

## 一种信度马尔科夫模型及应用

邓鑫洋<sup>1</sup> 邓勇<sup>1,2</sup> 章雅娟<sup>1</sup> 刘琪<sup>1,3</sup>

**摘要** 马尔科夫链以其无后效性广泛应用于自然科学和工程技术领域. 经典的马尔科夫链并不能反映对象状态的不确定性, 并且当状态划分边界过于清晰时, 状态转移情况不稳定. 为了保持状态转移的稳定性以及能够有效地表示和处理对象状态的不确定性, 本文提出了一种信度马尔科夫模型. 新模型引入了 Dempster-Shafer (DS) 证据理论来描述对象状态的不确定性, 将对象的所有状态归类为一个辨识框架, 建立基本概率指派函数, 然后生成一个命题转移概率矩阵, 最后根据对象当前的状态得到将来的状态. 本文提出的信度马尔科夫模型是对经典马尔科夫链的推广, 向下兼容了它的性质. 实例表明, 新模型克服了上述缺陷, 获得了较经典马尔科夫链更加合理、准确的结果, 具有更高的有效性和实用性.

**关键词** 马尔科夫链, Dempster-Shafer 证据理论, 预测, 转移概率

**引用格式** 邓鑫洋, 邓勇, 章雅娟, 刘琪. 一种信度马尔科夫模型及应用. 自动化学报, 2012, 38(4): 666–672

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2012.00666

## A Belief Markov Model and Its Application

DENG Xin-Yang<sup>1</sup> DENG Yong<sup>1,2</sup> ZHANG Ya-Juan<sup>1</sup>  
LIU Qi<sup>1,3</sup>

**Abstract** Markov chain is widely applied to the fields of natural science and engineering technology with its non-aftereffect property. However, the classical Markov chain is unable to handle the uncertainty of state description. Besides, the state's transition is unstable when the divide boundary of states is too clear. In order to overcome these limitations, a belief Markov model is proposed in this paper. Dempster-Shafer (DS) theory of evidence is introduced to new model to represent the uncertainty of states. Firstly, the states are reduced to form a frame of discernment, and a basic probability assignment function is established. Then, as an intermediate result, a matrix of propositional transition probability is calculated. Finally, the future state can be obtained according to the current state. The proposed belief Markov model is a generalization of classical Markov chain and downward compatible with its properties. A case study shows that the limitations above mentioned are overcome and the proposed model is more effective and practicable.

**Key words** Markov chain, Dempster-Shafer (DS) theory of evidence, forecasting, transition probability

**Citation** Deng Xin-Yang, Deng Yong, Zhang Ya-Juan, Liu Qi. A belief Markov model and its application. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(4): 666–672

收稿日期 2011-06-14 录用日期 2011-10-18

Manuscript received June 14, 2011; accepted October 18, 2011  
国家自然科学基金 (60874105, 61174022), 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-08-0345), 上海市青年科技启明星计划 (09QA1402900), 重庆市自然科学基金 (CSCT, 2010BA2003), 航空科学基金 (20090557004), 上海交通大学“晨星学者计划” (T241460612) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60874105, 61174022), Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-08-0345), Shanghai Rising-Star Program (09QA1402900), Chongqing Natural Science Foundation (CSCT, 2010BA2003), Aviation Science Foundation (20090557004), and the Chenxing Scholarship Youth Found of Shanghai Jiao Tong University (T241460612)

本文责任编辑 夏元清

Recommended by Associate Editor XIA Yuan-Qing

在自然社会的诸多领域, 有很多不确定性现象遵循一类特殊的演变规则: 由系统或过程在时刻  $t_0$  所处的状态, 可以确定该系统或过程在时刻  $t > t_0$  所处的状态, 而无需借助其在时刻  $t_0$  以前所处状态的历史数据. 这类特殊的随机过程就是马尔科夫过程<sup>[1-2]</sup>. 马尔科夫性是马尔科夫过程最重要的性质, 即过程在时刻  $t_0$  所处状态已知的情况下, 过程在时刻  $t > t_0$  所处状态的条件分布与过程在时刻  $t_0$  之前所处的状态无关. 时间和状态都是离散的马尔科夫过程称为马尔科夫链.

马尔科夫链广泛应用于自然科学和工程技术领域<sup>[3-10]</sup>, 特别是在预测技术中有着深入的应用, 如预测降雨量走势<sup>[11]</sup>、评估经济运行状况<sup>[12-13]</sup>、分析蛋白质种类及跨模区<sup>[14-15]</sup> 等. 传统的马尔科夫链对易于区分的离散状态有着很好的预测效果. 然而, 当状态空间是近似连续的数值时, 其预测结果可能会随着数据的微小变动产生状态的飞跃. 另外, 当状态发生转移时, 可能无法确定马尔科夫链在下一步处于何种唯一的状态, 即状态的描述无法确切地给出. 这些问题的实质是马尔科夫链的过程序列具有不确定性, 主要表现为研究对象的状态无法明确的划分. 目前, 关于这方面的研究, 多数研究者是将模糊的概念引入到马尔科夫链中, 建立一种基于状态模糊划分的模糊马尔科夫预测模型<sup>[16-19]</sup>. 模糊马尔科夫预测模型要求在链的序列取值和表示对象状态的语言变量之间建立一个确定的隶属度函数. 但是, 现实情况中有可能并不能建立起这样一个确定的隶属度函数. 例如在某些序列取值点, 完全不知道它分别属于各个状态的隶属度, 而只知道它可能属于某几个状态, 但是具体情况是不确定的. 面对这样的情况, 模糊马尔科夫预测模型是无法表示和处理的.

