

# 求解混合流水车间调度问题的分布估计算法

王圣尧<sup>1</sup> 王凌<sup>1</sup> 许焯<sup>1</sup> 周刚<sup>1</sup>

**摘要** 针对混合流水车间调度问题 (Hybrid flow-shop scheduling problem, HFSP) 的特点, 设计了基于排列的编码和解码方法, 建立了描述问题解空间的概率模型, 进而提出了一种有效的分布估计算法 (Estimation of distribution algorithm, EDA). 该算法基于概率模型通过采样产生新个体, 并基于优势种群更新概率模型的参数. 同时, 通过实验设计方法对算法参数设置进行了分析并确定了有效的参数组合. 最后, 通过基于实例的数值仿真以及与已有算法的比较验证了所提算法的有效性和鲁棒性.

**关键词** 混合流水车间调度, 分布估计算法, 概率模型, 实验设计

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2012.00437

## An Estimation of Distribution Algorithm for Solving Hybrid Flow-shop Scheduling Problem

WANG Sheng-Yao<sup>1</sup> WANG Ling<sup>1</sup> XU Ye<sup>1</sup> ZHOU Gang<sup>1</sup>

**Abstract** According to the characteristics of the hybrid flow-shop scheduling problem (HFSP), the permutation based encoding and decoding schemes are designed and a probability model for describing the distribution of the solution space is built to propose an effective estimation of distribution algorithm (EDA) in this paper. It generates new individuals by sampling based on the probability model and updates the parameters of the probability model with the superior population. Moreover, the influence of parameter setting is investigated based on design of experiment and suitable parameter values are suggested. Simulation results based on some instances and comparisons with some existing algorithms demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

**Key words** Hybrid flow-shop scheduling (HFSP), estimation of distribution algorithm (EDA), probability model, design of experiment

混合流水车间调度问题 (Hybrid flow-shop scheduling problem, HFSP)<sup>[1]</sup> 最早是基于石化工业背景提出的<sup>[2]</sup>. HFSP 具有很强的工程背景, 大量生产、制造、装配、运输、合成过程中的调度问题以及互联网服务、集装箱搬运等问题均可归结为 HFSP. HFSP 是传统流水车间调度与并行机调度的综合, 具有流水作业和并行机的特征, 求解难度大, 即使是两阶段 HFSP 也是 NP-hard 问题<sup>[3]</sup>. 因此, HFSP 的研究具有重要的学术意义和应用价值.

传统 HFSP 按并行机类型可分为三类: 1) 相同并行机 HFSP<sup>[4]</sup>, 即每一阶段上同一工件在任一台并行机器上的加工时间相同; 2) 均匀并行机 HFSP<sup>[5]</sup>,

即每一阶段上同一工件在任一台并行机器上的加工时间与该台机器的加工速度成反比; 3) 不相关并行机 HFSP<sup>[6]</sup>, 即每一阶段上同一工件在任两台并行机器上的加工时间互不相关, 而取决于工件与机器的匹配程度. 本文讨论不相关并行机 HFSP.

HFSP 的求解方法早期主要是精确算法<sup>[7]</sup> 和启发式方法<sup>[8]</sup>. 精确算法在理论上能得到最优解, 但其计算时间难以接受, 通常只适于小规模问题. 启发式方法可在较短时间内构造解, 但难以保证质量. 近年, 求解 HFSP 的智能方法得到了研究, 如遗传算法 (Genetic algorithm, GA)<sup>[9]</sup>、模拟退火 (Simulated annealing, SA)<sup>[10]</sup>、禁忌搜索 (Tabu search, TS)<sup>[11]</sup>、蚁群算法 (Ant colony optimization, ACO)<sup>[12]</sup>、微粒群优化 (Particle swarm optimization, PSO)<sup>[13]</sup>、人工免疫系统 (Artificial immune system, AIS)<sup>[14]</sup>、蛙跳算法 (Shuffled frog leaping algorithm, SFLA)<sup>[15]</sup> 等.

分布估计算法 (Estimation of distribution algorithm, EDA)<sup>[16]</sup> 是一种新颖的群体进化算法, 近些年在最早的 EDA 模型 PBIL (Population based incremental learning)<sup>[17]</sup> 的基础上按模型的复杂度和变量间的相互关系相继提出了变量无关 EDA、双

收稿日期 2011-06-13 录用日期 2011-10-24  
Manuscript received June 13, 2011; accepted October 24, 2011  
国家自然科学基金 (61174189, 60834004), 高等学校博士学科点专项  
科研基金 (20100002110014) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China  
(61174189, 60834004), Doctoral Program Foundation of Institu-  
tions of Higher Education of China (20100002110014)  
本文责任编辑 王红卫  
Recommended by Associate Editor WANG Hong-Wei  
1. 清华大学自动化系清华信息科学与技术国家重点实验室 北京  
100084  
1. Tsinghua National Laboratory for Information Science and  
Technology, Department of Automation, Tsinghua University,  
Beijing 100084

