及似然函数可以允许非线性. 由于该滤波器不具有解析形式,则采用蒙特卡洛积分法求解 PHD 递推公式,整个过程由高斯粒子滤波器计算,但状态提取避免了聚类处理;当观测噪声方差较小时,似然函数会是一个瘦窄形状,因此,只有少数粒子有较大权值,而其他粒子则会被忽略,即使杂波附近只有少数粒子,其平均权重也远远大于杂波密度,因此,导致权值过估问题,文献 [17] 以似然函数代替粒子平均权值,对权值更新公式进行修正,避免了权值过估问题;基于目标运动模型为条件线性且量测噪声为混合高斯的假设,文献 [18] 提出 Rao-Blackwellised 近似条件均值 PHD (Rao Blackwellised approximate condi-

tional mean PHD, RB-ACM-PHD) 滤波器,以混合高斯项近似 PHD, PHD 预测与更新则采用 Rao-Blackwellised 粒子滤波方法,同时采用近似条件均值 (ACM) 法处理脉冲传感器噪声,仿真中两个目标做转弯运动,且角速度服从高斯分布,量测噪声为混合高斯,结果表明 RB-ACM-PHD 较 SMCPHD 计算量大大减少,精度得到很大提高. 文献 [19] 分析了由于状态转移密度函数并未考虑到最近的量测信息,则从先验转移密度函数中采样得到的粒子可能会有较低的似然值,且对后验估计的贡献几乎可以忽略,基于此提出了不敏卡尔曼粒子概率假设密度 (Unscented Kalman particle PHD, UK-P-PHD) 滤波器,利用 UKF (Unscented Kalman filter) 产生重要性密度分布函数并能够将最近拍量测引入到更新步骤. 由于 SMCPHD 需要采样大量粒子近似多目标 PHD,因此,严重影响系统计算效率,且其峰值提取精度严重依赖于聚类算法的稳定性. 而 GMPHD 通过剪枝法和合并高斯项使得系统计算效率大幅提升,但这样会导致有偏估计,且在低目标出生率或漏检情形下很容易丢失目标. 基于此,文献 [20] 提出快速傅里叶变换概率假设密度 (Fast Fourier transform PHD, FFTPHD) 滤波器,对状态空间进行数字网格化,并使用卷积法和快速傅里叶变换法得到预测和更新 PHD,在频繁漏检或低目标出生率情形下, FFTPHD 的综合性能高于 SMCPHD 和 GMPHD. 而 FFTPHD 与 SMCPHD 的共同之处是都需要利用后处理技术从 PHD 峰值中提取目标状态,但 FFTPHD 能够获得优于 SMCPHD 的估计精度,且通过增加网格密度可以改善估计精度. FFTPHD 的计算复杂度介于 GMPHD 和 SMCPHD 之间,可通过忽略离观测较远的网格节点而只计算量测周围的节点的似然,或者降低网格的密集程度来降低计算量. 针对 PHD 滤波算法的收敛问题,文献 [21-22] 通过在一定的假设条件下对 SMCPHD 滤波器的均方误差以及由粒子表征的经验分布讨论,说明了均方误差有界的可能性,且通过粒子表征的经验分布能够接近真实 PHD 分布,但假设条件较为苛刻;文献 [23] 则对 GMPHD 收敛性进行分析,证明了算法误差的一致收敛性,并给出了剪枝与合并高斯项过程的误差界限,同时给出了扩展卡尔曼概率假设密度 (Extend Kalman PHD, EKPHD) 滤波器<sup>[15]</sup>的一致收敛性分析.

## 2.2 PHD 滤波算法进展

第 2.1 节研究了 PHD 滤波器执行方法的研究,并为从事于 PHD 框架下的多目标跟踪器研究者提供了实际操作 PHD 的方法. 但是 PHD 框架自身也有其存在的问题,如计算量大、难以形成航迹、航迹

管理复杂以及多传感器多目标跟踪算法复杂度过高等。

为了减少计算量并改善估计精度, 文献 [24] 考虑到新目标只是在预测步出现, 且新生目标 PHD 与当前量测无关, 在整个状态空间随机出现, 这就要求新生粒子必须覆盖状态空间, 因此会带来不必要的计算量, 基于此引入了依赖于量测的新生目标 PHD, 大大减小了新生目标粒子数并保证不损失估计精度, 另外提出新的状态估计方法, 避免了聚类处理; 为了提高 GMPHD 的执行效率, 文献 [15] 引入剪枝法和合并同类高斯项的方法减小计算量, 文献 [25] 对确定性和随机性剪枝法进一步研究, 通过引入随机重采样法<sup>[26]</sup> 自动设置阈值, 高于阈值的高斯项保留, 其余的进行重采样, 如此则使得某些小权值高斯项仍能继续保留, 保证了重采样部分的无偏性, 但确定性剪枝法总是比随机剪枝法执行性能差. Mahler 利用简化的杂波模型提出线性复杂度的 CPHD (Linear-complexity CPHD, LC-CPHD) 滤波器<sup>[27]</sup>, 改善了计算性能. 文献 [28] 将容积卡尔曼滤波器 (Cubature Kalman filter, CKF) 与 GMPHD 和 GMCPHD 结合处理非线性状态估计, 同时利用自适应椭圆门限策略降低计算复杂度并保证估计精度; 文献 [29] 将幅值检测信息融入到 PHD 和 CPHD 滤波框架中, 使得估计结果更加准确。

由于 PHD 框架下的多目标跟踪并不能提供目标航迹信息, 一种策略是采用传统数据关联方法结合 PHD 解决航迹形成问题; 另一种则是采用给粒子或高斯项打标签的形式对各个状态进行标记, 根据标签的逐步更新获得目标航迹信息. 文献 [30] 将 PHD 滤波后的连续两拍目标状态信息进行关联, 并以二维指派问题处理; 文献 [31] 将传统的多假设数据关联方法与 PHD 结合, 获取单目标的航迹估计信息, 但是增加了额外的计算量; 文献 [32] 结合多帧关联 (Multiscan data association, SDA) 算法和粒子 PHD 滤波器形成混合 PHD-SDA 跟踪器, 以多帧粒子 PHD 滤波器获得的更新粒子集聚中心和中心状态协方差作为 SDA 的输入数据, 通过执行 SDA 优化算法, 根据航迹去除标准, 消去部分伪航迹, 并输出剩余航迹当前状态估计, 同时根据先验概率分布对当前状态重采样, 从而重新起始 PHD 滤波器; 文献 [33] 将航迹标签法与 PHD 相结合, 为每个目标单设一个跟踪器, 且结合分辨能力确定峰值状态及目标数, 然后, 执行峰值与航迹的关联处理, 而关联结果又可反馈给 PHD 滤波器; Danu 等<sup>[34]</sup> 采用两种方法以不同标签的粒子云的形式获取目标航迹信息以及状态估计, 一种是通过分辨单元法提取目标航迹信息, 并利用 Kalman 滤波来维持航迹, 另一种则对峰值周围的粒子云进行加权求取峰值状态,

并利用指派算法进行航迹处理. 文献 [35] 分别对目标状态估计及帧间目标状态关联进行了研究, 对比了几种聚类算法对粒子集的状态提取性能, 表明  $k$ -means 方法在估计精度及计算时间较为有效, 同时利用两种技术解决航迹形成问题, 一是利用聚类将粒子集聚成不同的粒子团, 且以粒子团作为帧间关联的纽带, 另外则是将目标估计状态与由运动模型得到的预测状态进行关联处理。

