# 点模型微分属性的估算及其应用

王仁芳1 徐惠霞1 陈仲委1 李继芳1

**摘 要**为了有效地估算点模型的微分属性,提出了一种基于几何特征相似性的估算方法.首先,利用 Mean shift (MS) 聚类法,对点模型进行几何特征相似性聚类;然后,基于径向基函数 (Radial basis functions, RBF),重构各聚类单元的局部隐式曲面;最后,依据经典微分几何理论,在径向基函数曲面上便捷地求解采样点的微分属性并给出具体应用.实验与应用结果表明,该方法能够比较精确地估算出点模型的微分属性且得到有效应用.

关键词 微分属性, Mean shift 聚类, 径向基函数, 点绘制, 简化, 谷脊线

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2011.01474

# Estimation of Differential Properties on Point-sampled Surfaces and Its Applications

WANG Ren-Fang<sup>1</sup> XU Hui-Xia<sup>1</sup> CHEN Zhong-Wei<sup>1</sup> LI Ji-Fang<sup>1</sup>

**Abstract** Based on the geometry-features similarity, an algorithm is presented for effectively estimating the differential properties on point-sampled surfaces (PSS). By using mean-shift (MS) clustering, PSS is first clustered into clusters according to the surface-features similarity. Based on radial base functions, a local implicit surface is then reconstructed that approximates the sampled points in a cluster. By applying the theory of classical differential geometry to each implicit surface, the differential properties of each sampled point on PSS are finally estimated and their applications are given. Some experimental results demonstrate that the algorithm can accurately estimate the differential properties on PSS and is effective.

**Key words** Differential property, mean-shift clustering, radial basis function (RBF), point-based rendering, simplification, valley-ridge line

以离散点为表面表达方式的点模型,因为具有数据获取方便、数据结构简单及无需维护拓扑结构等优点,使得点模型的数字几何处理<sup>[1-5]</sup>已成为计算机图形学中一个新兴的研究热点.在数字几何处理中,模型表面的微分属性(法向、曲率和主方向等)是必不可少的信息,常常起着非常重要的作用.因此,点模型表面(Point-sampled surfaces, PSS)微分属性的精确估算是该领域主要的基础研究内容.

连续形式的参数曲面和隐式曲面是传统的曲面 表示方式,其微分属性的计算已有较完备的方法<sup>[6]</sup>; 然而,离散形式的网格曲面和点模型,其微分属性只 能得到近似值.基于网格的表示一直是计算机图形 学中模型表示的主流,因此,现有的离散曲面微分属 性的估算方法<sup>[7-9]</sup>大多集中于网格模型,文献 [10] 对网格曲面微分属性的估算方法进行了总结和分析. 然而,网格曲面上的估算方法基本上都依赖于网格 顶点之间的拓扑连接信息,但是点模型采样点间是 没有拓扑连接信息的,这严重地限制了它们在点模 型上的推广应用.

点模型表面微分属性的估算主要有基于主元分 析<sup>[11-12]</sup>和基于逼近曲面<sup>[3,13-15]</sup>两类方法.基于 主元分析法的实质是利用一次平面来拟合点模型 采样点的邻域点集,以该拟合平面的法向作为采样 点法向的一种近似<sup>[11-12]</sup>,以曲面变分<sup>[11]</sup>作为其近 似曲率;因此,该类方法估算出的微分属性是粗糙 和不精确的.基于逼近曲面法通常首先重构出采样 点集的逼近曲面,然后,依据微分几何理论知识估 算出采样点的微分属性;因此,该类方法估算出的 微分属性较为准确.目前该类估算方法主要集中于 MLS (Moving least squares)法<sup>[3,13-14]</sup>和径向基 函数 (Radial basis functions, RBF)法<sup>[15]</sup>,前者中 局部参考平面的选取是一非线性优化过程,该过程 比较耗时且微分属性的估算较为复杂;后者的主要 问题是如何快速实现 RBF 的求解.