变量相关 EDA 及多变量相关 EDA<sup>[18]</sup>. 目前, EDA 已在特征选择、癌症分类、模式匹配、神经网络设计、护理调度、二次分配、结构设计等问题上得到了研究与应用<sup>[18]</sup>. 然而, 文献调研表明 EDA 在 HFSP 上至今尚无研究. 本文针对不相关并行机 HFSP 提出一种基于排列的编码和解码方法, 设计描述问题解空间的概率模型及其更新机制, 进而提出一种有效的 EDA, 并通过实验设计方法对参数设置进行了分析. 最后, 通过数值仿真和算法比较验证所提算法的有效性及其鲁棒性.

### 1 混合流水线调度问题

记  $J_i$  为工件序号,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 其中  $n$  为工件总数;  $m_j$  为每一阶段的机器数,  $j = 1, 2, \dots, S$ , 其中  $S$  为阶段总数;  $t_{i,j,k}$  为工件  $J_i$  第  $j$  道工序在第  $k$  台机器上的加工时间;  $s_{i,j,k}$  为工件  $J_i$  第  $j$  道工序在第  $k$  台机器上开始加工时间;  $e_{i,j,k}$  为工件  $J_i$  第  $j$  道工序在第  $k$  台机器上的加工完成时间;  $C_i$  为工件  $J_i$  的加工完毕时间;  $C_{\max} = \max\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  为最大完成时间. 不相关并行机 HFSP 可描述为  $n$  个工件在流水线上进行  $S$  个阶段的加工, 各阶段至少有一台机器且至少有一个阶段存在并行机, 同一阶段上各机器加工同一工件的加工时间有所不同, 在每一阶段各工件均要完成一道工序, 但各工件的每道工序可在相应阶段上的任意一台机器上加工, 已知工件各道工序在各机器上的处理时间, 要求确定所有工件的排序以及每一阶段上机器的分配情况, 使得最大完工时间最小. 图 1 给出了问题的一个图例.

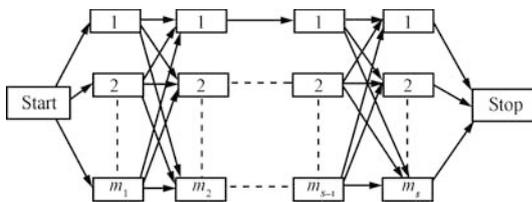


图 1 HFSP 图例

Fig. 1 An example of the HFSP

HFSP 通常假设: 工件一旦开始加工便不可中断; 一台机器同一时刻只能加工一个工件; 一个工件同一时刻只能在一台机器上加工; 工件可在每阶段的任意一台机器上加工. 基于文献 [2] 的数学模型, 本文给出不相关并行机 HFSP 的数学模型如下:

$$\min C_{\max} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{l=1}^n x_{i,l} = 1, l = 1, 2, \dots, n \tag{2}$$

$$\sum_{l=1}^n x_{i,l} = 1, i = 1, 2, \dots, n \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{m_j} y_{i,j,k} = 1, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, S \tag{4}$$

$$e_{i,j,k} = s_{i,j,k} + t_{i,j,k}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, S; k = 1, 2, \dots, m_j \tag{5}$$

$$e_{i,j,k} \leq s_{i,j+1,k'}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, S-1; k = 1, 2, \dots, m_j; k' = 1, 2, \dots, m_{j+1} \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,l} s_{i,1,k} \leq \sum_{i=1}^n x_{i,l+1} s_{i,1,k}, i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, n-1; k = 1, 2, \dots, m_1 \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,l_1} y_{i,j,k} e_{i,j,k} \leq \sum_{i=1}^n x_{i,l_2} y_{i,j,k} s_{i,j,k'} + (1 - \sum_{i=1}^n x_{i,l_2} y_{i,j,k}) L, l_1, l_2 = 1, 2, \dots, n; l_1 \leq l_2; j = 1, 2, \dots, S; k, k' = 1, 2, \dots, m_j \tag{8}$$

$$x_{i,l} = \begin{cases} 1, & \text{若工件 } i \text{ 被安排在第 } l \text{ 个位置} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \tag{9}$$

$$y_{i,j,k} = \begin{cases} 1, & \text{若工件 } i \text{ 的工序 } j \text{ 在机器 } k \text{ 上} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \tag{10}$$

其中, 式 (1) 为调度性能指标; 式 (2) 确保每个优先级位置只能对应一个工件; 式 (3) 确保每个工件只有一个优先级位置; 式 (4) 表示任一阶段每个工件只能在一台机器上加工; 式 (5) 表示同一阶段上工序完成时间和开始时间的关系; 式 (6) 表示同一工件不同工序间的先后制约关系; 式 (7) 表示第一阶段上调度排列中排位越前的工件开始处理时间越早; 式 (8) 表示同一阶段分配在同一机器上的工件排位靠后的工件必须等靠前的工件加工完毕后方可进行加工, 当处于不同位置的工件不在同一阶段的同一机器上加工时, 式 (8) 中  $L$  数值较大以保证不等式恒成立.