为了实现 PHD 框架下的航迹管理, 文献 [36] 通过量化状态空间模型得到一个递推的航迹管理滤波器, 并且有可能分析出 PHD 目标死亡问题及其统计推断框架. 文献 [37] 根据目标空间分布以及权重信息提出分割权重 PHD (Weight partitioned PHD, WPPHD) 滤波器, 将多目标 PHD 分成多个子 PHD, 且每个子 PHD 反映了单目标集的后验强度, 通过打标签而唯一标识, 因此, 也就达到了识别和维持航迹的目的; 文献 [38] 基于 GMPHD 实现多目标跟踪, 通过对 PHD 的高斯项打标签来形成航迹, 并通过建立树形结构建航迹管理框架, 在航迹起始阶段, 对每个 PHD 高斯项以及新生目标 PHD 高斯项赋值新标签, 并作为初始的树根节点, 所有树皆为临时航迹树, 若连续多拍没有分支能够满足权值超过门限, 则删除该临时航迹树; 如果某航迹树至少含有一个分支的权值大于门限值, 则该航迹树为确认航迹, 最大权值的分支给出航迹估计值, 当上一拍已确认的航迹树在当拍没有任何分支权值超过门限值时, 则选取当前最大权值的分支给出航迹估计值, 可以避免因漏检而带来的跟踪误差; 若某确认航迹号在前一拍存在, 而在当前拍已不存在, 则终结此航迹。

为了实现 PHD 框架下的多传感器多目标跟踪, Mahler<sup>[12]</sup> 提出多传感器迭代更新 PHD 的方法实现多传感器多目标跟踪, 然而, Streit 等对迭代更新近似法提出质疑, 认为 PHD 滤波器如同一般意义上的多目标强度滤波器, 可以通过泊松点过程以及它们的强度函数的基本特性得到, 且根据泊松强度近似法使得更有效的广义多传感器强度滤波器成为可能<sup>[39-40]</sup>; Mahler 等<sup>[41]</sup> 针对上述质疑, 根据随机集理论多目标微积分方法对两传感器 PHD 滤波器更新公式进行严密推导, 并考虑三种特殊情形, 即两传感器单目标跟踪情形、两传感器简单多目标跟踪情形以及两传感器无回波信息情形, 对直觉法、广义法、迭代更新近似法以及广义多传感器强度滤波器 (或者泊松强度近似法) 进行比较, 发现前三种方法一致, 而泊松强度近似法不仅是错误的且会导致很差的结果; 无人机上搭载的光学传感器以及无源天线阵列分别获取目标方位信息对目标进行跟踪, 为了提高跟踪精度, 文献 [42] 利用蒙特卡罗多传感

器 PHD 滤波器对两传感器获得的方位信息进行融合处理, 通过对仿真数据以及真实数据实验, 验证了融合算法的有效性; 文献 [43] 考虑一个线性相关的多传感器系统, 并利用量测扩维方法获取线性多传感器 PHD (Linear multisensor PHD, LMPHD) 滤波器, 在形式上将多传感器多目标跟踪问题简化为单传感器多目标跟踪问题, 并对量测扩维处理后的杂波 PHD 的参数以及量测噪声协方差等求解; 文献 [44] 通过引入表征状态空间与量测空间点之间联系的分化型交叉项得到多传感器 PHD 更新公式, 由于随着传感器及量测数目增多, 分化型交叉项急剧增加, 导致更新公式无法实际运作, 为此根据传感器视场情况对传感器和状态空间进行分割, 每个分割元所对应的量测及交叉项很少, 使得总计算量大大降低; 文献 [45] 首先分别对每个传感器采用 SMC PHD 算法获得局部状态估计值, 然后, 利用序贯融合方法获得多传感器多目标状态融合结果, 在目标模型以及量测模型存在非线性情况下, 多传感器 PHD 融合性能高于单传感器目标跟踪性能. 文献 [46] 分析了迭代更新法的不合理之处, 即传感器迭代次序的不同会导致更新结果不一致, 针对此问题, 放宽假设条件, 将 PHD 更新公式表示为各传感器 PHD 伪似然的乘积形式, 提出乘积多传感器 PHD (Product multisensor PHD, PMPHD) 和乘积多传感器 CPHD (Product multisensor cardinalized PHD, PMCPHD) 滤波器, 经分析知 PMCPHD 具有潜在的计算优势, 而 PMPHD 则需要较大的计算量; 当所有传感器都没有回波信息时, PMPHD 就会退化成文献 [12] 中提到的真实多传感器 PHD 滤波器; 只有一个传感器工作时, PMPHD 退化为 PHD, 而 PMCPHD 则退化为 CPHD; 当不存在漏检、虚警以及目标数先验已知时, PMPHD 和 PMCPHD 退化为多传感器单目标贝叶斯滤波器; 当传感器之间有相互独立的视场时, PMPHD 和 PMCPHD 也无法退化成独立的没有交互的滤波器.

### 3 PHD 平滑算法进展

滤波算法通常是根据所有历史以及当前量测信息对当前目标状态进行估计, 获取最优估计值, 而利用更多的后续量测信息对某一时刻状态估计进行平滑则会得到更精确的估计结果<sup>[47-48]</sup>. 与多目标前向滤波器归纳形式类似<sup>[49-50]</sup>, 后向平滑算法也可推广到随机有限集. 考虑到  $k$  时刻以及所有历史量测信息,  $t$  ( $t < k$ ) 时刻的多目标平滑密度为

$$f_{t|k}(X_t|Z_{1:k}) = f_{t|t}(X_t|Z_{1:t}) \times \int \frac{f_{t+1|k}(X_{t+1}|Z_{1:k})f(X_{t+1}|X_t)}{f_{t+1|t}(X_{t+1}|Z_{1:t})} \delta X_{t+1} \quad (7)$$

上式中,  $f_{t|t}(X_t|Z_{1:t})$  为  $t$  时刻的滤波更新后的多目标密度,  $f_{t+1|k}(X_{t+1}|Z_{1:k})$  为  $t+1$  时刻平滑后的多目标密度,  $f(X_{t+1}|X_t)$  为多目标马尔科夫转移密度函数,  $f_{t+1|t}(X_{t+1}|Z_{1:t})$  为贝叶斯归一化因子. 类似 PHD 滤波器中 PHD 的求取方式, 平滑 PHD 公式为

$$D_{t|k}(x_t|Z_{1:k}) = D_{t|t}(x_t|Z_{1:t})(1 - e_{t+1|t}(x_t)) + D_{t|t}(x_t|Z_{1:t}) \int \frac{D_{t+1|k}(x_{t+1}|Z_{1:k})f_{t+1|t}(x_{t+1}|x_t)}{D_{t+1|t}(x_{t+1}|Z_{1:t})} dx_{t+1} \quad (8)$$