早期使用的 RBF 是全局支撑的<sup>[16]</sup>, 计算和存储消耗都很大, 难以实现快速重构; 尽管紧支撑 RBF<sup>[17]</sup> 克服了计算和存储问题, 但在处理采样密度变化较大的非均匀点集时效果不好且本质上仍是

收稿日期 2011-03-08 录用日期 2011-07-01

Manuscript received March 8, 2011; accepted July 1, 2011 国家自然科学基金 (61073074), 浙江省自然科学基金 (Y1090137), 宁

波市自然科学基金 (2011A610196) 资助 Supported by National Natural Science Foundation of China (61073074), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Y1090137), and Ningbo Natural Science Foundation

<sup>(2011</sup>A610196)

<sup>1.</sup> 浙江万里学院计算机与信息学院 宁波 315100

<sup>1.</sup> College of Computer Science and Information Technology, Zhejiang Wanli University, Ningbo 315100

全局的计算. 文献 [18-19] 应用单元分解的思想将 点模型分解成一系列子域 (单元), 通过融合各单元 的局部 RBF 曲面构造全局的隐式曲面; 尽管较快 速地实现了重构, 但各单元的划分是基于采样点的 空间关系进行的, 而没有考虑点模型表面区域几何 特征的相似性, 因此, 影响了隐式曲面重构与微分属 性估算的精确性. 同样地, 文献 [3, 13-14] 在构建 MLS 局部曲面时也是如此.

鉴于此,本文提出一种基于几何特征相似性的 点模型微分属性估算方法.首先,对点模型进行几 何特征相似性聚类,并在各个聚类单元上进行局部 RBF 曲面重构;然后,依据微分几何理论在 RBF 曲 面上便捷地求解微分属性;最后,给出本文微分属性 估算的具体应用.

### 1 点模型的几何特征相似性聚类

Mean shift (MS) 是一种基于多模特征空间分析的一般性非参数技术, 已广泛应用于计算机视觉与模式识别等领域, 其优势在于对点的类聚功能, 使得每个类簇内的点具有特征相似性.本文利用 MS 聚类法来实现点模型  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ 的几何特征相似性聚类, 在进行 MS 聚类时用到了采样点  $p_i$ 的法向  $n_i$  和曲率信息  $H_i$ , 因此, 我们首先利用加权主元分析法<sup>[12-13]</sup> 粗略地估算出采样点的法向和曲率.

#### 1.1 法向和曲率的粗略估算

采样点  $p_i$  的加权协方差矩阵定义为

$$C = \sum_{\boldsymbol{p}_j \in N_k(\boldsymbol{p}_i)} (\boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{c}) \cdot (\boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{c})^{\mathrm{T}} \cdot \theta(\boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{p}_j)$$

其中,  $N_k(\boldsymbol{p}_i)$  是  $\boldsymbol{p}_i$  的 k-最近邻域点集 (通常取  $k \in [9,30]$ );  $\boldsymbol{c} = \sum_{\boldsymbol{p}_j \in N_k(\boldsymbol{p}_i)} \boldsymbol{p}_j \cdot \theta(\boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{p}_j)$  是  $N_k(\boldsymbol{p}_i)$ 的加权质心;  $\theta(x)$  是单调递减权函数, 一般选择高 斯函数  $\theta(d) = e^{-d^2/h^2}$ , 本文局部地确定高斯参数 h, 动态地取 h = r/3 ( $r \in N_k(\boldsymbol{p}_i)$  包围球半径). 矩 阵 C 是对称半正定的, 其三个特征值  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ 为非负实值 (设  $0 \le \lambda_0 \le \lambda_1 \le \lambda_2$ ), 则  $\lambda_0$  对应 的特征向量  $\boldsymbol{v}_0$  视为  $\boldsymbol{p}_i$  的近似法向<sup>[13]</sup>, 曲面变分  $\sigma_k^i = \sigma_k(\boldsymbol{p}_i) = \lambda_0/(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2)$  视为  $\boldsymbol{p}_i$  的近似曲 率<sup>[11]</sup>.