### 2 分布估计算法

EDA 是一种新型的基于概率模型的群体进化算法, 不采用传统 GA 的交叉和变异操作, 而是通过一个概率模型描述候选解在空间的分布, 采用统计学习手段从群体宏观的角度建立一个描述解分布的概率模型, 然后对概率模型随机采样产生新种群, 进而实现种群的进化. 标准 EDA 的流程如下:

步骤 1. 初始化种群;

- 步骤 2. 选择优势群体;
- 步骤 3. 构建概率模型;
- 步骤 4. 随机采样;
- 步骤 5. 生成新群体;

步骤 6. 判断终止条件是否满足. 是, 则输出优化结果; 否则, 转至步骤 2.

可见, 概率模型是 EDA 的核心, EDA 通过概率模型及其更新来描述解分布以及种群的整体进化趋势. 根据具体问题的不同, 需设计合适的概率模型及其更新机制.

### 3 求解 HFSP 的分布估计算法

#### 3.1 编码和解码

种群中每一个个体对应问题的一个解, 个体采用排列编码, 长度为  $n$ , 即取所有工件序号的排列作为一个个体, 工件号在排列中的位置表示其在第一阶段的加工顺序. 例如, 对于有 6 个工件的问题, 个体  $\{6, 5, 2, 3, 1, 4\}$  表示在加工的第一阶段工件 6 最先加工, 其次是工件 5 和工件 2, 工件 4 最后加工.

对于一个编码排列, 按照机器分配规则依次将所有工件分配到各阶段机器上, 形成一个可行调度并计算目标值的过程称为解码. HFSP 的解码可分为两部分: 工件的排序和机器的分配.

在工件排序部分, 针对 HFSP 多阶段加工的特点, 采用如下策略: 第一阶段 ( $j = 1$ ) 按照编码确定工件安排的先后顺序, 后续阶段基于先到先加工方式确定操作序列, 即对于  $j$  ( $j > 1$ ) 阶段所有工件按照前一阶段的完成时间排定顺序, 前阶段先完成的先加工, 若几个工件在前一阶段的完成时间相同, 则随机确定这些工件的加工顺序. 在机器分配部分, 基于原有最先空闲机器 (First available machine, FAM) 规则<sup>[19]</sup>, 提出如下机器分配规则:

步骤 1.  $j = 1$ ;

步骤 2. 根据各工件在阶段  $j$  上的加工顺序依次判断每个工件  $J_i$  在阶段  $j$  上第  $k$  台机器上的最早允许加工时间, 即机器  $k$  的释放时间  $r_k$  和  $J_i$  在阶段  $j - 1$  上的完成时间  $C_{i,j-1}$  之间的最大值  $\max(r_k, C_{i,j-1})$ , 其中  $C_{i,0} = 0$ ;

步骤 3. 对于每个  $J_i$ , 根据  $\max(r_k, C_{i,j-1}) + t_{i,j,k}$  选择值最小的机器作为  $J_i$  的加工机器, 更新工件  $J_i$  在第  $j$  阶段上的加工完成时间及机器  $k$  的释放时间;

步骤 4.  $j = j + 1$ ;

步骤 5. 重复步骤 2 ~ 4 直到所有阶段加工完成.

示例. 考虑如下 6 工件 3 阶段不相关并行机

HFSP, 假设每阶段都有两台可用机器 (工件可任选一台机器进行加工). 各工件在每台机器上的加工时间如表 1 所示. 个体  $\{6, 5, 2, 3, 1, 4\}$  经上述解码后所得调度的甘特图如图 2 所示,  $C_{\max} = 11$ .