针对这些缺陷和存在的问题, 本文提出了一种新的模型, 将 Dempster-Shafer (DS) 证据理论<sup>[20-22]</sup> 与马尔科夫链相结合, 得到了一种信度马尔科夫模型. 它利用定义在过程序列上的基本概率指派表示状态的不确定性, 不仅避免了预测状态发生跳跃的现象, 还克服了模糊马尔科夫模型的不足. 新模型是对经典马尔科夫链的推广, 本身向下兼容了马尔科夫链的性质, 能够有效处理马尔科夫链中状态的不确定性.

本文第 1 节介绍了马尔科夫链的基本概念和性质, 以一个案例说明了它存在的缺陷及原因. 第 2 节介绍了 DS 证据理论的相关内容. 在第 3 节详细阐述了信度马尔科夫模型建立的方法, 并对它的性质进行了研究. 第 4 节给出了信度马尔科夫模型的应用实例. 最后是本文的结论.

## 1 马尔科夫链的基本原理与存在的问题

本节主要介绍马尔科夫链的基本概念和性质, 并以一个具体案例分析说明了马尔科夫链存在的缺陷及其原因.

**定义 1.** 设  $\{X_n : n > 0\}$  是定义在概率空间  $(\Omega, F, P)$  上的随机序列.  $P$  表示概率测度, 是一个从集合  $F$  到实数域  $\mathbf{R}$  的函数,  $F$  中的每个事件都被此函数赋予一个 0 到 1 间的概率值. 对任意  $n \in \mathbf{N}^+$  以及状态  $i_1, i_2, \dots$ , 当  $P\{X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_1 = i_1\} > 0$  时, 如果有

1. 西南大学计算机与信息科学学院 重庆 400715 2. 上海交通大学电子信息与电气工程学院 上海 200240 3. 上海交通大学生命科学技术学院 上海 200240

1. School of Computer and Information Science, Southwest University, Chongqing 400715 2. School of Electronics Information and Electric Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240 3. School of Life Sciences and Biotechnology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

$$P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_1 = i_1\} = P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n\} \quad (1)$$

则称随机序列  $\{X_n : n > 0\}$  为马尔科夫链. 式 (1) 称为马尔科夫性或无后效性.

**定义 2.** 马尔科夫链  $\{X_n : n > 0\}$  称为齐次的, 如果对任意  $m, n$  和状态  $i, j$ , 只要  $P\{X_n = i\} > 0, P\{X_m = i\} > 0$ , 就有:

$$P\{X_{n+1} = j | X_n = i\} = P\{X_{m+1} = j | X_m = i\} \quad (2)$$

**定义 3.** 对于齐次马尔科夫链, 称下式定义的条件概率

$$P_{ij}(m, m+n) = P\{X_{m+n} = j | X_m = i\} \quad (3)$$

为马尔科夫链在时刻  $m$  处于状态  $i$  下, 在时刻  $m+n$  转移到状态  $j$  的转移概率. 由转移概率组成的矩阵称为转移概率矩阵.

转移概率是齐次马尔科夫链最重要的特征, 由式 (3) 定义的转移概率称为马尔科夫链的  $n$  步转移概率, 记为  $P_{ij}(n)$ . 当  $n = 1$  时, 式 (3) 定义了马尔科夫链的一步转移概率, 即

$$P_{ij} = P_{ij}(1) = P\{X_{m+1} = j | X_m = i\} \quad (4)$$

下面是马尔科夫链的一些重要性质.

设  $E$  为状态空间,  $p_{ij}^{(k)}$  表示状态  $i$  经  $k$  步转移到状态  $j$  的概率. 齐次马尔科夫链的  $k$  步转移概率具有以下性质:

**引理 1.**

$$p_{ij}^{(k)} \geq 0, \forall i, j \in E, k \geq 0 \quad (5)$$

**引理 2.**

$$\sum_{j \in E} p_{ij}^{(k)} = 1, \forall i \in E, k \geq 0 \quad (6)$$

**引理 3.**

$$p_{ij}^{(m+k)} = \sum_{r \in E} p_{ir}^{(m)} p_{rj}^{(k)}, \forall i, j \in E, m, k \geq 0 \quad (7)$$

式 (7) 称为 Chapman-Kolmogorov 方程<sup>[23]</sup>, 简称 C-K 方程, 是齐次马尔科夫链中计算  $n$  步转移概率的依据.