#### 1.2 点模型的 MS 聚类

首先, 对 MS 算法作简要的介绍. 给定 d 维欧 氏空间  $\mathbf{R}^{d}$  中一点集  $S = \{x_1, \dots, x_n\}$ , 点 x 处的 多元核密度估计函数为<sup>[20]</sup>

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{nh_i^d} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_i}{h_i}\right)$$
(1)

其中,  $h_i > 0$ 称为带宽, 表明在多大的 x 邻域内估 计 x 点处的密度;  $K(x) = c_{k,d}k(||x||^2)$ 称为密度核 函数 ( $c_{k,d}$  为归一化常量), k(x)称为轮廓函数. 对 式 (1) 微分得到 x 处的梯度:

$$\boldsymbol{M}_{G}(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}^{d+2}} g\left(\|\frac{\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}}\|^{2}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_{i}^{d+2}} g\left(\|\frac{\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}}\|^{2}\right)} - \boldsymbol{x} \qquad (2)$$

其中,  $g(\mathbf{x}) = -K'(\mathbf{x})$ ,本文取高斯核函数.式 (2) 表明,如果要将  $\mathbf{x}$ 向带宽  $h_i$ 范围内密度最大的地方 移动,则沿  $M_G(\mathbf{x})$  (即 MS 迭代向量) 方向移动是 最快的;如此不断迭代的过程在理论上已被证明是 收敛的<sup>[21]</sup>,即:

$$\boldsymbol{y}_{k}^{[j+1]} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}^{d+2}} g\left( \| \frac{\boldsymbol{y}_{k}^{[j]} - \boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}} \|^{2} \right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_{i}^{d+2}} g\left( \| \frac{\boldsymbol{y}_{k}^{[j]} - \boldsymbol{x}_{i}}{h_{i}} \|^{2} \right)}{h_{i}},$$
$$k \in [1, \cdots, n], \ j = 0, 1, 2, \cdots$$

收敛于最近的局部模式点 (即密度估计的局部最大 值点). 由此, 在多维的变量空间中, MS 算法将所 有对指定特征具有相同局部模式的元素点 (即具有 局部相似性的元素点) 界定在同一个区域 (即类簇) 中. 实验时, 本文的收敛 (迭代终止) 条件为当次迭 代后的向量和上次的向量差的模小于指定的极小正 值 (取 0.0005).

本文 MS 聚类时,不仅考虑采样点  $p_i$  的空 间位置,而且也考虑  $p_i$  的法向  $n_i$  和曲率  $H_i$  即  $(\sigma_{i}^{i}), p_{i}$  被描述为7 维特征空间中一向量  $\bar{p}_{i} =$  $(x_i, y_i, z_i, n_{ix}, n_{iy}, n_{iz}, \sigma_k^i)$ , 且带宽  $h_i$  被自适应地 选取,详细过程参见我们的前期研究工作[2].于 是, MS 算法在指定的特征空间中将整个点模型按 照局部模式点进行了划分.本文 MS 聚类依据了 采样点的空间位置、法向和曲率的邻近性,故实现 了点模型表面区域几何特征相似性聚类. 图 1 显 示 Face 点模型 (采样点数为 34308) 在等 k 值时 不同方法的聚类结果,其中,图1(d)显示了区域 增长聚类法 (Region-growing clustering, RGC)<sup>[11]</sup>, 图 1(e) 显示了分层聚类法 (Hierarchical clustering, HCL)<sup>[11]</sup>, 图 1(f) 显示了本文 MS (迭代 22 次收敛、耗时约16s)、图1(c)显示其局部模式点 集. 可以看出, 本文 MS 的聚类单元较好地反映 了模型的几何特征相似性, 而 RGC 和 HCL 却没 有.



(a) 点云(a) Point cloud



(b) 点绘制(b) Point-based rendering



(d) 区域增长聚类(d) RGC



(e) 分层聚类(e) HCL图 1 Face 点模型的聚类Fig. 1 Clustering for face model



(c)局部模式点集(c) Point set of local modes



(f)本文聚类(f) MS

# 2 点模型微分属性的估算

本文点模型微分属性估算的基本思想是: 在 MS 聚类单元上重构其局部隐式曲面 RBF, 依据经 典微分几何理论, 在局部 RBF 曲面上推算出采样点 的微分属性.