上式中,  $e_{t+1|t}(x_t)$  表示目标存活概率,  $D_{t+1|t}(x_{t+1}|Z_{1:t})$  为预测 PHD. 文献 [51] 对 Mahler<sup>[52]</sup> 和 Vo<sup>[53]</sup> 分别提出的联合目标检测与跟踪以及联合目标检测与估计滤波器进行阐述, 利用联合目标检测与跟踪模型, 结合随机集理论以及贝努力过程积分法, 推导出前向-后向平滑器和双滤波平滑器, 并利用概率生成泛函法得到对应的最优 PHD 平滑器, 但这两个平滑器只适用于单目标环境; 文献 [54] 针对线性高斯和模型、具有随机集观测的线性高斯模型、线性高斯贝努力模型以及线性高斯多目标 PHD 模型假设, 给出了后向平滑递归式的解析形式; 文献 [55] 采用序贯蒙特卡洛方法执行文献 [51] 中的平滑算法; 文献 [56] 采用空间分割法将监视区域划分为多个单元格, 且每个单元最多容纳一个目标, 把 PHD 当作状态空间单位体积内存在一个目标的概率, 并利用序贯蒙特卡洛法执行 PHD 平滑器, 仿真发现平滑器使得目标状态估计及目标数估计更加精确, 但结果延时输出; 文献 [57] 考虑到对机动目标跟踪时, 单模型法难以给出目标精确的状态估计, 则采用多模型 PHD 平滑算法来改善对多机动目标跟踪的性能; 文献 [58] 结合多目标前向-后向平滑器公式以及坎贝尔定理, 类似 PHD 滤波器的推导, 将马尔科夫转移似然代替 PHD 伪似然、目标存活概率代替检测概率以及新生目标 PHD 代替杂波 PHD, 得到前向-后向 PHD 平滑器; 由于序贯蒙特卡洛 PHD 平滑器计算量较大, 文献 [59] 对每个粒子状态加入标签位, 使得能够通过标签来对粒子团进行区分, 因此, 后向平滑更新公式则只对具有相同标号的粒子有效, 而不是对所有粒子进行更新计算, 从而使得计算复杂度与目标数呈线性关系, 与杂波数无关.

### 4 PHD 性能评估指标

由于多目标状态是状态向量的有限集而不是单一向量, 不仅多目标状态随时间演变, 目标数也在不断变化, 则多目标系统与单目标系统本质上是不同的. 脱靶距离在对滤波和控制算法表述以及评估时是必不可少的, 单目标系统中广泛使用的最

小二乘解、期望值、均值以及均方根误差等最优性概念脱离脱靶距离概念则会让人费解,但其概念只是在单目标系统中得到应用,多目标系统并没有引入脱靶距离观念.文献[60]提出使用最优指派方法对瞬时算法综合性能评估,但其只能度量具有势一致的多目标状态的距离;Hausdorff 距离是广为人知的度量两个目标状态集距离的方法,虽然能适应势不一致的多目标状态集,相对而言还是不太敏感,Hoffman 等<sup>[61]</sup>对 Hausdorff 距离给予完整证明,基于 Wasserstein 距离提出了第一个多目标脱靶距离的严谨理论,得到最优质量转移 (Optimal mass transfer, OMAT) 度量,该度量对目标状态集的势不一致更加敏感,且当两目标状态集的势一致时,继承了最优指派方法的物理直观描述;文献[62]对多目标系统的几种脱靶距离度量的局限进行分析,现存的几种度量存在不稳定问题以及当目标状态集的势不一致时,缺乏物理直观描述的问题,为此提出最优子模式指派 (Optimal subpattern assignment, OSPA) 度量,解决了上述局限问题;由于 OSPA 度量是定义在目标状态空间综合考虑集合的势误差以及状态估计得到的一个点集间的度量,并不适用于对多目标跟踪性能的评判,因此,需要建立一个有限航迹集空间的度量,文献[63–64]考虑有限航迹集中的航迹为一系列标记的时间序列且航迹长度并不一致,对标准的 OSPA 度量进行改进,综合考虑势误差、位置估计误差以及航迹标签误差得到基于 OSPA 的航迹度量;基于欧几里得距离得到的 OSPA 度量只考虑了目标状态,文献[65]则利用赫林格距离,将协方差信息引入 OSPA 度量中,得到 HOSPA (Hellinger OSPA) 度量,并对几种多传感器 PHD 以及 CPHD 滤波器进行性能评估.

为了对各个多目标系统的度量进一步阐述,首先引入度量的定义, $\Pi$  为任意非空集合,对于函数  $d: \Pi \times \Pi \rightarrow \mathbf{R}_+ = [0, \infty)$ ,若满足一致性、对称性以及三角不等式等三条公理,则称为度量.

一致性: 当且仅当  $x = y$  时,  $d(x, y) = 0$ ;

对称性: 对任意  $x, y \in \Pi$ ,  $d(x, y) = d(y, x)$ ;

三角不等式: 对任意  $x, y, z \in \Pi$ ,  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ .

对于一个封闭有界的观测窗  $\Omega \subseteq \mathbf{R}^N$ ,  $\Pi$  是  $\Omega$  的有限子集的集合,  $d$  是定义在  $\Omega$  上的度量,  $d_H$ 、 $d_p$ 、 $d_p^C$ 、 $d_p^T$  分别表示定义在  $\Pi$  上的 Hausdorff 度量、OMAT 度量、OSPA 度量、OSPA 航迹度量.

1) Hausdorff 度量

$X$  和  $Y$  是  $\Omega$  的有限非空子集,则可以得到 Hausdorff 度量:

$$d_H(X, Y) =$$

$$\max\left\{\max_{x \in X} \min_{y \in Y} d(x, y), \max_{y \in Y} \min_{x \in X} d(x, y)\right\} \quad (9)$$

2) OMAT 度量

$\forall p \in [1, \infty)$ ,  $X = \{x_1, \dots, x_m\}$  和  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$  是  $\Omega$  的有限非空子集,有如下定义:

$$d_p(X, Y) := \min_C \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{i,j} d(x_i, y_j)^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (10)$$

$$d_\infty(X, Y) := \min_C \max_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \tilde{C}_{i,j} d(x_i, y_j) \quad (11)$$

上式中,  $C = (C_{i,j})_{m \times n}$ , 当  $C_{i,j} \neq 0$  时,  $\tilde{C}_{i,j} = 1$ , 否则,  $\tilde{C}_{i,j} = 0$ . 若任意元素  $C_{i,j} \geq 0$ , 且

$$\sum_{j=1}^n C_{i,j} = \frac{1}{m}, \quad \sum_{i=1}^m C_{i,j} = \frac{1}{n}, \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \quad (12)$$

则  $C$  为转移矩阵,且构成了凸多胞形<sup>[66]</sup>.  $d_p$  为  $p$  阶 OMAT 度量,  $d_\infty$  是无穷阶 OMAT 度量.

3) OSPA 度量

引入分离参数  $c > 0$ , 使得  $x, y \in \Omega$  之间的距离  $d^{(c)}(x, y) := \min(c, d(x, y))$ ,  $\forall k \in \mathbf{N} = \{1, 2, \dots\}$ ,  $\Psi_k$  表示  $\{1, 2, \dots, k\}$  的任意排序集合,  $\forall p \in [1, \infty)$ ,  $c > 0$ ,  $X = \{x_1, \dots, x_m\}$  和  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$  是  $\Omega$  的有限子集,有如下定义: 若  $m \leq n$ , 则  $p$  阶 OSPA 度量为

$$d_p^C(X, Y) := \left( \frac{1}{n} \left( \min_{\psi \in \Psi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, y_{\psi(i)})^p + c^p(n - m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (13)$$

若  $m > n$ , 则  $d_p^C(X, Y) := d_p^C(Y, X)$ , 无穷阶 OSPA 度量为

$$d_\infty^C(X, Y) := \begin{cases} \min_{\psi \in \Psi_n} \max_{1 \leq i \leq n} d^{(c)}(x_i, y_{\psi(i)}), & m = n \\ c & m \neq n \end{cases} \quad (14)$$

当阶数参数  $p$  增加而分离参数  $c$  保持不变时,性能指标  $d_p^C$  则对那些远离任何真实状态的估计点非常敏感,在距离误差上影响较大.因为  $p$  越大,  $p$  阶均值将会对大的估计值给予更大的权值.分离参数  $c$  决定了集合的势误差在总误差中占得比重,  $c$  值越大,则 OSPA 度量越偏重于势误差,可以作为指派给虚假航迹造成损失的一种度量.