下面以澳大利亚 Monash 大学计量经济与商务统计学系 Hyndman 教授领导的研究团队公开的数据<sup>[24]</sup> 为例, 说明经典马尔科夫链的具体应用, 以及它存在的主要缺陷.

**例 1.** 表 1 是某公司对产品 E15 的连续 20 期的库存需求情况统计. 现在需要依据这些数据, 运用马尔科夫链对其在第 21 期的库存情况做出预测和分析.

一般来说, 运用马尔科夫链进行预测, 是通过发现一步转移概率矩阵, 然后由初始状态概率分布计算出下一步转移到各个状态的概率. 状态的概率越大, 可能性越大, 从而得到下一步可能所处的状态.

首先确定马尔科夫链的状态空间. 根据表 1 的数据, 每一期的库存数量在 137 到 229 之间, 如果直接以区间  $[137, 229]$  内的每一整数作为一种状态, 会造成状态数量过多, 而

且很多状态并未出现, 难以统计状态转移情况. 因此, 需要将状态重新归类. 归类结果如表 2 所示.

假设  $N_{ij}$  表示从状态  $i$  转移到状态  $j$  的频数, 易得

$$\begin{aligned} N_{11} &= 2, N_{12} = 3, N_{13} = 0 \\ N_{21} &= 2, N_{22} = 4, N_{23} = 2 \\ N_{31} &= 0, N_{32} = 2, N_{33} = 4 \end{aligned}$$

由  $P_{ij} = N_{ij} / \sum_{j \in E} N_{ij}$  计算转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.400 & 0.600 & 0.000 \\ 0.250 & 0.500 & 0.250 \\ 0.000 & 0.333 & 0.667 \end{bmatrix}$$

表 2 状态归类结果  
Table 2 The results of state classification

库存数量 (件)	[0, 150]	[150, 200]	(200, +∞)
状态序号	低 (L) 1	中 (M) 2	高 (H) 3

由于最后一期的库存为 200 件, 属于状态 “中”, 因此, 根据转移概率矩阵, 下一个季度的状态概率分布为:  $(L, M, H) = (0.250, 0.500, 0.250)$ . 可知, 第 21 期的最可能状态是 “中”.

现在, 仅对第 20 期的数据做一个细小的变动, 由 200 变成 201, 其余不变. 改动后重新计算这 20 期的状态转移概率矩阵:

$$P = \begin{bmatrix} 0.400 & 0.600 & 0.000 \\ 0.250 & 0.500 & 0.250 \\ 0.000 & 0.167 & 0.833 \end{bmatrix}$$

由于 201 属于状态 “高”, 因此未来一期的状态概率分布变为:  $(L, M, H) = (0.000, 0.167, 0.833)$ . 这时, 状态 “高” 的可能性变成了最大的.

不难发现, 仅仅因为最后一期数据的细微变动, 导致预测结果发生了剧烈的变化, 由一个状态跳到了另一个状态. 显然, 这是不合理的. 有理由相信, 第 20 期是 200 或 201 时, 预测结果应该是相近的. 造成这种现象的原因是, 状态划分边界过于清晰, 每个数值以概率 1 完全属于某个确定的状态. 这样, 在状态边界上就容易出现预测结果发生跳跃的现象. 然而实际的情况是, 在某些数值点, 例如 200, 它可能以 0.4 的概率属于状态 “中”, 以 0.6 的概率属于状态 “高”; 或者完全不知道它分别属于某些状态的概率, 而只知道它属于状态 “中” 或者状态 “高”, 具体情况是不确定的. 前一种情况尚可利用概率论、模糊集等方法加以分析, 而后一种情况则需要借助新的处理方法. 深入考察后者发现, 这正是在基本事件的子集上进行概率指派, 属于 DS 证据理论的研究范畴. 因此, 自然想到将 DS 证据理论引入到马尔科夫链, 建立信度马尔科夫模型.

## 2 Dempster-Shafer 证据理论

DS 证据理论 (Dempster-Shafer theory of evidence, 以下简称证据理论) 是由 Dempster 与 Shafer 建立和发展起来的一种不精确推理理论, 能够处理先验概率未知引起的不确

表 1 产品 E15 的连续 20 期库存需求统计  
Table 1 Inventory demand for Product E15 in 20 consecutive periods

时间 $t$ (期)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
库存数量 (件)	143	152	161	139	137	174	142	141	162	180	164	171	206	193	207	218	229	225	204	200

定性, 满足比概率论更弱的公理系统<sup>[20-21]</sup>. 该理论将基本事件空间推广到基本事件 (又称辨识框架) 的幂集, 在辨识框架的子集 (命题) 上根据基本概率指派函数 BPA (Basic probability assignment) 进行概率指派, 得到每个子集 (命题) 的基概率数, 从而组成一个证据. 目前, 证据理论作为信息融合的重要工具, 在目标识别<sup>[25-26]</sup>、聚类组合<sup>[27-28]</sup>、决策分析<sup>[29-32]</sup>、图像处理<sup>[33]</sup> 等方面都有广泛的应用.

下面是证据理论中的一些基本概念.

