第 34 卷 第 10 期 | 自 动 化 学 报 | Vol. 34, No. 10
2008 年 10 月 | ACTA AUTOMATICA SINICA | October, 2008

预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状

席裕庚 [1]　　李德伟 [1]

摘　要　通过引入最优控制理论和 Lyapunov 方法, 预测控制的理论研究在最近十多年中发展迅速, 取得了丰硕成果. 本文总结了预测控制定性综合理论的基本思路, 回顾了近十年关于具有稳定性和性能保证的预测控制的主要研究成果, 并根据近年来预测控制研究的发展趋势, 指出高效预测控制的研究已逐渐成为这一领域研究的热点.

关键词　预测控制, 最优控制, 稳定性, 鲁棒预测控制, 控制不变集, 集结

中图分类号　TP273

Fundamental Philosophy and Status of Qualitative Synthesis of Model Predictive Control

XI Yu-Geng[1]　　LI De-Wei[1]

Abstract　In the last decade, theoritical study on model predictive control underwent rapid development by introducing optimal control theory and Lyapunov method, and many important results were achieved. In this paper, the fundamental philosophy in the study on qualitative synthesis of model predictive control is summarized. The main theoritical works on model predictive control with guaranteed stability and performance are reviewed. From the trend of recent study, we point out that the high efficient model predictive control will be the focus of the afterward study in this area.

Key words　Model predictive control, optimal control, stability, robust model predictive cotnrol, control invariant set, aggregation

预测控制自从上世纪 70 年代问世以来, 因其控制机理对复杂工业过程的适应性, 在工业领域得到了广泛应用. 与此同时, 其理论研究也受到了工业界和学术界的广泛重视.

纵观预测控制理论研究的进程, 不难发现它经历了两个阶段. 在上世纪 80 年代到 90 年代, 预测控制的理论研究主要由工业界在实际应用中的需求所驱动. 在这一阶段, 各种预测控制算法被提出并得到实际应用, 如模型算法控制 (Model algorithmic control, MAC)[1], 动态矩阵控制 (Dynamic matrix control, DMC)[2] 和广义预测控制 (Generalized predictive control, GPC)[3] 等. 工业界迫切需要得到这些算法设计参数与系统性能之间的定量关系, 以指导在应用中对设计参数进行调试. 我们把因此而发展起来的预测控制理论称为 (经典) 预测控制的定量分析理论. 它针对已有的预测控制实用算法, 多数采用内模控制 (Internal model central, IMC[4]) 框架在 **Z** 域内进行分析, 如文献 [5]. 也有将问题转化为 LQ 控制问题在状态空间内进行研究, 如文献 [6]. 由于这些分析建立在闭环系统解析表达式的基础上, 通常只适用于单变量无约束可导出解析解的情况, 而对于实际工业过程中多变量有约束的预测控制算法, 因为涉及到在线非线性优化, 除了少量趋势性的结论外, 几乎不可能得到设计参数与系统性能的定量关系. 因此, 到了 90 年代后期, 除了偶尔有少量修补性的研究结果外, 这类定量分析的研究因其本质困难而逐步淡出.

鉴于上述定量研究存在的本质困难, 上世纪 90 年代中期以来, 学术界开始转换预测控制理论研究的思路, 从原来 “研究算法的稳定性” 转为 “研究稳定性的算法”, 从原来着眼于对已有算法的分析转为对新算法的综合设计, 从而掀起了新一轮研究高潮, 我们把这一阶段的理论称为 (现代) 预测控制的定性综合理论. 很显然, 它是由学术界对预测控制理论和研究方法的审视和反思所驱动的, 其特点是不再局限于对已有预测控制算法的定量分析, 而是从理论高度考虑如何设计预测控制算法使之具有稳定性或其他控制性能的保证.

在预测控制理论研究的这一阶段, 最优控制作为预测控制最重要的理论参照体系, Lyapunov 稳定性分析方法作为其性能保证的基本方法, 不变集、LMI 等作为其基本工具, 具有滚动时域特点的性能分析作为其研究核心, 构成了丰富的研究内容, 呈现出学术的深刻性和方法的创新性. 据统计,

收稿日期 2007-06-25　收修改稿日期 2007-11-12
Received June 25, 2007; in revised form November 12, 2007
国家自然科学基金 (60474002, 60674041) 和国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2006AA04Z173) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60474002, 60674041), National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2006AA04Z173)
1. 上海交通大学自动化系 上海 200240
1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01225

从 1995 年以来, 仅在*Automatica*、*IEEE Transactions on Automatic Control* 这两个国际控制主流刊物上发表的关于预测控制的论文就有 131 篇. 一些具有重要意义的论文, 如 2000 年 Mayne 等发表在*Automatica* 上的 "Constrained model predictive control: stability and optimality"[7], 仅 SCI 引用已达 349 次. 该文对预测控制定性综合理论的发展有着重要意义, 其中指出的许多研究方法和方向不仅是对以往研究的总结和提炼, 而且为后续研究提供了思路.