4) OSPA 航迹度量

记离散时间序列  $\tau = (t_1, t_2, \dots, t_K)$ , 航迹  $X$  是序列长度为  $K$  的标签序列, 即  $X =$

$(X_1, X_2, \dots, X_K)$ ,  $X_k$  可以是空集或者单元素集合, 其元素为  $(\ell, x_k)$ ,  $\ell \in \mathbf{N}$  是航迹标号,  $x_k \in \Omega$  是状态向量, 引入二值航迹指示变量  $e_k$ , 有如下式成立:

$$X_k = \begin{cases} \emptyset, & e_k = 0 \\ \{(\ell, x_k)\}, & e_k = 1 \end{cases} \quad (15)$$

记  $X_k$  是  $t_k$  时刻所有航迹的集合, 则  $X_k \in \mathcal{X}_k$ ,  $\mathcal{X}_k$  是  $\mathbf{X}_k$  随机子集的集合.  $\Xi_k \in \mathcal{X}_k$  表示  $t_k$  时刻真实航迹集合,  $\Lambda_k \in \mathcal{X}_k$  表示  $t_k$  时刻估计航迹集合, 则有:

$$\Xi_k = \{(\ell_1, x_{k,1}), \dots, (\ell_m, x_{k,m})\} \quad (16)$$

$$\Lambda_k = \{(s_1, y_{k,1}), \dots, (s_n, y_{k,n})\} \quad (17)$$

若  $m \leq n$ , 则 OSPA 度量为

$$d_p^T(\Xi_k, \Lambda_k) := \frac{1}{n} \left( \min_{\psi \in \Psi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\tilde{x}_{k,i}, \tilde{y}_{k,\psi(i)})^p + c^p(n-m) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (18)$$

$$d^{(c)}(\tilde{x}_{k,i}, \tilde{y}_{k,\psi(i)}) := \min(c, d(\tilde{x}_{k,i}, \tilde{y}_{k,\psi(i)})) \quad (19)$$

其中,  $\tilde{x}_{k,i} = (\ell_i, x_{k,i})$ ,  $\tilde{y}_{k,\psi(i)} = (s_{\psi(i)}, y_{k,\psi(i)})$ ,  $d(\tilde{x}, \tilde{y})$  表示基础度量.

$$d(\tilde{x}, \tilde{y}) = (d(x, y)^{p'} + d(\ell, s)^{p'})^{\frac{1}{p'}} \quad (20)$$

$$d(x, y) = \|x - y\|_{p'} \quad (21)$$

$$d(\ell, s) = \alpha \delta(\ell, s) \quad (22)$$

$$\delta(\ell, s) = \begin{cases} 1, & \ell \neq s \\ 0, & \ell = s \end{cases} \quad (23)$$

式中,  $\alpha \in [0, c]$  作为标签误差的控制参数.

## 5 PHD 应用领域

近几年来 PHD 的发展得到广泛关注及应用, 且越来越多的学者将 PHD 应用于地面目标跟踪<sup>[67-70]</sup>、弱小目标检测前跟踪<sup>[71-73]</sup>、多机动目标跟踪<sup>[74-77]</sup>、群目标跟踪<sup>[78-80]</sup>、延展目标跟踪<sup>[66, 81-82]</sup>、被动跟踪<sup>[83-85]</sup>、DOA (Direction of arrival) 跟踪<sup>[86]</sup>、计算机视觉<sup>[87-88]</sup>、医学图像处理<sup>[89]</sup>、交通管制<sup>[90]</sup>、传感器网络以及传感器管理<sup>[91-98]</sup> 等各个方面.

由于地形约束, 地面目标跟踪成为一个非线性问题. 文献 [67] 对 SMCPHD 滤波器和序贯蒙特卡罗滤波器对比描述, 针对分别在公路、田野以及森林中穿行的同一类型目标进行跟踪, 根据地形图创建非线性运动模型, 且量测包括目标位置、速度及方

向信息. 仿真中三个车辆沿公路行驶, 某时刻其中一个车辆驶离公路而进入田野中, 结果表明 SMCPHD 对目标数估计性能较差, 位置估计精度相当; Ulmke 等<sup>[67]</sup> 将 GMCPHD 滤波器应用到使用地面移动目标指示 (Ground moving target indicator, GMTI) 雷达对道路约束地面目标进行检测与跟踪的问题, 考虑地形图和离散化误差, 采用高斯和方法将数字地形图信息引入到贝叶斯框架中, 针对 GMTI 雷达的多普勒失效问题, 将检测概率建模为状态的函数, 证明了在单目标场景下 GMCPHD 滤波器与多假设跟踪器的等效性, 但对 CPU 和存储要求相对较低. Kohlleppel<sup>[69]</sup> 则将 GMPHD 应用于使用机载扫描雷达对地面目标跟踪的问题, 实验数据来自于带有合成孔径雷达以及 GMTI 模式的试验性机载侦察雷达系统.

对低信噪比环境下对目标进行检测和跟踪是一个非常困难的问题, 传统的跟踪方法只利用了部分量测数据, 丢失了大量有用信息. 而检测前跟踪 (Track before detect, TBD) 技术则充分利用原始数据信息对目标进行联合检测与跟踪, 但存在计算量大以及强非线性和非高斯问题. Punithakumar 等<sup>[71]</sup> 将 SMCPHD 滤波器融入到递推贝叶斯检测前跟踪方法框架中, 仿真过程, 传感器提供两维图像信息, 每幅图由 20 像素 ~ 20 像素的分辨单元组成, 有三个低信噪比目标在不同时刻进入监视区域做匀速直线运动, 结果表明该算法能对低信噪比目标进行检测与跟踪; 基于 SMCPHD 的检测前跟踪方法并没有遵循 PHD 滤波器的两个基本假设: 标准多目标观测模型和每帧虚警的数目应服从泊松分布, 因而限制了其实际应用价值, 文献 [72] 分析传统多目标跟踪问题中 PHD 滤波器的适用模型和假设, 针对传统 TBD 观测模型不符合随机集建模的基本假设, 提出“标准”多目标观测模型, 对噪声进行泊松化, 进而解决杂波数目服从泊松分布问题, 仿真结果表明, 在估计精度及计算量上该算法优于多目标粒子滤波器; 文献 [73] 将基于 PHD 的检测前跟踪方法应用于多输入多输出 (MIMO) 雷达系统, 并提出多传感器 TBD 算法处理来自于不同发射-接收器组的信号, 且在综合似然计算过程考虑不同传感器的观测性能, 使得计算结果更加精确.