**定义 4.** 设  $U$  是随机变量  $X$  的所有可能值的穷举集合, 且  $U$  中的各元素互斥, 则称  $U$  为  $X$  的一个辨识框架.  $U$  的幂集合  $2^U$  称为辨识框架的幂集. 幂集中的每个元素对应于一个关于  $X$  取值情况的命题 (子集).

**定义 5.** 设  $U$  为辨识框架,  $U$  的幂集  $2^U$  构成命题集合  $2^U$ , 对任一属于  $U$  的子集  $A$  (命题), 如果函数  $m: 2^U \rightarrow [0, 1]$  满足:

$$\sum_{A \subseteq U} m(A) = 1 \quad (8)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (9)$$

则称  $m$  为  $2^U$  上的基本概率指派函数 BPA, 称  $m(A)$  为  $A$  的基概率数. BPA 反映了证据对辨识框架中的命题的支持程度. 若满足  $m(A) > 0$ , 则称  $A$  为焦点.

由于证据理论是在辨识框架的子集上进行概率指派, 得到的 BPA 通常并不只是关于单个基本事件的概率, 而涉及多个状态集合的概率指派. 正是这样, 它才能反映现实世界的不确定性. 然而, 直接利用 BPA 不便于进行决策, 常将 BPA 转换为概率后再基于概率做出最终决策. 典型方法是 Semts 可传递信度模型 (Transferable belief model, TBM) 中的 Pignistic 概率转换 (Pignistic probability transformation, PPT)<sup>[34-35]</sup>.

**定义 6.** 设  $(U, \mathfrak{R})$  是一个命题空间,  $m$  是  $\mathfrak{R}$  上的基本信度指派,  $|A|$  为  $A$  中  $\mathfrak{R}$  的原子数, 对  $\mathfrak{R}$  的任一原子  $x$ :

$$BetP(x) = \sum_{x \subseteq A \in \mathfrak{R}} \frac{m(A)}{|A|} \quad (10)$$

PPT 是将多子集上的 BPA 均分到单子集上, 下面给出 PPT 的例子.

**例 2.** 设某一基本概率指派为  $m(\{\alpha_1\}) = 0.3$ ,  $m(\{\alpha_2\}) = 0.1$ ,  $m(\{\alpha_3\}) = 0.2$ ,  $m(\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}) = 0.4$ .

根据 PPT, 有:

$$BetP(\alpha_1) = 0.3 + \frac{0.4}{4} = 0.4$$

$$BetP(\alpha_2) = 0.1 + \frac{0.4}{4} = 0.2$$

$$BetP(\alpha_3) = 0.2 + \frac{0.4}{4} = 0.3$$

$$BetP(\alpha_4) = \frac{0.4}{4} = 0.1$$

### 3 信度马尔科夫模型及其性质

现实世界中的信息往往具有随机性、模糊性等各种不

确定性. 概率论主要是对随机性进行处理, 用概率对随机事件发生的可能性进行度量. 而 DS 证据理论在不确定信息表示方面要优于概率论, 它不仅可以将经验性、条件性信息进行融合, 而且随机信息、模糊信息也能通过不同的手段转换到证据理论的框架下进行处理. 纵观证据理论的发展史, Dempster 以 BPA 表示不确定信息<sup>[20]</sup>, Shafer 在他的书中系统地论述了信度函数和似然函数作为命题的上限函数和下限函数<sup>[21]</sup>, Smets 则将基本概率指派 (BPA) 推广为基本信度指派 (Basic belief assignment, bba)<sup>[34]</sup>, 对命题为真的程度进行量化. 可以看出, 信度作为一个区别于概率的概念, 在证据理论中表示不确定性. 信度的另一层涵义是支持度、确信念. 本文拟建立的模型是要将证据理论和马尔科夫链结合起来, 也可以看做是信度与马尔科夫链的结合, 因此, 将新模型称作信度马尔科夫模型. 具体做法是:

**步骤 1.** 依据样本的情况确定状态空间, 在必要时将数据归类为几个大的状态以减少状态数量. 这些状态组成一个辨识框架  $U$ .

**步骤 2.** 根据应用的需要, 在辨识框架的幂集  $2^U$  上建立一个基本概率指派函数, 从而得到每个样本数据关于  $2^U$  的基本概率指派 (BPA).

**步骤 3.** 依据所有样本的 BPA 计算马尔科夫链的单步命题转移概率矩阵  $[P_{ij}]$ ,  $i, j \in 2^U$ .  $P_{ij}$  表示信度马尔科夫模型中命题  $i$  转移到命题  $j$  的转移概率:

$$P_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (m(i)_t \cdot m(j)_{t+1})}{\sum_{j \in 2^U} \sum_{t=1}^{n-1} (m(i)_t \cdot m(j)_{t+1})}, \quad i \in 2^U \quad (11)$$

其中,  $m(i)_t$  表示时刻  $t$  下命题  $i$  的基概率数,  $n$  为马尔科夫链的长度.