表 1 加工时间  
Table 1 Processing time

工件	阶段 1		阶段 2		阶段 3	
	机器 1	机器 2	机器 3	机器 4	机器 5	机器 6
1	2	2	4	3	1	1
2	2	3	2	3	2	1
3	4	3	2	3	2	2
4	2	3	1	1	2	1
5	4	2	2	1	4	5
6	1	2	3	2	3	6

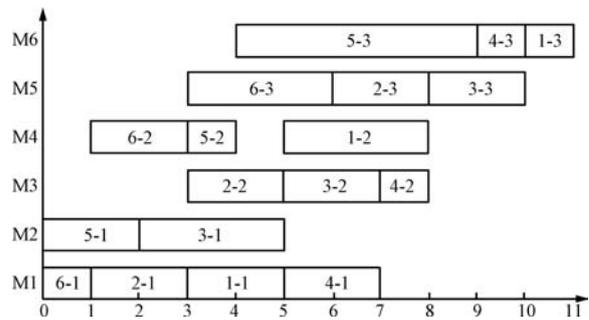


图 2 示例对应调度的甘特图

Fig. 2 Gantt chart of the schedule for the example

#### 3.2 种群初始化

为最大限度获得解空间的分布信息以构建概率模型, 应保证初始种群的分散性, 因此, 算法采用随机初始化的方法产生  $P_{\text{size}}$  个个体作为初始种群, 并计算每个个体的目标值.

#### 3.3 概率模型

EDA 通过构建概率模型并对其采样产生新种群. 因此, 概率模型是否合适对 EDA 的性能起着决定性的作用. 本文采用一个  $n \times n$  维的矩阵  $P$  表示解空间分布的概率模型, 其中  $p_{ij}$  表示工件  $j$  在解的第  $i$  位上或之前出现的概率, 即在第一阶段的加工顺序不晚于  $i$  的概率. 矩阵  $P$  从数值上反映不同工件的加工优先关系: 对于若干优良解构成的群体,  $p_{ij}$  越大, 表示工件  $j$  在第  $i$  位上或之前出现的频率越大, 说明该工件提早加工会提升解的质量.

定理 1. 矩阵  $P$  是随机矩阵.

证明. 由于矩阵  $P$  的每一个元素  $p_{ij}$  都表示一个事件发生的概率, 因此  $p_{ij} \in [0, 1]$ . 对于一个确定的位置  $i$ , 所有工件不晚于第  $i$  位加工的频率之和必然为 1, 即  $\forall i, \sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$ , 矩阵  $P$  的每行元素之和均为 1. 因此,  $P$  是随机矩阵.  $\square$

算法选择初始种群中目标值最小的  $SP_{size}$  个个体作为优势群体, 并基于优势群体初始化随机矩阵  $P$ . 用  $p_{ij}(l)$  表示第  $l$  次迭代中随机矩阵  $P$  中的元素, 算法按如下方式初始化随机矩阵  $P$ :

$$p_{ij}(0) = \frac{1}{i \cdot SP_{size}} \sum_{s=1}^{SP_{size}} I_{ij}^s(0), \forall i, j \quad (11)$$

其中,  $I_{ij}^s(l)$  为如下定义的示性函数:

$$I_{ij}^s(l) = \begin{cases} 1, & \text{个体 } s \text{ 中工件 } j \text{ 在位置 } i \text{ 上或之前出现} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (12)$$

可见, 算法根据初始种群中优势群体在解空间中的分布初始化概率模型. 在随后的每次迭代中, 基于随机矩阵  $P$  进行采样产生新群体. 在产生一个新个体时, 从第 1 位到第  $n$  位顺序采样, 确定每个位置的工件号. 对于待确定的第  $i$  个位置, 采用轮盘赌的方式选择一个工件号, 工件  $j$  被选择的概率为  $p_{ij}$ . 由于已选择的工件  $j$  不能在  $i$  之后的位置出现, 因此令  $p_{kj}(k > i) = 0$ . 如此反复, 直至产生  $P_{size}$  个新个体.

### 3.4 概率模型的更新机制

为了使概率模型准确表示解空间的分布及群体的进化趋势, 采样产生新种群之后, 算法选择目标值最小的  $SP_{size}$  个个体作为优势群体, 并基于优势群体更新随机矩阵  $P$ , 如下更新方法类似于机器学习中的 Hebb 规则, 其中  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 为学习速率.

$$p_{ij}(l+1) = (1 - \alpha)p_{ij}(l) + \frac{\alpha}{i \cdot SP_{size}} \sum_{s=1}^{SP_{size}} I_{ij}^s(l+1) \quad (13)$$

**定理 2.** 随机矩阵  $P$  每次更新后仍为随机矩阵.

**证明.** 显然, 对于第  $l+1$  代的优势群体中任一 个体  $s$ , 在位置  $i$  上或之前出现的所有工件号的总数为  $i$ , 即:  $\sum_{j=1}^n I_{ij}^s(l+1) = i, \forall s$ . 则有

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n p_{ij}(l+1) &= \sum_{j=1}^n \left[ (1 - \alpha)p_{ij}(l) + \frac{\alpha}{i \cdot SP_{size}} \sum_{s=1}^{SP_{size}} I_{ij}^s(l+1) \right] = \\ (1 - \alpha) \sum_{j=1}^n p_{ij}(l) + \frac{\alpha}{i \cdot SP_{size}} \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^{SP_{size}} I_{ij}^s(l+1) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \alpha + \frac{\alpha}{i \cdot SP_{size}} \sum_{s=1}^{SP_{size}} \sum_{j=1}^n I_{ij}^s(l+1) &= \\ 1 - \alpha + \frac{\alpha}{i \cdot SP_{size}} SP_{size} \cdot i &= 1 \end{aligned}$$

即, 第  $l+1$  代的矩阵  $P$  仍然是随机矩阵.  $\square$

由定理 2 可知, 概率模型在算法迭代过程中的“随机性”保持不变.