Punithakumar 等<sup>[74]</sup> 将跳变马尔科夫转换的多模型方法引入到 SMCPHD 框架中, 从模型转移概率进行采样, 在对转弯机动目标跟踪时, 表现出了较好的跟踪性能; Pasha 等<sup>[75-76]</sup> 将多模型方法引入到 GMPHD 框架中, 同时考虑了三种运动模型, 即匀速直线、顺时针匀速转弯以及逆时针匀速转弯模型, 在对多机动目标跟踪中表现了较 IMMJPDA (Interacting multiple model JPDA) 更好的性能,

而文献 [76] 将交互式多模型与 GMPHD 相结合, 使得多模型 GMPHD 算法得到了进一步推广。

Ahlberg<sup>[78]</sup> 等将 PHD 应用于 IFD03 态势评估仿真器系统中的群目标跟踪问题, 利用基于证据推理的效能聚类方法对效能结构检测以及归类, 针对每一个效能结构水平都有对应的 PHD 滤波器对群目标跟踪, 且该滤波器考虑了地形仿真器提供的先验信息; 文献 [79] 对基于 GMPHD 滤波方法的群目标跟踪问题研究, 通过创建一个具有关联关系的目标估计状态图表来形成目标群, 以此来限制各目标高斯项在其对应的群中运动, 并且可以通过 PHD 中航迹维持方法来识别目标群航迹; 文献 [80] 则将 SMCPHD 应用于视频中人群的跟踪。

为了对延展目标进行跟踪处理, Mahler<sup>[82]</sup> 根据 Gilholm 等提出的泊松延展目标量测模型<sup>[81]</sup> 对 PHD 进行改进, 得到延展目标 PHD 的更新公式, 但未能给出计算可行的实际方法; 文献 [66] 利用混合高斯 PHD 滤波方法实现对延展目标的跟踪, 将量测集分为多个量测子集, 且每个子集包含来自于同一个目标源的量测, 仿真中分别对单目标和多目标进行跟踪, 结果表明延展目标 GMPHD 滤波性能优于传统 GMPHD 滤波器。

Balakumar 等<sup>[86]</sup> 将 SMCPHD 滤波方法应用到非平稳传感器环境下的窄带远声场信号源的跟踪问题中, 且探测设备采用均匀线性被动传感器阵列, 将实际的传感器量测模型转换为检测型模型, 并利用离散傅里叶变换方法对波达方向 (DOA) 进行粗略估计, 将这些估计值作为 SMCPHD 的量测输入对信源数、DOA 以及强度估计。

Subramaniam 等<sup>[83]</sup> 将 PHD 滤波器应用到无源相干定位 (Passive coherent location, PCL) 雷达系统的目标跟踪问题中, 由于使用 PCL 技术进行多目标跟踪具有较高的方位误差且系统存在高非线性, 则分别采用量测转换卡尔曼 (Converted measurement Kalman filter, CMKF)、不敏卡尔曼 (UKF) 以及 SMCPHD 滤波方法进行跟踪处理, 在低方位误差的模拟场景中, 综合计算复杂度及估计精度, UKF 性能最好, 而对具有高方位误差的真实数据处理时, SMCPHD 则具有更好的性能; Kemper 等<sup>[84]</sup> 将 SMCPHD 应用到无源红外定位 (Passive infrared location, PIL) 问题中, 能够根据人体的热辐射对其进行实时定位及跟踪, 针对红外传感器探测距离有限带来的漏检问题, 提出综合考虑房间尺寸及目标位置来确定检测概率, 仿真中分别考虑了同向和逆向行走的两人场景以及三人场景, 当逆向的两人碰面时, 会带来较大位置估计误差, 人数的增加则会带来较大目标数估计误差。

多传感器管理本质上是一个非线性最优控制

问题, 由于多传感器系统包含数目随机多变的的目标集、量测集、传感器集以及传感器搭载平台集合, 因此, 多传感器管理又是一个随机多目标问题。Mahler<sup>[92-93]</sup> 将所有传感器与目标建模为一个单独联合动态演变的多目标随机系统, 并通过多传感器多目标滤波器估计系统状态, 具体处理时引入后验期望目标数 (Posterior expected number of targets, PENT) 作为传感器管理目标函数, 将其与 PHD 滤波器结合获取联合 PHD 预测及更新公式, 文献 [94-97] 将该方法用于近地轨道目标跟踪以及异类传感器管理, 文献 [98] 结合未知动态变化的杂波情形下 PHD 和 CPHD 滤波器的改进方法, 给出了计算可行的 PENT 公式, 从而得到了一个统一未知动态杂波情形下的传感器管理方法。

由于 PHD 滤波器在解决多目标跟踪领域的优势, 随着国外研究的发展推动, 国内有很多科研单位已经开始进行该领域的探索研究<sup>[99-103]</sup>, 如清华大学、国防科技大学、中国科技大学、复旦大学、上海交通大学、西安交通大学、海军航空工程学院、华中科技大学、西安电子科技大学、杭州电子科技大学等。同时包括韩崇昭、何友、姬红兵等科学家及其研究团队在随机集领域做了大量的理论工作, 取得了一大批研究成果, 研究的重点主要集中在 PHD 的执行方法<sup>[104-107]</sup>、及滤波器的应用<sup>[108-111]</sup> 等方面。

## 6 PHD 技术展望

纵观上述研究进展, 着眼于完善 PHD 滤波体制的发展需要, 基于 PHD 滤波框架的多目标跟踪技术未来需要重点关注的问题可总结为:

1) PHD 执行方法研究: 尽管基于 SMC 以及 GM 等执行方法的 PHD 滤波器被广大科研工作者所采用, 但 SMC 类方法对重要性密度函数的选择要求较高且难以确定该类函数, 另外, 需要大量采样近似计算, 对计算能力要求较高; GM 类方法要求线性高斯假设, 虽然能够采取一些近似方法处理非线性非高斯问题, 但精度有损。有必要深入研究 PHD 递推式中积分特性, 寻找能够联合解析运算和数值积分运算的方法, 达到计算代价和估计精度的折中。

2) PHD 峰值提取及航迹提取方法: PHD 滤波方法本身并不能够直接输出目标状态及航迹信息, 如何将峰值提取及航迹提取融入到 PHD 滤波框架, 实现联合状态估计及航迹提取是值得研究的一个方向。

3) 非标准量测模型 (扩展目标、群目标、遮掩目标、多路径等) 下的 PHD 滤波方法: 由于标准 PHD 滤波方法是基于标准量测模型而设计的, 在出现扩展目标、群目标、遮掩目标以及多路径现象等情况下, 标准 PHD 滤波方法力不从心, 尽管相关的扩展



目标 PHD 以及群目标 PHD 等方法已见诸报道,但是仍需要从机理上研究有效可行的非标准量测模型 PHD 滤波方法。

4) 基于 PHD 滤波的多传感器多目标跟踪方法研究: 当前, 多传感器多目标 PHD 滤波方法大多假定传感器观测数据完全独立, 采用多传感器序贯处理的方式, 计算复杂度小, 但传感器顺序的选择对跟踪精度影响并没有定论, 跟踪精度和稳定性较差; 另一种是采用多传感器乘积 PHD 滤波方法, 综合考虑多传感器观测信息, 跟踪精度和稳定性较高, 但计算复杂度较高, 难以实现。因此, 有必要从机理和可行性上综合考虑, 构建多传感器 PHD 滤波器。

5) 构建 PHD 滤波的性能评价指标: 当前, 常用多目标估计性能指标仅仅考虑距离误差以及势误差等, 很少考虑跟踪系统中通常使用的航迹抖动、漏跟踪率、误跟踪率等, 随着能够实现联合峰值提取及航迹提取的 PHD 滤波方法的发展, 有必要构建能够评价航迹质量的综合性能指标; 同时现有多目标评价指标都是离线计算指标, 有必要研究在线性能评价指标, 从而实现带反馈的 PHD 滤波方法。