**步骤 4.** 设样本最后一期数据的基本概率指派为  $m = [m(i)]$ ,  $i \in 2^U$ . 则下一期的分布情况  $m'$  可由下面的公式得到:

$$m' = m \cdot [P_{ij}] \quad (12)$$

**步骤 5.** 采用 PPT 等概率转换方法将上一步得到基本概率指派  $m'$  转换成基本状态的概率分布  $[p(i)]$ ,  $i \in U$ , 得到最终结果.

**注 1.** 在信度马尔科夫模型建立的步骤 2 中, 并没有给出具体的基本概率指派函数设计方案, 使用者可以根据具体环境灵活设计 BPA 函数, 得到适合应用环境要求的计算结果, 这样不至于降低新模型的通用性.

信度马尔科夫模型是在马尔科夫链的基础上建立的, 能够表示和处理不确定性. 当对象状态的描述能够确切地给出时, 信度马尔科夫模型便退化为经典的马尔科夫链. 信度马尔科夫模型具有以下的一些性质.

设  $U$  为辨识框架,  $2^U$  为辨识框架的幂集,  $p_{ij}^{(k)}$  表示命题  $i$  经  $k$  步转移到命题  $j$  的概率.

**引理 4.** 设  $\{X_n : n > 0\}$  为信度马尔科夫链, 对任意正



$$P = \begin{bmatrix} 0.2986 & 0.2611 & 0.4403 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2208 & 0.3333 & 0.4458 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1766 & 0.1260 & 0.4557 & 0.1399 & 0.1018 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1167 & 0.5574 & 0.3259 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0452 & 0.2935 & 0.6613 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

然后, 根据最后一期样本数据的基本概率指派可以得到下一期的信度分配情况. 本例中, 第 20 期的库存量为 200 件, 对应的 BPA 为  $m(L) = 0, m(L, M) = 0, m(M) = 0, m(M, H) = 1, m(H) = 0, m(L, H) = 0, m(L, M, H) = 0$ . 此时, 在已经求得命题转移概率矩阵和最后一期数据的基本概率指派的情况下, 运用式 (12) 得到第 21 期的 BPA 为  $m(L) = 0, m(L, M) = 0, m(M) = 0.1167, m(M, H) = 0.5574, m(H) = 0.3259, m(L, H) = 0, m(L, M, H) = 0$ . 最后, 进行 Pignistic 概率转换, 将基本概率指派转换为单个基本状态的概率分布. 得到的概率分布为  $(L, M, H) = (0, 0.3954, 0.6046)$ . 因此, 第 21 期出现状态“高”的可能性最大.

同样, 现在将最后一个时期的数据从 200 变为 201, 其余条件均不变, 类似上述的计算过程, 得到新情况下第 21 期的 BPA 为  $m(L) = 0, m(L, M) = 0, m(M) = 0.1119, m(M, H) = 0.5205, m(H) = 0.3676, m(L, H) = 0, m(L, M, H) = 0$ . 进行 Pignistic 概率转换后的基本状态概率分布为  $(L, M, H) = (0, 0.3722, 0.6278)$ . 出现状态“高”的可能性还是最大.

这样的结果与实际情况一致, 是合理的. 不仅如此, 当第 20 期的数据为 199 时, 下一季度仍然是状态“高”的可能性最大, 再次验证了信度马尔科夫模型的有效性. 表 4 列出了当最后一期数据从 195 变化到 205 时, 信度马尔科夫模型对下一期的预测结果. 图 2 显示了这一过程中第 21 期可能所处状态的概率分布情况. 可以看到, 状态概率的变化是缓慢

而又连续的, 没有出现在状态分界处发生跳跃的现象. 从它们的 BPA 变化情况更加可以明显地看到辨识框架下各个状态集概率变化的过程. 因此, 归结起来就是说, 在一个设定的状态划分标准下, 未来状态的预测结果并不随最后一期数据的细微波动而发生突然的“跳跃”, 而是保持连续一致的变化, 以最终实现状态的改变, 这正是信度马尔科夫模型稳定性的表现.

实际上, 本文关注的是如何对数据进行建模以便分析其未来的变化趋势, 本质上是一种分类和预测的方法. 目前, 已经存在大量的分类、预测算法, 各有优缺点. 例如支持向量机是基于结构风险最小化原理提出的分类算法, 对复杂的非线性决策边界的建模能力非常强, 但是当样本数目较多时, 其训练速度较慢, 并且对于存在多个类别的分类问题还需要探索更为有效的处理方法. 贝叶斯分类算法是一类基于贝叶斯定理的利用概率统计知识进行分类的算法, 例如朴素贝叶斯、贝叶斯信念网络等. 它们的优点是具有较高的准确率和较快的速度. 但是这类算法依赖于一个很强的独立性假设前提, 而