# 2.1 MS 聚类单元的 RBF 隐式曲面重构

1

设 MS 聚类单元集为  $\{C_1, \dots, C_m\}$  ( $m \ll n$ ) (m 为聚类单元数, n 为点模型的采样点数), 首要的 任务是构建各单元  $C_i$  的局部 RBF 隐式曲面  $f(\mathbf{r})$ , 下面首先对 RBF 隐式曲面作简单的介绍. 给定  $\mathbf{R}^3$ 空间的 l 个散乱点  $\{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l\}$ , 其插值的 RBF 隐 式曲面一般形式为

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{l} w_i \phi(\mathbf{r} - \mathbf{p}_i) + P(\mathbf{r}) = 0 \qquad (3)$$

其中, **r** 表示曲面上的任意数据点,  $w_i$  表示对应 于每一个径向基的权值,  $P(\mathbf{r})$  是一个一阶多项 式, 对任意一点 (x, y, z),  $P(\mathbf{r})$  的形式  $P(\mathbf{r}) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$ , 在方程中保证曲面的线性和 连续性;  $\phi(\mathbf{r} - \mathbf{p}_i)$  是径向基函数, 本文取 3D 空间中 散乱点插值时的常用形式  $\phi(x) = |x|^3$ . 由 1 个散乱点所给定的方程约束条件为

$$f(\boldsymbol{p}_i) = \sum_{j=1}^{l} w_j \phi(\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j) + P(\boldsymbol{p}_i) = h_i,$$
  
$$i = 1, \cdots, l$$

以及使能量方程取得最小化所需满足的正交条件为

$$\sum_{j=1}^{l} w_j = \sum_{j=1}^{l} w_j \boldsymbol{p}_j^x = \sum_{j=1}^{l} w_j \boldsymbol{p}_j^y = \sum_{j=1}^{l} w_j \boldsymbol{p}_j^z = 0$$

令  $\phi_{ij} = \phi(\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j)$ , 建立下面的线性方程组:

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1l} & 1 & \boldsymbol{p}_1^x & \boldsymbol{p}_1^y & \boldsymbol{p}_1^z \\ \phi_{21} & \cdots & \phi_{2l} & 1 & \boldsymbol{p}_2^x & \boldsymbol{p}_2^y & \boldsymbol{p}_2^z \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{l1} & \cdots & \phi_{ll} & 1 & \boldsymbol{p}_l^x & \boldsymbol{p}_l^y & \boldsymbol{p}_l^z \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{p}_1^x & \cdots & \boldsymbol{p}_l^x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{p}_1^y & \cdots & \boldsymbol{p}_l^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{p}_1^z & \cdots & \boldsymbol{p}_l^z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4)

若仅由给定的 l 个散乱点定义隐式曲面,则式 (4) 右边的常数项为全零值,方程只有零解.因此,必须加入约束点使方程 (4) 求得唯一一组解  $(w_1, w_2, \dots, w_n, a_0, a_1, a_2, a_3)$ ,本文采用法矢约 束的方式<sup>[22]</sup> 加入约束点;将求得的结果代入式 (3), 便可得到隐式曲面方程:

$$f(x, y, z) = \sum_{j=1}^{n} w_j (\sqrt{(x - p_j^x)^2 + (y - p_j^y)^2 + (z - p_j^z)^2})^3 + a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z$$
(5)

本文是在聚类单元上构建局部 RBF 的,因此,采样 点数较少,方程系数矩阵的阶数也较小,使用高斯消 元法便可快速求解.

# 2.2 采样点微分属性的估算

依据经典微分几何理论, 在采样点  $p_i$  所属 聚类单元的局部隐式曲面 f(x, y, z) (由式 (5) 给 出) 上来计算其微分属性.  $p_i$  的法向  $n_i$  通过 计算 f(x, y, z) 在  $p_i$  处的梯度  $\nabla f(p_i)$  得到, 即  $n_i = \nabla f(p_i) / || \nabla f(p_i) ||$ ; 通过推导<sup>[23]</sup> 可得到高 斯曲率  $k_G$  和平均曲率  $k_H$  的计算公式:

$$k_G = \frac{\begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} & f_x \\ f_{xy} & f_{yy} & f_{yz} & f_y \\ f_{xz} & f_{yz} & f_{zz} & f_z \\ f_x & f_y & f_z & 0 \end{vmatrix}}{(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2)^2}$$