## 7 总结

基于 PHD 框架下的多目标跟踪方法避免了传统的量测-状态数据关联问题, 通过对后验密度的一阶统计矩的预测与更新, 最终获取目标状态及目标数估计。以 Mahler、Vo 等为代表的学者针对不同的实际问题及 PHD 存在缺陷不断对 PHD 进行修正以及改进, 并为该算法框架提出了相应的性能指标, 为 PHD 的实际应用奠定了理论基础, 同时 PHD 滤波器已经开始向实际应用迈步, 有些学者已将 PHD 滤波器应用到实测数据处理, 并得到了较为满意的性能。作为一种全新的理论完备的多目标跟踪技术, PHD 滤波体制必将强有力地推动信息融合理论和应用的发展。

本文对 PHD 滤波技术的产生发展以及当前的研究现状进行了比较详细的综述, 并对 PHD 滤波技术的未来发展方向进行阐述, 这将为我国多目标跟踪等领域的研究人员开展相关研究提供方便。

## References

- Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- Mahler R P. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Norwood: Artech House, 2007
- Bar-Shalom Y. *Tracking and Data Association*. San Diego: Academic Press, 1988
- Bar-Shalom Y, Kirubarajan T, Lin X. Probabilistic data association techniques for target tracking with applications to sonar, radar and EO sensors. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2005, **20**(8): 37–56
- Musicki D, Evans R. Joint integrated probabilistic data association: JIPDA. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, **40**(3): 1093–1099
- Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, **19**(1): 5–18
- Erdinc O, Willett P, Bar-Shalom Y. A physical-space approach for the probability hypothesis density and cardinalized probability hypothesis density filters. In: *Proceedings of the 2006 Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE, 2006. 623619-623619-12
- Erdinc O, Willett P, Bar-Shalom Y. Probability hypothesis density filter for multitarget multisensor tracking. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion*. Philadelphia, PA: IEEE, 2005. 25–29
- Mahler R. A theory of PHD filters of higher order in target number. In: *Proceedings of the 2006 Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE, 2006. 62350K-62350K-12
- Mahler R. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523–1543
- Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Performance of PHD based multi-target filters. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Information Fusion*. Florence: IEEE, 2006. 1–8
- Mahler R. The multisensor PHD filter: I. General solution via multitarget calculus. In: *Proceedings of the 2009 SPIE Defense, Security, and Sensing on International Society for Optics and Photonics*. Orlando, FL: SPIE, 2009. 73360D-73360D-12
- Mahler R, Lockheed Martin M S, Eagan M N. Second-generation PHD/CPHD filters and multitarget calculus. In: *Proceedings of the 2009 Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE, 2009, **7445**: 74450I
- Vo B N, Singh S, Boucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2005, **41**(4): 1224–1245
- Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4091–4104
- Clark D, Vo B T, Vo B N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters. In: *Proceedings of the 2007 IEEE Aerospace Conference*. Big Sky, MT: IEEE, 2007. 1–11
- Ouyang C, Ji H B. Weight over-estimation problem in GMP-PHD filter. *Electronics Letters*, 2011, **47**(2): 139–141
- Nandakumaran N, Sutharsan S, Tharmarasa R, Lang T, Kirubarajan T, Kirubarajan T. Rao-blackwellised approximate conditional mean probability hypothesis density filtering. In: *Proceedings of the 2009 Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE, 2009, **7445**: 74450J-1

- 19 Melzi M, Ouldali A. Joint multiple target tracking and classification using the unscented Kalman particle PHD filter. In: Proceedings of the 9th International New Circuits and Systems Conference. Bordeaux: IEEE, 2011. 534–537
- 20 Pace M, Zhang H L. Grid based PHD filtering by fast Fourier transform. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, IL: IEEE, 2011. 1–8
- 21 Clark D E, Bell J. Convergence results for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(7): 2652–2661
- 22 Johansen A M, Singh S S, Doucet A, Vo B N. Convergence of the SMC implementation of the PHD filter. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2006, **8**(2): 265–291
- 23 Clark D E, Vo B N. Convergence analysis of the Gaussian mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(4): 1204–1212
- 24 Ristic B, Clark D E, Vo B N. Improved SMC implementation of the PHD filter. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 25 Pace M, Del Moral P, Caron F. Comparison of implementations of Gaussian mixture PHD filters. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 26 Fearnhead P, Clifford P. On-line inference for hidden Markov models via particle filters. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2003, **65**(4): 887–899
- 27 Mahler R. Linear-complexity CPHD filters. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 28 Macagnano D, Freitas de Abreu G T. Adaptive gating for multitarget tracking with Gaussian mixture filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(3): 1533–1538
- 29 Clark D, Ristic B, Vo B N, Vo B T. Bayesian multi-object filtering with amplitude feature likelihood for unknown object SNR. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(1): 26–37
- 30 Lin L, Bar-Shalom Y, Kirubarajan T. Data association combined with the probability hypothesis density filter for multitarget tracking. In: Proceedings of the the 2004 SPIE conference on Signal and Data Processing on Small Targets. Orlando, Florida: SPIE, 2004. 464–475
- 31 Panta K, Vo B N, Singh S, Doucet A. Probability hypothesis density filter versus multiple hypothesis tracking. In: Proceedings of the 2004 SPIE Conference on Signal Processing, Sensor Fusion and Target Recognition. Orlando, FL: SPIE, 2004. 284–295
- 32 Papi F, Battistelli G, Chisci L, Morrocchi S, Farina A, Graziano A. Multitarget tracking via joint PHD filtering and multiscan association. In: Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Seattle, WA: IEEE, 2009. 1163–1170
- 33 Lin L, Bar-Shalom Y, Kirubarajan T. Track labeling and PHD filter for multitarget tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, **42**(3): 778–795
- 34 Danu D G, Lang T, Kirubarajan T. Assignment-based particle labeling for PHD particle filter. In: Proceedings of the 2009 SPIE conference on Signal and Data Processing on Small Targets. Orlando, FL: SPIE, 2009, **7445**: 74450D-1
- 35 Clark D E, Bell J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1441–1453
- 36 Erdinc O, Willett P, Bar-Shalom Y. The bin-occupancy filter and its connection to the PHD filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(11): 4232–4246
- 37 Dunne D, Kirubarajan T. Weight partitioned probability hypothesis density filters. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, IL: IEEE, 2011. 1–8
- 38 Panta K, Clark D E, Vo B N. Data association and track management for the Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 1003–1016
- 39 Streit R L. Multisensor multitarget intensity filter. In: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne: IEEE, 2008. 1–8
- 40 Streit R L, Stone L D. Bayes derivation of multitarget intensity filters. In: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne, Germany: IEEE, 2008. 1–8
- 41 Mahler R. The multisensor PHD filter: II. Erroneous solution via ‘Poisson magic’. In: Proceedings of the 2009 SPIE Defense, Security, and Sensing on International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2009. 73360D-73360D-12
- 42 Schikora M, Bender D, Koch W, Cremers D. Multitarget, multisensor localization and tracking using passive antennas and optical sensors on UAVs. In: Proceedings of the 2010 Security and Defence on International Society for Optics and Photonics. Bellingham, WA: SPIE, 2010. 783305-783305-9
- 43 Liu W F, Wen C L. A linear multisensor PHD filter using the measurement dimension extension approach. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Advances in Swarm Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. 486–493
- 44 Delande E, Duflos E, Vanheeghe P, Heurquier D. Multisensor PHD: construction and implementation by space partitioning. In: Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Prague, Czech Republic: IEEE, 2011. 3632–3635
- 45 Meng F B, Hao Y L, Xia Q X, Ouyang T S, Zou W. A particle PHD filter for multi-sensor multi-target tracking based on sequential fusion. In: Proceedings of the 2009 International Conference on Information Engineering and Computer Science. Wuhan, China: IEEE, 2009. 1–5
- 46 Mahler R. Approximate multisensor CPHD and PHD filters. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8