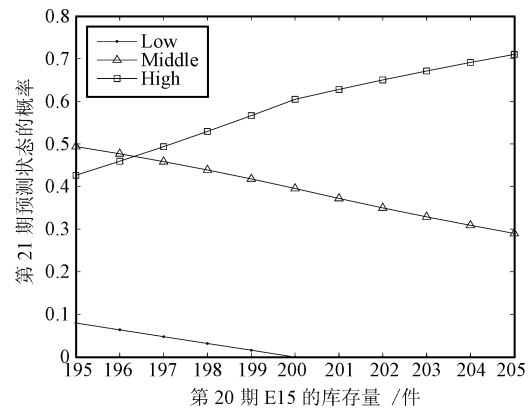


图 2 预测的状态概率分布

Fig. 2 The forecasting probability distribution of states

表 4 多个数值的预测结果

Table 4 The forecasting results for several numbers

库存数量	基本概率指派							转换后的概率			状态
	L	(L, M)	M	(M, H)	H	(L, H)	(L, M, H)	L	M	H	
195	0.0589	0.0420	0.2976	0.3503	0.2512	0	0	0.0799	0.4937	0.4264	中
196	0.0471	0.0336	0.2668	0.3863	0.2662	0	0	0.0639	0.4768	0.4593	中
197	0.0353	0.0252	0.2334	0.4250	0.2811	0	0	0.0479	0.4585	0.4936	高
198	0.0235	0.0168	0.1972	0.4664	0.2960	0	0	0.0319	0.4388	0.5293	高
199	0.0118	0.0084	0.1583	0.5106	0.3110	0	0	0.0160	0.4178	0.5663	高
200	0	0	0.1167	0.5574	0.3259	0	0	0	0.3954	0.6046	高
201	0	0	0.1119	0.5205	0.3676	0	0	0	0.3722	0.6278	高
202	0	0	0.1071	0.4858	0.4071	0	0	0	0.3500	0.6500	高
203	0	0	0.1024	0.4532	0.4445	0	0	0	0.3289	0.6711	高
204	0	0	0.0976	0.4227	0.4797	0	0	0	0.3090	0.6910	高
205	0	0	0.0928	0.3944	0.5128	0	0	0	0.2900	0.7100	高

此假设在实际情况中经常是不成立的, 造成其分类准确性下降. 其他的分类、预测算法, 如决策树归纳、先后传播神经网络, 以及基于回归的方法等, 在一些特定的环境下有很好的表现, 但是没有一种算法在所有数据类型和领域都优于其他方法. 与这些分类算法相比, 本文提出的这种基于 DS 证据理论的信度马尔科夫模型, 有效地结合了经典马尔科夫模型和 DS 证据理论的优点, 对于具有无后效性的时间序列和对对象所属状态不确定的预测具有很好的优势, 表现出更好的准确性和稳定性.

## 5 结论

本文首先介绍了马尔科夫链的基本概念和性质, 然后通过其在预测技术上的一个具体应用, 发现马尔科夫链的预测结果可能会随着数值的微小变动, 在状态划分边界处产生跳跃. 并且, 经典的马尔科夫链不能反映状态描述不确定的情况. 为了克服这种缺陷以及能够表示和处理状态的不确定性, 本文引入了 DS 证据理论, 将其与马尔科夫链相结合, 构建了一种信度马尔科夫模型. 实例表明, 新模型有效地克服了经典马尔科夫模型的缺陷, 能够表示和处理对象状态的不确定性, 表现出更高的有效性和实用性. 对信度马尔科夫模型总结如下:

1) 克服了状态跳跃的缺陷. 对于信度马尔科夫模型, 在状态分界处“现在”阶段数据的微小变动, 并不会强烈的影响“将来”阶段的状态, 克服了状态跳跃的现象.

2) 能够有效地表示和处理对象状态的不确定性. 随机过程的相邻阶段在不同的状态间进行跳转, 常常存在某一阶段对象状态并不能唯一的确定的情况, 信度马尔科夫模型有效地表示和处理了对象状态的不确定性.

3) 稳定性. 对在同一个状态分类标准下建立的基本概率指派函数, 新的模型在状态分界处会得到符合实际的、一致的结果, 表明信度马尔科夫模型的计算结果是稳定的.

4) 灵活性. 不同的基本概率指派函数代表了不同的状态分类标准, 由此得到不同的结果, 使用者便可以根据应用环境和具体要求灵活设计基本概率指派函数, 体现了新模型的灵活性. 并且, 当把新模型应用到一个具体的环境中, 可以根据应用环境的特点灵活设计具体的减少算法计算量的改进方案, 不至于减弱新模型的通用性.

5) 对经典马尔科夫模型的向下兼容. 新模型是对经典马尔科夫模型的一般化推广, 当基本概率指派函数只在辨识框架的单元元素子集上进行分配时, 信度马尔科夫模型便退化为经典的马尔科夫模型.

由于本文提出的这种信度马尔科夫模型是对经典马尔科夫模型的一般化推广, 保留了经典模型的基本性质, 因此, 新模型可以有效应用到经典马尔科夫模型的应用领域, 例如传染病预测、语音识别、时间序列分析、离散随机系统控制等等. 另外, 马尔科夫模型在生物信息学中也存在广泛的应用, 如生物序列分析、基因识别等. 并且, 我们已经开展了利用隐马尔科夫模型 (Hidden Markov model, HMM) 对细胞膜蛋白结构进行预测的研究<sup>[14-15]</sup>, 今后将会拓展这方面的工作, 把以前的 HMM 膜蛋白结构预测模型推广为基于 DS 证据理论的信度 HMM.