### 3.5 算法流程

根据上述设计, 求解 HFSP 的 EDA 流程如图 3.

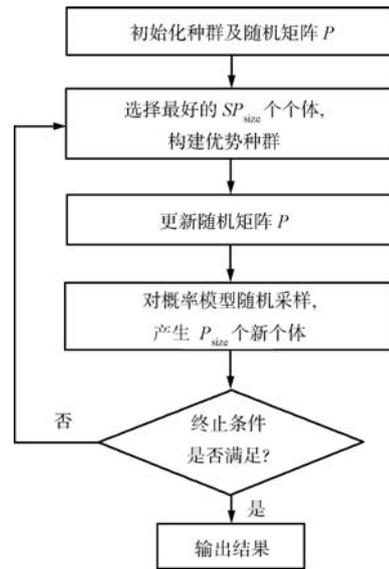


图 3 求解 HFSP 的 EDA 流程图

Fig. 3 The framework of the EDA for the HFSP

可见, 算法根据概率模型采样生成新种群, 并基于新种群中的优势群体更新概率模型. 本文设置最大评价次数作为算法的终止条件.

### 3.6 算法关键操作复杂度分析

将种群中的个体解码生成可行调度时, 为阶段  $j$  的每个待加工工件  $J_i$  安排机器的计算复杂度均为  $O(m_j)$ , 解码的计算复杂度为  $O(n \sum_{j=1}^S m_j) = O(mn)$ , 其中  $m$  为机器总数. 采样概率模型产生新个体时, 按照轮盘赌方式依次采样产生  $n$  个位置的工件号, 其计算复杂度为  $O(n^2)$ . 考虑种群规模, 产生新种群的复杂度为  $O(n^2 P_{size})$ . 选择优势群体更新概率模型时, 对种群中个体快速排序的计算复杂度为  $O(P_{size} \log P_{size})$ , 更新矩阵  $P$  的计算复杂度为  $O(n(SP_{size} + n))$ . 综合解码、采样和更新过程可见, EDA 的计算复杂性并不大.

### 4 仿真测试和比较

选取两个不相关并行机 HFSP 实例进行性能测试和算法比较. 实例 1 为某汽车发动机厂金加工车间调度问题, 具体描述见文献 [9]; 实例 2 为钢铁生产中炼钢-精炼-连铸-轧制的调度问题, 具体描述见文献 [20].

#### 4.1 参数设置及其影响

令优势群体规模  $SP_{size} = \eta\%P_{size}$ . 除  $\eta$  外, EDA 还有两个关键参数种群规模  $P_{size}$  和学习速率  $\alpha$ . 首先, 利用实例 1 采用实验设计方法 (Design of experiment, DOE)<sup>[21]</sup> 探讨参数对算法性能的影响. 各参数均取 4 个水平, 如表 2 所示. 算法在每种参数组合下均独立运行 20 次, 设置总评价次数 10 000 作为终止条件, 20 次运行所得平均性能 AVG 作为评价指标. 选择规模为  $L_{16}(4^3)$  的正交实验, 正交表和所得 AVG 如表 3 所示. 根据正交表, 各参数的极差和重要程度如表 4 所示. 各参数对算法性能的影响趋势如图 4 所示.

表 2 参数水平  
Table 2 Parameter levels

参数	水平			
	1	2	3	4
$P_{size}$	20	30	40	50
$\eta$	10	20	30	40
$\alpha$	0.1	0.3	0.5	0.7

表 3 正交表和 AVG 统计  
Table 3 Orthogonal table and AVG values

参数组合	水平			AVG
	$P_{size}$	$\eta$	$\alpha$	
1	1	1	1	23.95
2	1	2	2	23.65
3	1	3	3	24.00
4	1	4	4	24.10
5	2	1	2	23.60
6	2	2	1	23.70
7	2	3	4	23.95
8	2	4	3	23.80
9	3	1	3	23.90
10	3	2	4	24.00
11	3	3	1	23.85
12	3	4	2	23.80
13	4	1	4	24.20
14	4	2	3	23.80
15	4	3	2	23.80
16	4	4	1	24.00

由表 4 可见, 参数  $\alpha$  的极差最大, 这表明学习速率  $\alpha$  对算法性能影响最大.  $\alpha$  过大会导致种群早熟收敛, 过小则会使种群收敛缓慢甚至不收敛. 影响程度其次是种群规模  $P_{size}$ , 在总评价次数一定时,  $P_{size}$  过大导致算法迭代次数太少而达不到搜索深度, 过小则不能对解空间进行有效采样和估计. 优势群体的数量  $SP_{size}$  对算法性能影响最小, 但合理设置仍有助于 EDA 建立一个准确的概率模型.