 $k_H =$ 

$$\begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{x} \\ f_{xy} & f_{yy} & f_{y} \\ f_{x} & f_{y} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f_{yy} & f_{yz} & f_{y} \\ f_{yz} & f_{zz} & f_{z} \\ f_{y} & f_{z} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f_{zz} & f_{zx} & f_{z} \\ f_{xz} & f_{xx} & f_{x} \\ f_{z} & f_{x} & 0 \end{vmatrix}$$

$$(f_{x}^{2} + f_{y}^{2} + f_{z}^{2})^{\frac{3}{2}}$$

该显式表示的计算公式在数学表示上相当整齐,相比 MLS 法<sup>[3]</sup> (需进行复杂的曲面第一和第二基本量的求解),其计算规则比较简单.因此,一旦重构了聚类单元的 RBF 隐式曲面,便可便捷地求出其上的采样点微分属性.我们首次使用该公式来计算高斯曲率和平均曲率,进而可求出主曲率 $k_1 = k_H + \sqrt{k_H^2 - k_G}$ 和  $k_2 = k_H - \sqrt{k_H^2 - k_G}$ .

 $p_i$ 的两个主方向通过计算曲率张量的特征 向量而得到. Meyer 等<sup>[24]</sup> 将曲率张量定义为  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ ,该矩阵实际上决定了曲面的第一形 式.本文在切平面上定义两个正交的单位向量s、t,则 $a = s \cdot s$ , $b = s \cdot t$ , $c = t \cdot t$ ;通过求解B的两个特征向量,便得到 $p_i$ 的两个主方向 $v_1$ 和 $v_2$ .

#### 2.3 估算结果和分析

我们在 P4 2.8 GHz、1 GB 内存、Radeon X300 显卡的 PC 机上,实现了本文的算法. 图 2 和图 3 显示了本文求出的 Frog 点模型表面微分属性的可 视化效果,其中,图 2(b)~2(f)的曲率可视化是依 据采样点曲率在索引色棒图 2(g)中的颜色值并采 用点绘制技术<sup>[1]</sup> 得到的效果图;图 3(a)和图 3(b) 中,各采样点处的线段显示了该点处的相应主方向. 可以看出,本文方法有效地反映了点模型表面各采 样点的局部微分属性.

本文采样点法向的估算是通过计算隐式曲面的 梯度求出的,而 MLS 方法是通过非线性优化估算出 的;本文隐式曲面的重构是基于具有局部几何特征 相似性的聚类单元的. 而 MLS 方法是基于采样点 局部空间关系的.因此,从解析上可以明显地看出 本文的法向较 MLS 的更为精确, 限于篇幅且考虑 到高斯和平均曲率是分析三维表面尤为重要的几何 属性,我们仅给出本文方法、MLS法<sup>[3]</sup>和 RBF 方 法[16] 估算高斯和平均曲率的比较, 如图 4 所示 (上、 下排分别为高斯曲率、平均曲率), 可视化时采用图 2(g) 所示的色棒. 从图 4 的比较中可以看出, 本文 方法对应彩色的渐变相对明显, MLS 方法相对缓和, 而 RBF 方法更为缓和;从而说明 MLS 方法和 RBF 方法对采样点间的曲率差不是很明显,这在一些本 来曲率较高的地方(如尖锐特征区域)是不符合实际 情况的. 这再一次说明, 本文方法因考虑了采样点的 局部几何特征相似性,使得估算出的微分属性较为 精确. 然而, 由于 MS 聚类过程相对耗时, 从整体的 执行效率来看,本文方法慢于 MLS 法<sup>[3]</sup>.

### 3 微分属性估算的应用

点模型微分属性的精确求解为后续的数字几何 处理奠定了坚实的基础.下面给出微分属性估算在 点模型绘制、简化和谷脊线提取中的具体应用.