然而, 新模型也有不足的方面. 首先, 计算结果受基本概率指派函数的影响, 而基本概率指派函数的确定方法尚不明确. 不同的基本概率指派函数会使数据形成不同的基本概率指派, 进而生成不同的命题转移概率矩阵, 最终得到不同的结果. 这是算法的灵活之处, 但其中仍然涉及 BPA 的生成

方法问题, 这是需要进一步研究的地方. 其次, 计算复杂度较高. 容易发现, 在计算命题转移概率矩阵时, 其计算量随着基本状态数量的增加呈指数级增长. 但这是证据理论本身造成的. DS 证据理论正是由于在基本事件的幂集上进行概率指派, 才能有效地反映对象状态的不确定性. 因此, 在计算状态转移概率矩阵时, 因对状态的多子集进行概率指派而产生的计算量是可以接受的. 并且, 这也是运用马尔科夫链所不可避免的, 但是可以在具体的应用环境中进行改进和优化. 最后, 本文提出的这种信度马尔科夫模型目前尚未涉及对 DS 证据理论组合规则的探讨, 应当尽可能地建立一个马尔科夫过程上的融合规则. 以上这些不足, 正是接下来需要对这种信度马尔科夫模型进行完善之处.

## References

- 1 Komorowski T, Peszat S, Szare K. On ergodicity of some Markov processes. *Annals of Probability*, 2010, **38**(4): 1401–1443
- 2 Arns M, Buchholz P, Panchenko A. On the numerical analysis of inhomogeneous continuous-time Markov chains. *INFORMS Journal on Computing*, 2010, **22**(3): 416–432
- 3 Baasch A, Tischew S, Bruelheide H. Twelve years of succession on sandy substrates in a post-mining landscape: a Markov chain analysis. *Ecological Applications*, 2010, **20**(4): 1136–1147
- 4 Alagoz O, Hsu H, Schaefer A J, Roberts M S. Markov decision processes: a tool for sequential decision making under uncertainty. *Medical Decision Making*, 2010, **30**(4): 474–483
- 5 Farahat A. Markov stochastic technique to determine galactic cosmic ray sources distribution. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 2010, **31**(2): 81–88
- 6 Navaei L. Markov chain for multiple hypotheses testing and identification of distributions for one object. *Pakistan Journal of Statistics*, 2010, **26**(3): 557–562
- 7 Ma Li, Da Fei-Peng, Wu Ling-Yao. Delayed-state-feedback exponential stabilization of stochastic Markovian jump systems with mode-dependent time-varying state delays. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(11): 1601–1610
- 8 Liu Lei-Ming, Tong Chao-Nan, Wu Yan-Kun. Markovian jump model of networked control systems with dynamic output feedback controllers. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(5): 627–631  
(刘磊明, 童朝南, 武延坤. 一种带有动态输出反馈控制器的网络控制系统的 Markov 跳变模型. *自动化学报*, 2009, **35**(5): 627–631)
- 9 Cong Shen, Zhang Hai-Tao, Zou Yun. A new exponential stability condition for delayed systems with Markovian switching. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(7): 1025–1028
- 10 Yang Yi, Han Chong-Zhao, Han De-Qiang. A novel fusion strategy for segmentation of multisensor remote sensing images. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2010, **44**(6): 88–92  
(杨艺, 韩崇昭, 韩德强. 一种多源遥感图像分割的融合新策略. *西安交通大学学报*, 2010, **44**(6): 88–92)
- 11 Garg V K, Singh J B. Markov chain approach on the behaviour of rainfall. *International Journal of Agricultural and Statistical Sciences*, 2010, **6**(1): 157–162