表 4 各参数响应值

Table 4 Response table

水平	$P_{size}$	$\eta$	$\alpha$
1	23.9250	23.9125	23.8750
2	23.7625	23.7875	23.7125
3	23.8875	23.9000	23.8750
4	23.9500	23.9250	24.0625
极差	0.1875	0.1375	0.35
等级	2	3	1

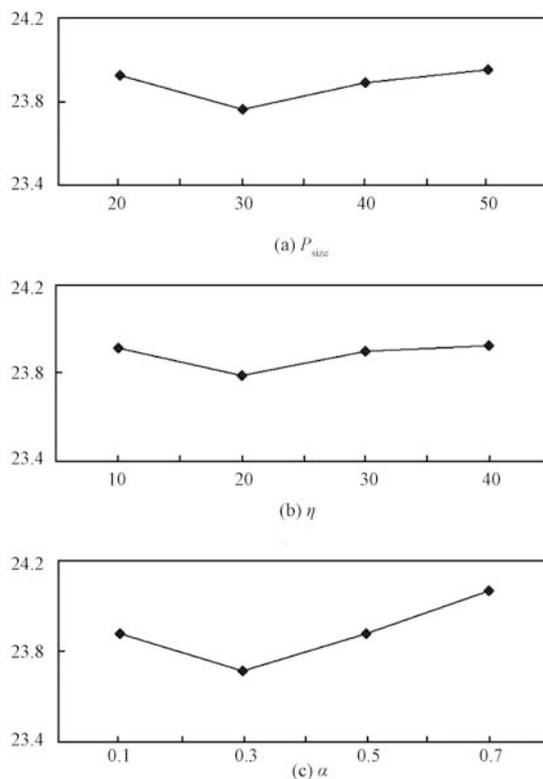


图 4 各参数对算法性能影响的水平趋势

Fig.4 Factor level trend of the parameters

基于上述分析, 兼顾算法优化质量和效率, 设置参数如下:  $P_{size} = 30, \eta = 20, \alpha = 0.3$ .

#### 4.2 实验统计结果与比较

首先, 基于实例 1 考察 EDA 的性能. 实例 1 对应某汽车发动机厂金加工过程, 车间要加工 12 个工

件, 每个工件都有车、刨、磨 3 个工序, 现有 3 台车床、2 台刨床和 4 台磨床, 每台机床的加工能力不同, 具体加工时间如表 5 所示. 将 EDA 与 AIS<sup>[14]</sup>, GA<sup>[9]</sup>, SFLA<sup>[15]</sup> 进行比较, 评价次数同为 10 000. 文献 [14] 仅给出 AIS 的 1 次仿真结果, 其他算法则给出 10 次独立运行的仿真结果, 结果如表 6 所示.

表 5 实例 1 的加工时间表  
Table 5 Processing time of Problem 1

工件	阶段 1			阶段 2			阶段 3		
	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
1	2	2	3	4	5	2	3	2	3
2	4	5	4	3	4	3	4	5	4
3	6	5	4	4	2	3	4	2	5
4	4	3	4	6	5	3	6	5	8
5	4	5	3	3	1	3	4	6	5
6	6	5	4	2	3	4	3	9	5
7	5	2	4	4	6	3	4	3	5
8	3	5	4	7	5	3	3	6	4
9	2	5	4	1	2	7	8	6	5
10	3	6	4	3	4	4	8	6	7
11	5	2	4	3	5	6	7	6	5
12	6	5	4	5	4	3	4	7	5

表 6 基于实例 1 的统计结果和比较  
Table 6 Simulation results and comparison of Problem 1

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AIS	27									
GA	30	27	26	27	29	27	26	27	26	28
SFLA	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
EDA	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>23</b>	<b>24</b>

由表 6 可见, EDA 能找到  $C_{max} = 23$  的更优良的解, 对应甘特图如图 5 所示. 就整体性能而言, EDA 能够在 10 次独立运行中 6 次找到最优解, 平均性能也优于其他算法. 因此, EDA 的寻优性能和统计性能均好于已有的几种算法.