- 47 Anderson B D O, Moore J B. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979
- 48 Harvey A C. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. New York: Cambridge University Press, 1989
- 49 Bar-Shalom Y, Li X R. *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*. Storrs, CT: University of Connecticut, 1995
- 50 Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. New York: Wiley, 2001
- 51 Clark D. Joint target-detection and tracking smoothers. In: Proceedings of the 2009 SPIE Defense, Security, and Sensing on International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2009. 73360G-73360G-11
- 52 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Norwood: Artech House, 2007
- 53 Vo B T. Random Finite Sets in Multi-Object Filtering [Ph. D. dissertation], University of Western Australia, Australia, 2008
- 54 Vo B N, Vo B T, Mahler R P S. Closed-form solutions to forward-backward smoothing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(1): 2–17
- 55 Clark D E, Vo B T, Vo B N. Forward-backward sequential Monte Carlo smoothing for joint target detection and tracking. In: Proceedings of the 12th International Conference of Information Fusion. Seattle, WA: IEEE, 2009. 899–906
- 56 Nandakumar N, Punithakumar K, Kirubarajan T. Improved multi-target tracking using probability hypothesis density smoothing. In: Proceedings of the 2007 Signal and Data Processing of Small Targets. San Diego, CA: SPIE, 2007, **6699**: 66990M
- 57 Nandakumar N, Kirubarajan T. Maneuvering target tracking using probability hypothesis density smoothing. In: Proceedings of the 2009 SPIE conference on Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition. Orlando, FL: SPIE, 2009, **7336**: 73360F-1
- 58 Clark D E. First-moment multi-object forward-backward smoothing. In: Proceedings of the 13th International Conference of Information Fusion. Edinburgh: IEEE, 2010. 1–6
- 59 Nagappa S, Clark D E. Fast sequential Monte Carlo PHD smoothing. In: Proceedings of the 14th International Conference of Information Fusion. Chicago, IL: IEEE, 2011. 1–7
- 60 Rothrock R L, Drummond O E. Performance metrics for multiple-sensor multiple-target tracking. In: Proceedings of the 2000 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2000. 521–531
- 61 Hoffman J R, Mahler R P S. Multitarget miss distance via optimal assignment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2004, **34**(3): 327–336
- 62 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447–3457
- 63 Ristic B, Vo B N, Clark D. Performance evaluation of multi-target tracking using the OSPA metric. In: Proceedings of the 13th International Conference of Information Fusion. Edinburgh: IEEE, 2010. 1–7
- 64 Ristic B, Vo B N, Clark D, Vo B T. A metric for performance evaluation of multi-target tracking algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(7): 3452–3457
- 65 Nagappa S, Clark D E, Mahler R. Incorporating track uncertainty into the OSPA metric. In: Proceedings of the 14th International Conference of Information Fusion. Chicago, IL: IEEE, 2011. 1–8
- 66 Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. A Gaussian mixture PHD filter for extended target tracking. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh: IEEE, 2010. 1–8
- 67 Sidenbladh H. Multi-target particle filtering for the probability hypothesis density. In: Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion. Cairns, Australia: IEEE, 2003. 800–806
- 68 Ulmke M, Erdinc O, Willett P. GMTI tracking via the Gaussian mixture cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(4): 1821–1833
- 69 Kohlleppe R. Ground moving target tracking of PAMIR detections with a Gaussian mixture-PHD filter. In: Proceedings of the 2011 International Radar Symposium. Leipzig: IEEE, 2011. 193–198
- 70 Sidenbladh H, Wirkander S L. Tracking random sets of vehicles in terrain. In: Proceedings of the 2003 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop. Madison, Wisconsin, USA: IEEE, 2003. 98
- 71 Punithakumar K, Kirubarajan T, Sinha A. A sequential Monte Carlo probability hypothesis density algorithm for multitarget track-before-detect. In: Proceedings of the 2005 SPIE. San Diego, California: SPIE, 2005, **5913**: 59131S
- 72 Tong H S, Zhang H, Meng H D, Wang X Q. Multitarget tracking before detection via probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 2010 International Conference on Electrical and Computer Engineering. Wuhan, China: IEEE, 2010. 1332–1335
- 73 Habtemariam B K, Tharmarasa R, Kirubarajan T. PHD filter based track-before-detect for MIMO radars. *Signal Processing*, 2012, **92**(3): 667–678
- 74 Punithakumar K, Kirubarajan T, Sinha A. A multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets. In: Proceedings of the 2004 Signal and Data Proceedings of Small Targets. Orlando, FL: SPIE, 2004. 113–121
- 75 Pasha A, Vo B, Tuan H D, Ma W K. Closed form PHD filtering for linear jump Markov models. In: Proceedings of the 9th International Conference on Information Fusion. Sunnyvale, CA: IEEE, 2006. 1–8