# 3.1 点模型绘制

依据本文估算的微分属性,利用我们已有的点 绘制工作<sup>[1]</sup>进行点模型绘制,大致流程如下:首先, 利用估算出的微分属性确定点模型的轮廓线;然后, 基于协方差分析,确定点元在其切平面上的椭圆表 示;最后利用设计的单遍绘制算法,实现点模型的快 速高质量真实感和非真实感绘制.



在点模型的非真实感绘制中, 启发性轮廓线 是依据采样点的径向曲率进行提取的,  $p_i$  的径向 曲率  $k_r(p_i)$  由欧拉公式  $k_r(p_i) = k_1(p_i) \cos^2 \alpha + k_2(p_i) \sin^2 \alpha$  求出, 其中,  $\alpha \in w$  和主方向  $v_1$  的夹 角, w 是光线向量投影到  $p_i$  的切平面上所得到的 向量; 具体的求解与绘制过程参见文献 [1], 图 2 (f) 显示了本文方法估算出的径向曲率可视化效果. 图 1 (b) ~ 1 (c)、图 2、图 4、图 6 下排和图 7 显示了本 文点模型真实感绘制效果, 图 5 显示了非真实感绘 制效果. 可以看出, 利用本文微分属性的估算方法, 有效地实现了点模型的高质量真实感和非真实感绘制.

# 3.2 点模型简化

依据本文估算的曲率, 对点模型进行曲率自适 应的简化, 即曲率大的曲面保留较多的采样点, 而曲 率小的曲面保留较少的采样点; 该曲率自适应特性 通过曲率阈值 T 来实现.为使点集曲面的平坦度在 简化前后保持一致, 应使简化点模型  $P_s$  的平均曲率  $\overline{k_s} = \frac{1}{s} \sum_{i=0}^{s-1} k_H^i$  ( $s = d \cdot n$ ) (d 为简化率)与原模 型  $P_n$  的  $\bar{k}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} k_H^i$  基本保持一致,由此得到  $T = n\bar{k}_n/s$ . 于是简化过程便是模型不断分割过程, 直至每个单元中采样点的平均曲率和不大于 T 时终 止其分割; 然后,取各单元的质心为其代表点便得到  $P_s$ . 图 6 显示了 Fish 点模型 (采样点数为 218 399) 简化 75% 的效果 (上、下排分别为点云及其点绘 制), 左图为原型, 中、右图分别为利用本文和 MLS

(a) Frog 点模型

(a) Frog model

的估算曲率进行该简化的结果),可以看出,利用本 文曲率得到的简化模型更加有效地保持了模型细节 特征.同时,我们采用文献 [2]中的"误差评估"方 法对简化模型进行了误差计算,实验上得到本文的 最大和平均误差分别为 8×10<sup>-4</sup>和 6.2×10<sup>-5</sup>, MLS 的最大和平均误差分别为 15×10<sup>-4</sup>和 13.8×10<sup>-5</sup>, 可见本文的简化点集曲面质量优于 MLS.

(b) Face 点模型

(b) Face model



图 5 本文的点模型非真实感绘制 Fig.5 Non-photorealistic rendering of PSS by using our method

#### 3.3 点模型谷脊线提取

依据本文估算的主曲率,采用文献 [3] 的方法提 取点模型的谷脊线,大致流程如下:首先,将绝对值 较大的主曲率标识为谷脊潜在特征点;然后,通过将 特征点投影到离其最近的潜在特征线上得到增强特 征点,光滑增强特征点后生成特征线,最后,对特征 线进行相应的处理得到光滑谷脊线.图7显示了本 文提取出的谷脊线 (黑线为脊线、灰线为谷线),可以 看出,利用本文的主曲率有效地提取出了点模型的 谷脊线.

![](_page_6_Figure_6.jpeg)

### 4 结论

本文提出了一种基于几何特征相似性的点模型 微分属性估算方法.我们利用 MS 对点模型进行了 聚类,以得到具有局部几何特征相似性的聚类单元, 使得在聚类单元上重构的 RBF 曲面更加逼近于原 模型;同时经典微分几何理论的应用,使得估算出的 微分属性更为精确.我们避开了点模型全局隐式曲 面的重构,一旦重构了聚类单元的 RBF 隐式曲面, 便可便捷地求出其上的采样点微分属性.实验和应 用结果表明,本文方法能够比较精确地估算出点模 型的微分属性且能够得以有效的应用.