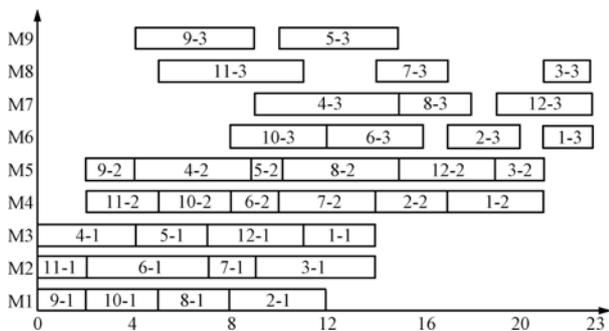


图 5 实例 1 最优调度的甘特图

Fig. 5 Gantt chart of the best solution for Problem 1

其次, 采用规模较大的实例 2 进行测试. 实例 2 对应钢铁生产中某炼钢-精炼-连铸-轧制过程, 有 3 台炼钢炉、3 台精炼炉、2 台铸机和 2 台轧机, 各台机器的加工能力不同, 具体加工时间如表 7 所示. 将 EDA 与 GA<sup>[9]</sup>, SFLA<sup>[15]</sup> 进行比较, 采用相同的评价次数 18 000. 文献 [9] 仅给出 GA 一次仿真的结果, EDA 独立运行 10 次仿真的结果如表 8 所示.

表 7 实例 2 的加工时间表  
Table 7 Processing time of Problem 2

工件	阶段 1			阶段 2			阶段 3		阶段 4	
	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
1	45	48	50	35	35	30	30	35	25	26
2	45	50	45	35	36	35	35	34	25	30
3	50	45	46	35	36	36	31	34	30	31
4	50	48	48	34	38	35	32	33	27	31
5	45	46	48	30	35	50	34	32	28	31
6	45	45	45	30	35	50	33	32	30	26
7	47	50	47	31	30	35	35	31	29	25
8	50	45	48	32	30	34	34	30	24	27
9	48	46	46	33	34	30	34	30	25	25
10	45	47	47	33	33	30	35	34	32	26
11	46	50	45	34	30	50	30	35	31	25
12	48	50	47	35	31	35	32	30	25	30

表 8 基于实例 2 的统计结果和比较  
Table 8 Simulation results and comparison of Problem 2

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GA	347									
SFLA	297	313	297	297	313	310	313	311	316	306
EDA	<b>297</b>	<b>297</b>	<b>297</b>	<b>297</b>	<b>298</b>	<b>297</b>	<b>297</b>	<b>298</b>	<b>298</b>	<b>298</b>

由表 8 可见, EDA 的结果远好于 GA 和 SFLA 的结果, 而且 EDA 的结果相对比较鲁棒. 另外, EDA 每次运行时间不超过 1 秒, 算法效率很高.

### 5 结论

本文首次提出了解决 HFSP 的一种分布估计算法. 通过设计基于排列的编码和解码方法合理实现调度解与搜索个体的转换, 通过基于优势群体构建的概率模型采样产生新个体完成种群的进化, 通过实验设计方法考察了参数设置对算法性能的影响并给出了指导性的参数, 通过基于实例的数值仿真与算法比较验证了算法的有效性和鲁棒性. 进一步的工作是研究多目标调度问题的分布估计算法.

### References

- 1 Wang Ling. *Shop Scheduling with Genetic Algorithms*. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. 138-145 (王凌. 车间调度及其遗传算法. 北京: 清华大学出版社, 2003. 138-145)
- 2 Wang Ling, Zhou Gang, Xu Ye, Jin Yi-Hui. Advances in the study on hybrid flow-shop scheduling. *Control and Instru-*