- 76 Pasha S A, Vo B N, Tuan H D, Ma W K. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 919–936
- 77 Wood T M. Interacting methods for manoeuvre handling in the GM-PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, **47**(4): 3021–3025
- 78 Ahlberg S, Hörling P, Jöred K, Mårtensson C, Neider G, Schubert J, Sidenbladh H, Svenson P, Svensson P, Undén, Walter J. The IFD03 information fusion demonstrator. In: Proceedings of the 7th International Conference on Information Fusion. Sunnyvale, CA: IEEE, 2004. 936–943
- 79 Clark D, Godsill S. Group target tracking with the Gaussian mixture probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information. Melbourne, Qld.: IEEE, 2007. 149–154
- 80 Wang Y D, Wu J K, Kassim A A, Huang W M. Tracking a variable number of human groups in video using probability hypothesis density. In: Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition. Hong Kong, China: IEEE, 2006. 1127–1130
- 81 Gilholm K, Godsill S, Maskell S, Salmond D. Poisson models for extended target and group tracking. In: Proceedings of the 2005 SPIE conference on Signal and Data Processing on Small Targets. San Diego, California, USA: SPIE, 2005, **5913**: 59130R
- 82 Mahler R. PHD filters for nonstandard targets, I: extended targets. In: Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Seattle, WA: IEEE, 2009. 915–921
- 83 Subramaniam M, Tharmarasa R, McDonald M, Kirubarajan T. Passive tracking with sensors of opportunity using passive coherent location. In: Proceedings of the 2008 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2008. 69691F-69691F-12
- 84 Kemper J, Hauschildt D. Passive infrared localization with a probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 7th Workshop on Positioning Navigation and Communication. Dresden: IEEE, 2010. 68–76
- 85 Tobias M, Lanterman A D. Probability hypothesis density-based multitarget tracking with bistatic range and Doppler observations. *IEE Proceedings-Radar, Sonar, and Navigation*, 2005, **152**(3): 195–205
- 86 Balakumar B, Sinha A, Kirubarajan T, Reilly J P. PHD filtering for tracking an unknown number of sources using an array of sensors. In: Proceedings of the 13th Workshop on Statistical Signal Processing. Novosibirsk: IEEE, 2005. 43–48
- 87 Maggio E, Taj M, Cavallaro A. Efficient multitarget visual tracking using random finite sets. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2008, **18**(8): 1016–1027
- 88 Pham N T, Huang W M, Ong S H. Tracking multiple objects using probability hypothesis density filter and color measurement. In: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Multimedia and Expo. Beijing, China, IEEE, 2007. 1511–1514
- 89 Juang R R, Levchenko A, Burlina P. Tracking cell motion using GM-PHD. In: Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. Boston, MA: IEEE, 2009. 1154–1157
- 90 Battistelli G, Chisci L, Morrocchi S, Papi F, Benavoli A, Di Lallo A, Farina A, Graziano A. Traffic intensity estimation via PHD filtering. In: Proceedings of the 2008 European Radar Conference. Amsterdam: IEEE, 2008. 340–343
- 91 Guerriero M, Coraluppi S, Willett P. Analysis of scan and batch processing approaches to static fusion in sensor networks. In: Proceedings of the 2008 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2008. 69690Z-69690Z-10
- 92 Mahler R. Multitarget sensor management of dispersed mobile sensors. *Theory and Algorithms for Cooperative Systems*, New York: Springer, 2005
- 93 Mahler R. Sensor management with non-ideal sensor dynamics. In: Proceedings of the 2004 International Conference on Information Fusion. Sunnyvale, CA: IEEE, 2004
- 94 El-Fallah A, Zatezalo A, Mahler R K, Donatelli D. Space-based sensor management and geostationary satellites tracking. In: Proceedings of the 2007 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2007. 65670R-65670R-12
- 95 Zatezalo A, El-Fallah A, Mahler R K, Pham K. Joint search and sensor management for geosynchronous satellites. In: Proceedings of the 2008 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2008. 69680O-69680O-12
- 96 El-Fallah A, Zatezalo A, Mahler R K, Donatelli D. Dynamic sensor management of dispersed and disparate sensors for tracking resident space objects. In: Proceedings of the 2008 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2008. 69680P-69680P-11
- 97 Zatezalo A, El-Fallah A, Mahler R K, Brown J. Dispersed and disparate sensor management for tracking low earth orbit satellites. In: Proceedings of the 2009 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2009. 73360I-73360I-12
- 98 Mahler R, El-Fallah A. Unified sensor management in unknown dynamic clutter. In: Proceedings of the 2010 International Society for Optics and Photonics. Orlando, FL: SPIE, 2010. 76981I-76981I-12
- 99 Tian Shu-Rong, Wang Guo-Hong, He You. Multi-target tracking with probability hypothesis density particle filter. *Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute*, 2007, **22**(4): 417–420, 430  
(田淑荣, 王国宏, 何友. 多目标跟踪的概率假设密度粒子滤波. 海军航空工程学院学报, 2007, **22**(4): 417–420, 430)
- 100 Zhuang Ze-Sen, Zhang Jian-Qiu, Yin Jian-Jun. Rao-Blackwellized particle probability hypothesis density filter. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, **30**(4): 698–705  
(庄泽森, 张建秋, 尹建君. Rao-Blackwellized 粒子概率假设密度滤波算法. 航空学报, 2009, **30**(4): 698–705)
- 101 Yin Y J, Zhang J Q, Zhuang Z S. Gaussian sum PHD filtering algorithm for nonlinear non-Gaussian models. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, **21**(4): 341–351

- 102 Zhou Cheng-Xing, Liu Gui-Xi, Hou Lian-Yong, Zhong King-Zhi. Modified Gaussian particle probability hypothesis density filtering algorithm. *Control Theory and Applications*, 2011, **30**(4): 1005–1008  
(周承兴, 刘贵喜, 侯连勇, 钟兴质. 改进的高斯粒子概率假设密度滤波算法. 控制理论与应用, 2011, **30**(4): 1005–1008)
- 103 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Multiple-model probability hypothesis density smoother. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **30**(4): 939–950  
(连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 多模型概率假设密度平滑器. 自动化学报, 2010, **30**(4): 939–950)
- 104 Meng Fan-Bin, Hao Yan-Ling, Zhou Wei-Dong, Sun Feng. Sequential particle PHD filter algorithm based on radar and infrared sensor. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition)*, 2010, **38**(4): 14–17  
(孟凡彬, 郝燕玲, 周卫东, 孙枫. 基于雷达和红外序贯粒子 PHD 滤波融合算法. 华中科技大学学报(自然科学版), 2010, **38**(4): 14–17)
- 105 Wu Jing-Jing, Hu Shi-Qiang. Probability hypothesis density filter based multi-target visual tracking. *Control and Decision*, 2010, **25**(12): 1861–1865  
(吴静静, 胡士强. 基于概率假设密度的多目标视频跟踪算法. 控制与决策, 2010, **25**(12): 1861–1865)
- 106 Huang Zhi-Bei, Sun Shu-Yan, Wu Jian-Kang. Multiple hypotheses detection with Gaussian mixture probability hypothesis density filter for multi-target trajectory tracking. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2010, **32**(6): 1289–1294  
(黄志蓓, 孙树岩, 吴健康. 多元假设检验 GMPHD 轨迹跟踪. 电子与信息学报, 2010, **32**(6): 1289–1294)
- 107 Tan Shun-Cheng, Wang Guo-Hong, Wang Na, Jia Shu-Yi. Multi-target tracking based on PHD filter and data association. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, **33**(4): 734–737  
(谭顺成, 王国宏, 王娜, 贾舒宜. 基于 PHD 滤波和数据关联的多目标跟踪. 系统工程与电子技术, 2011, **33**(4): 734–737)
- 108 Wang Xiao, Han Chong-Zhao. A probability hypothesis density filter with multiple models for maneuvering target tracking. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, **45**(12): 1–5  
(王晓, 韩崇昭. 用于机动目标跟踪的多模型概率假设密度滤波器. 西安交通大学学报, 2011, **45**(12): 1–5)
- 109 Yan Xiao-Xi, Han Chong-Zhao. Multiple target tracking algorithm based on online estimation of target birth intensity. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 963–972  
(闫小喜, 韩崇昭. 基于目标出生强度在线估计的多目标跟踪算法. 自动化学报, 2011, **37**(8): 963–972)
- 110 Wang Pin, Xie Wei-Xin, Liu Zong-Xiang, Guo Dong. The course angle aided Gaussian mixture PHD fuzzy filter. *Signal Processing*, 2011, **27**(9): 1319–1324  
(王品, 谢维信, 刘宗香, 郭栋. 航向角辅助的高斯混合 PHD 模糊滤波方法. 信号处理, 2011, **27**(9): 1319–1324)

- 111 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Convergence analysis of the Gaussian mixture extended-target probability hypothesis density filter. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(8): 1343–1352  
(连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 高斯混合扩展目标概率假设密度滤波器的收敛性分析. 自动化学报, 2012, **38**(8): 1343–1352)



杨 峰 西北工业大学副教授. 主要研究方向为信息融合, 目标跟踪, 雷达数据处理. 本文通信作者.

E-mail: yangfeng@nwpu.edu.cn

(YANG Feng Associate professor at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers information fusion, target tracking, and radar data processing. Corresponding author of this paper.)



王永齐 西北工业大学博士研究生. 主要研究方向为信息融合, 目标跟踪, 雷达数据处理.

E-mail: wangyongqi12@163.com

(WANG Yong-Qi Ph. D. candidate at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers target tracking, information fusion, and radar data processing.)



梁 彦 西北工业大学自动化学院教授. 主要研究方向为状态估计, 信息融合, 目标跟踪.

E-mail: liangyan@nwpu.edu.cn

(LIANG Yan Professor at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers state estimation, information fusion, and target tracking.)



潘 泉 西北工业大学自动化学院教授. 主要研究方向为目标跟踪, 信息融合, 复杂系统估计.

E-mail: quanpan@nwpu.edu.cn

(PAN Quan Professor at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers target tracking, information fusion, hybrid system estimation theory.)