#### References

 Wang Ren-Fang, Li Ji-Fang, Yang Qing, Zhang San-Yuan. Fast high-quality rendering of point-sampled geometry. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2010, 22(2): 191-197 (王仁芳, 李继芳, 杨庆, 张三元. 点模型的快速高质量绘制. 计算机

辅助设计与图形学学报, 2010, **22**(2): 191–197)

2 Wang Ren-Fang, Zhang San-Yuan, Ye Xiu-Zi. Similaritybased simplification of point-sampled surfaces. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2009, 43(3): 448-454 (王仁芳,张三元,叶修梓. 基于相似性的点模型简化算法. 浙江大学

学报 (工学版), 2009, **43**(3): 448-454)

3 Pang Xu-Fang, Pang Ming-Yong, Xiao Chun-Xia. An algorithm for extracting and enhancing valley-ridge features from point sets. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(8): 1073-1083

(庞旭芳, 庞明勇, 肖春霞. 点云模型谷脊特征的提取与增强算法. 自动化学报, 2010, **36**(8): 1073-1083)

- 4 Miao Y W, Feng J Q, Xiao C X, Peng Q S. High frequency geometric detail manipulation and editing for point-sampled surfaces. The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, 2008, 24(2): 125–138
- 5 Daniels J, Ochotta T, Ha L, Silva C. Spline-based feature curves from point-sampled geometry. The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, 2008, 24(6): 449-462
- 6 Shi Fa-Zhong. Computer-Aided Geometric Design and Nonuniform Rational B-spline. Beijing: Higher Education Press, 2001. 12-41 (施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条. 北京: 高等教 育出版社, 2001. 12-41)
- 7 Alliez P, Cohen-Steiner D, Devillers O, Levy B, Desbrun M. Anisotropic polygonal remeshing. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 485-493
- 8 Grinspun E, Gingold Y, Reisman J, Zorin D. Computing discrete shape operators on general meshes. Computer Graphics Forum, 2006, 25(3): 547–556

- 9 Batagelo H C, Wu S T. Estimating curvatures and their derivatives on meshes of arbitrary topology from sampling directions. The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics, 2007, 23(9): 803-812
- 10 Fang Hui-Lan, Wang Guo-Jin. Comparison and analysis of discrete curvatures estimation methods for triangular meshes. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2005, 17(11): 2500-2507 (方惠兰, 王国瑾. 三角网格上离散曲率估计方法的比较和分析. 计 算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(11): 2500-2507)
- 11 Pauly M, Gross M, Kobbelt L P. Efficient simplification of point-sampled surfaces. In: Proceedings of the IEEE Visualization. Boston, USA: IEEE, 2002. 163-170
- 12 Schall O, Belyaev A G, Seidel H P. Robust filtering of noisy scattered point data. In: Proceedings of the Eurographics/IEEE VGTC Symposium on Point-Based Graphics. Washington D. C., USA: IEEE, 2005. 71–77
- 13 Yang P, Qian X. Direct computing of surface curvatures for point-set surfaces. In: Proceedings of the IEEE/Eurographics Symposium on Point-based Graphics. Prague, Czech Republic: IEEE, 2007. 29–36
- 14 Cheng Z L, Zhang X P. Estimating differential quantities from point cloud based on a linear fitting of normal vectors. Science in China Series F: Information Sciences, 2009, 52(3): 431-444
- 15 Ohtake Y, Belyaev A, Alexa M. Sparse low-degree implicit surfaces with applications to high quality rendering, feature extraction, and smoothing. In: Proceedings of the 3rd Eurographics Symposium on Geometry Processing. Vienna, Austria: Eurographics Association, 2005. 149–158
- 16 Carr J, Beatson R, Cherrie J, Mitchell T, Fright W R, Mc-Callum B C, Evans T R. Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions. In: Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Los Angeles, USA: ACM, 2001. 67–76
- 17 Ohtake Y, Belyaev A, Seidel H P. 3D scattered data approximation with adaptive compactly supported radial basis functions. In: Proceedings of the Shape Modeling Applications. Genova, Italy: IEEE, 2004. 31–39
- 18 Chen Y, Lai S. A partition-of-unity based algorithm for implicit surface reconstruction using belief propagation. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications. Lyon, France: IEEE, 2007. 147-155
- 19 Gois J P, Polizelli-Junior V, Etiene T, Tejada E, CasteloA, Ertl T, Nonato L G. Robust and adaptive surface reconstruction using partition of unity implicits. In: Proceedings of Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing. Minas Gerais, Brazil: IEEE, 2007. 95–104