- ment in *Chemical Industry*, 2011, **38**(1): 1–8  
(王凌, 周刚, 许焯, 金以慧. 混合流水线调度研究进展. 化工自动化及仪表, 2011, **38**(1): 1–8)
- 3 Hoogeveen J A, Lenstra J K, Veltman B. Preemptive scheduling in a two-stage multiprocessor flow shop is NP-hard. *European Journal of Operational Research*, 1996, **89**(1): 172–175
  - 4 Portmann M C, Vignier A, Dardilhac D, Dezalay D. Branch and bound crossed with GA to solve hybrid flowshops. *European Journal of Operational Research*, 1998, **107**(2): 389–400
  - 5 Soewandi H, Elmaghraby S E. Sequencing on two-stage hybrid flowshops with uniform machines to minimize makespan. *IIE Transactions*, 2003, **35**(5): 467–477
  - 6 Figielska E. A genetic algorithm and a simulated annealing algorithm combined with column generation technique for solving the problem of scheduling in the hybrid flowshop with additional resources. *Computers and Industrial Engineering*, 2009, **56**(1): 142–151
  - 7 Xuan Hua, Tang Li-Xin. Lagrangian relaxation algorithm for real-time hybrid flow-shop scheduling with no-wait in process. *Control and Decision*, 2006, **21**(4): 376–380  
(轩华, 唐立新. 实时无等待 HFS 调度的一种拉格朗日松弛算法. 控制与决策, 2006, **21**(4): 376–380)
  - 8 Riane F, Artiba A, Elmaghraby S E. Sequencing a hybrid two-stage flowshop with dedicated machines. *International Journal of Production Research*, 2002, **40**(17): 4353–4380
  - 9 Zhou Hui-Ren, Tang Wan-Sheng, Wei Ying-Hui. Optimize flexible flow-shop scheduling using genetic algorithm. *Computer Engineering and Applications*, 2009, **45**(30): 224–226  
(周辉仁, 唐万生, 魏颖辉. 柔性 Flow-Shop 调度的遗传算法优化. 计算机工程与应用, 2009, **45**(30): 224–226)
  - 10 Low C. Simulated annealing heuristic for flow shop scheduling problems with unrelated parallel machines. *Computers and Operations Research*, 2005, **32**(8): 2013–2025
  - 11 Wang X, Tang L. A tabu search heuristic for the hybrid flow-shop scheduling with finite intermediate buffers. *Computers and Operations Research*, 2009, **36**(3): 907–918
  - 12 Alaykyran K, Engin O, Doyen A. Using ant colony optimization to solve hybrid flow shop scheduling problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, **35**(5–6): 541–550
  - 13 Tseng C T, Liao C J. A particle swarm optimization algorithm for hybrid flow-shop scheduling with multiprocessor tasks. *International Journal of Production Research*, 2008, **46**(17): 4655–4670
  - 14 Liu F, Zhang X P, Zou F X, Zeng L L. Immune clonal selection algorithm for hybrid flow-shop scheduling problem. In: Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference. Guilin, China: IEEE, 2009. 2605–2609
  - 15 Xu Y, Wang L, Zhou G, Wang S Y. An effective shuffled frog leaping algorithm for solving hybrid flow-shop scheduling problem. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Computing. Zhengzhou, China: Springer, 2011. 560–567
  - 16 Muhlenbein H, Paass G. From recombination of genes to the estimation of distributions I. binary parameters. In: Proceedings of the 4th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Berlin, Germany: Springer, 1996. 178–187
  - 17 Baluja S. Population-Based Incremental Learning: a Method for Integrating Genetic Search Based Function Optimization and Competitive Learning, Technical Report CMU-CS-94-163, Computer Science Department, Carnegie Mellon University, USA, 1994
  - 18 Zhou Shu-De, Sun Zeng-Qi. A survey on estimation of distribution algorithms. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(2): 113–124  
(周树德, 孙增圻. 分布估计算法综述. 自动化学报, 2007, **33**(2): 113–124)
  - 19 Brah S A, Luan L L. Heuristics for scheduling in a flow shop with multiple processors. *European Journal of Operational Research*, 1999, **113**(1): 113–122
  - 20 Cui Jian-Shuang, Li Tie-Ke, Zhang Wen-Xin. Hybrid flow-shop scheduling model and its genetic algorithm. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2005, **27**(5): 623–626  
(崔建双, 李铁克, 张文新. 混合流水车间调度模型及其遗传算法. 北京科技大学学报, 2005, **27**(5): 623–626)
  - 21 Montgomery D C. *Design and Analysis of Experiments (Sixth Edition)*. Hoboken: John Wiley and Sons, 2005



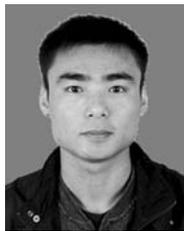
**王圣尧** 清华大学自动化系博士研究生。主要研究方向为智能优化与生产调度。本文通信作者。E-mail: wangshengyao@tsinghua.org.cn  
(**WANG Sheng-Yao** Ph.D. candidate in the Department of Automation, Tsinghua University. His research interest covers intelligent optimization and production scheduling. Corresponding author of this paper.)



**王凌** 清华大学自动化系教授。主要研究方向为智能优化与生产调度。E-mail: wangling@tsinghua.edu.cn  
(**WANG Ling** Professor in the Department of Automation, Tsinghua University. His research interest covers intelligent optimization and production scheduling.)



**许焯** 清华大学自动化系博士研究生。主要研究方向为智能优化与生产调度。E-mail: xuye05@mails.tsinghua.edu.cn  
(**XU Ye** Ph.D. candidate in the Department of Automation, Tsinghua University. His research interest covers intelligent optimization and production scheduling.)



**周刚** 清华大学自动化系硕士研究生。主要研究方向为智能优化与生产调度。E-mail: gangzhou@126.com  
(**ZHOU Gang** Master student in the Department of Automation, Tsinghua University. His research interest covers intelligent optimization and production scheduling.)