- 12 Peng Zhi-Hang, Xia Le-Tian. Markov chain and its application to analysis of stock market. *Mathematica Applicata*, 2004, **17**(s): 159–163  
(彭志行, 夏乐天. 马尔可夫链及其在股市分析中的应用. *应用数学*, 2004, **17**(s): 159–163)
- 13 Mar J, Antomanzas F, Pradas R, Arrospe A. Probabilistic Markov models in economic evaluation of health technologies: a practical guide. *Gaceta Sanitaria*, 2010, **24**(3): 209–214
- 14 Deng Y, Liu Q, Li Y X. Scoring hidden Markov models to discriminate  $\beta$ -barrel membrane proteins. *Computational Biology and Chemistry*, 2004, **28**(3): 189–194
- 15 Liu Q, Zhu Y S, Wang B H, Li Y X. A HMM-based method to predict the transmembrane regions of  $\beta$ -barrel membrane proteins. *Computational Biology and Chemistry*, 2003, **27**(1): 69–76
- 16 Teixeira M A, Zaverucha G. Fuzzy Bayes and fuzzy Markov predictors. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2002, **13**(2–4): 155–165
- 17 Zhang Chen, Lin Qi-Tai. Forecast computational model of fuzzy Markov chain and engineering practical method. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2004, **26**(11): 63–66  
(张宸, 林启太. 模糊马尔科夫链状预测模型及其工程应用. *武汉理工大学学报*, 2004, **26**(11): 63–66)
- 18 Symeonaki M A, Stamou G B. Theory of Markov systems with fuzzy states. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, **143**(3): 427–445
- 19 Symeonaki M A, Stamou G B. Rate of convergence, asymptotically attainable structures and sensitivity in non-homogeneous Markov systems with fuzzy states. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, **157**(1): 143–159
- 20 Dempster A. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematics and Statistics*, 1967, **38**(2): 325–339
- 21 Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton: Princeton University Press, 1976
- 22 Han Chong-Zhao, Zhu Hong-Yan, Duan Zhan-Sheng. *Multi-source Information Fusion (Second Edition)*. Beijing: Tsinghua University Press, 2010  
(韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合 (第二版). 北京: 清华大学出版社, 2010)
- 23 Frank T D. Numeric and exact solutions of the nonlinear Chapman-Kolmogorov equation: a case study for a nonlinear semi-group Markov model. *International Journal of Modern Physics*, 2009, **23**(19): 3629–3643
- 24 Hyndman R J. Time series data library [Online], available: <http://robjhyndman.com/tsdldata/data/invent15.dat>, Mar 24, 2011
- 25 Deng Yong, Zhu Zhen-Fu, Zhong Shan. Fuzzy information fusion based on evidence theory and its application in target recognition. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2005, **26**(6): 754–758  
(邓勇, 朱振福, 钟山. 基于证据理论的模糊信息融合及其在目标识别中的应用. *航空学报*, 2005, **26**(6): 754–758)
- 26 Deng Y, Su X, Wang D, Li Q. Target recognition based on fuzzy Dempster data fusion method. *Defence Science Journal*, 2010, **60**(5): 525–530
- 27 Guo H W, Shi W K, Deng Y. Evaluating sensor reliability in classification problems based on evidence theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2006, **36**(5): 970–981
- 28 Liu Chun-Ting, Huo Hong, Fang Tao, Li De-Ren, Shen Xiao. Classification fusion in wireless sensor networks. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(6): 947–955
- 29 Deng Y, Jiang W, Sadiq R. Modeling contaminant intrusion in water distribution networks: a new similarity-based DST method. *Expert Systems with Applications*, 2011, **38**(1): 571–578
- 30 Deng Y, Chan F T S, Wu Y, Wang D. A new linguistic MCDM method based on multiple-criterion data fusion. *Expert Systems with Applications*, 2011, **38**(6): 6985–6993
- 31 Deng Y, Chan F T S. A new fuzzy Dempster MCDM method and its application in supplier selection. *Expert Systems with Applications*, 2011, **38**(8): 9854–9861
- 32 Li Peng, Liu Si-Feng. Interval-valued intuitionistic fuzzy numbers decision-making method based on grey incidence analysis and D-S theory of evidence. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 993–998  
(李鹏, 刘思峰. 基于灰色关联分析和 D-S 证据理论的区间直觉模糊决策方法. *自动化学报*, 2011, **37**(8): 993–998)
- 33 Zhu Qing, Xu Sheng-Hua, Han Li-Tao. A new shadow extraction method from color aerial images based on Dempster-Shafer evidence theory. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(6): 588–595  
(朱庆, 徐胜华, 韩李涛. 基于 D-S 证据理论的彩色航空影像阴影提取方法. *自动化学报*, 2007, **33**(6): 588–595)
- 34 Smets P, Kennes R. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*, 1994, **66**(2): 191–243
- 35 Smets P. Decision making in the TBM: the necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2005, **38**(2): 133–147
- 邓鑫洋 西南大学计算机与信息科学学院硕士研究生. 主要研究方向为多源信息融合与生物信息处理. E-mail: dengyang@swu.edu.cn  
(DENG Xin-Yang Master student at the School of Computer and Information Science, Southwest University. His research interest covers multi-source information fusion and biological information processing.)
- 邓勇 西南大学计算机与信息科学学院教授. 主要研究方向为信息融合, 多传感器系统与决策分析. 本文通信作者. E-mail: ydeng@swu.edu.cn  
(DENG Yong Professor at the School of Computer and Information Science, Southwest University. His research interest covers information fusion, multi-sensor system, and decision making. Corresponding author of this paper.)
- 章雅娟 西南大学计算机与信息科学学院硕士研究生. 主要研究方向为生物智能与决策分析. E-mail: zyjuan@swu.edu.cn  
(ZHANG Ya-Juan Master student at the School of Computer and Information Science, Southwest University. Her research interest covers biological intelligence and decision making.)
- 刘琪 上海交通大学生命科学技术学院副教授. 主要研究方向为复杂疾病的系统生物学, 转录调控机制. E-mail: liuqi@sjtu.edu.cn  
(LIU Qi Associate professor at the School of Life Sciences and Biotechnology, Shanghai Jiao Tong University. Her research interest covers systems biology of complex disease and mechanism of transcription regulation.)