- 20 Yamauchi H, Lee S, Lee Y, Ohtake Y, Belyaev A, Seidel H P. Feature sensitive mesh segmentation with mean shift. In: Proceedings of the International Conference on Shape Modeling International. Cambridge, USA: IEEE, 2005. 236–243
- 21 Wen Zhi-Qiang, Cai Zi-Xing. Convergence analysis of mean shift algorithm. Journal of Software, 2007, 18(2): 205-212 (文志强, 蔡自兴. Mean Shift 算法的收敛性分析. 软件学报, 2007, 18(2): 205-212)
- 22 Turk G, O'Brien J F. Variational Implicit Surfaces, Technical Report GIT-GVU-99-15, Georgia Institute of Technology, USA, 1999
- 23 Zhang San-Yuan. The geometric invariants of implicit curve and surface and geometric continuity between implicit surfaces. Chinese Journal of Computers, 1999, 22(7): 774-776 (张三元. 隐式曲线、曲面的几何不变量及几何连续性. 计算机学报, 1999, 22(7): 774-776)
- 24 Meyer M, Desbrun M, Schroder P, Barr A H. Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds. In: Proceedings of the 3rd International Workshop on Visualization and Mathematics. Berlin, Germany: Springer, 2003. 35–57

![](_page_8_Picture_6.jpeg)

**王仁芳**浙江万里学院计算机与信息学院副教授. 2008 年获得浙江大学计算机科学与技术专业博士学位. 主要研究方向为数字几何处理, 计算机图形学与虚拟现实. 本文通信作者.

E-mail: renfangwang@gmail.com (WANG Ren-Fang Associate

(WANG Ren-Fang Associate professor at the College of Computer Sci-

ence and Information Technology, Zhejiang Wanli University. He received his Ph. D. degree in computer science and technology from Zhejiang University in 2008. His research interest covers digital geometry processing, computer graphics, and virtual reality. Corresponding author of this paper.)

![](_page_8_Picture_11.jpeg)

**徐惠霞** 浙江万里学院计算机与信息学院副教授. 2008 年获得浙江大学应用数学专业博士学位. 主要研究方向为计算机辅助几何设计与计算机图形学. E-mail: snoopymath214@163.com (**XU Hui-Xia** Associate professor

at the Institute of Mathematics, Zhejiang Wanli University. She received

her Ph. D. degree in applied mathematics from Zhejiang University in 2008. Her research interest covers computer aided geometric design (CAGD) and computer graphics (CG).)

![](_page_8_Picture_15.jpeg)

**陈仲委** 浙江万里学院计算机与信息学院副教授. 1997 年获得中国石油大学应用地球物理专业硕士学位. 主要研究方向为数字图像处理,人机交互与虚拟现实. E-mail: chenzw@zwu.edu.cn

(CHEN Zhong-Wei Associate professor at the College of Computer Science and Information Technology, Zhe-

jiang Wanli University. He received his master degree in application geophysics from China University of Petroleum in 1997. His research interest covers digital image processing, human-computer interaction, and virtual reality.)

![](_page_8_Picture_19.jpeg)

**李继芳** 浙江万里学院计算机与信息学院教授.2001年获得华中科技大学计算机应用技术专业硕士学位.主要研究方向为计算机图形学.

E-mail: jifangl@zwu.edu.cn

(**LI Ji-Fang** Professor at the College of Computer Science and Information Technology, Zhejiang Wanli University.

She received her master degree in computer application technology from Huazhong University of Science and Technology in 2001. Her main research interest is computer graphics.)