2000 年以来, 预测控制定性综合理论的发展更为迅速. 1) 结合文献 [7] 思想, 各种新的具体的预测控制器设计方法不断涌现; 2) 文献 [7] 未关注的一些问题, 如对可行性、实时计算量以及控制性能的兼顾等也大量加入到预测控制的设计中, 缩短了理论研究和实际应用的距离. 结合作者这些年在预测控制理论研究中的体会, 本文将回顾预测控制定性综合理论的发展, 解读其基本理念, 以 2000 年以后的理论成果为主, 综述其研究的主要问题和解决问题的主要思想, 并分析研究中的主要难点及有待解决的问题.

1 预测控制定性综合理论的基本理念

在文献 [7] 中, Mayne 等深刻揭示了预测控制与传统最优控制的关系, 并由此出发, 总结和概括了预测控制稳定性分析与综合的基本思想.

1.1 预测控制与最优控制的关系

文献 [7] 指出, 预测控制并不是一个全新的控制设计方法, 除了采用有限时域代替最优控制中的无限时域外, 它本质上解决的仍然是标准的最优控制问题, 二者的不同之处仅仅在于: 预测控制是在线求解开环最优控制问题而不是离线确定控制律.

众所周知, 最优控制问题可以通过动态规划或极大值原理求解. 由于后者求解的是一个数学规划问题而非动态规划问题, 其求解自然要比前者更为容易. 但注意到这两种方法所得到的无穷时域最优控制是相同的, 因此如果在每一时刻都把当时的系统状态 $\boldsymbol{x}$ 作为初始状态 $\boldsymbol{x}_0$, 求解开环最优控制问题并得到当前的控制量 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}^0(0,\boldsymbol{x})$, 那么这样求出的控制量 $\boldsymbol{u}$ 应该就是最优控制律 $\boldsymbol{u}=K(\boldsymbol{x})$. 这正是预测控制求解最优控制问题的思路和特点.

上述预测控制与最优控制的关系, 给我们以下两点启示:

1) 从实现的角度出发, 预测控制在每一时刻的开环优化通常采用有限时域而非无穷时域, 因此每一步解得的开环最优控制与真正意义上的无穷时域最优控制是不等价的. 所以有必要把预测控制在线进行的有限时域开环优化拓展成与无穷时域开环最优控制相近的形式.

2) 最优控制的稳定性分析通常借助于 Lyapunov 方法, 而 Lyapunov 函数通常取为最优解的值函数, 这一稳定性分析的基本框架可以借用到预测控制的稳定性分析中.

以下, 我们就这两个问题给出进一步的说明.

1.2 预测控制在线开环优化的无穷时域近似

设系统状态方程为

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k)) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{f}$ 为非线性函数, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{0},\boldsymbol{0})=\boldsymbol{0}$, 系统输入和状态约束为 $\boldsymbol{x}\in\Omega_x$, $\boldsymbol{u}\in\Omega_u$, $\boldsymbol{0}\in\Omega_x$, $\boldsymbol{0}\in\Omega_u$.

由 1.1 节中的分析, 在任一时刻 k 从系统状态 $\boldsymbol{x}(k)$ 出发的无穷时域最优控制问题的性能指标可以描述为

$$J_\infty(k)=\sum_{i=0}^{\infty}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k)) \tag{2}$$

其中 Ψ 为非线性性能函数, $\Psi(\cdot,\cdot)\geq 0$, $\Psi(\boldsymbol{0},\boldsymbol{0})=0$. 而预测控制通常只取有限时域进行优化, 其性能指标为

$$J_N(k)=\sum_{i=0}^{N-1}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k)) \tag{3}$$

比较式 (2) 和式 (3), 可以得到

$$J_\infty(k)=J_N(k)+J_{N,\infty}(k) \tag{4}$$

这里, $J_{N,\infty}(k)=\sum\limits_{i=N}^{\infty}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k))$.

由此可以看出, 要将预测控制的有限时域优化近似为无穷时域开环最优控制, 必须改造其优化问题, 补偿有限时域后的无穷时域部分. 对于这个问题, 常见的方法有:

1) 终端零约束 (也称为终端等式约束): 在有限时域优化问题中, 强制 $\boldsymbol{x}(k+N|k)=\boldsymbol{0}$. 这时若 $\boldsymbol{u}(k+i)\equiv\boldsymbol{0}$, $i=N,N+1,\cdots$, 则 $J_{N,\infty}(k)=0$, 则式 (3) 可以直接近似式 (2).

2) 终端代价函数: 式 (4) 中的 $J_{N,\infty}(k)$ 应该是其初始状态 $\boldsymbol{x}(k+N|k)$ 的函数. 虽然在多数情况下, 不能得到 $J_{N,\infty}(k)$ 的准确形式, 但若能选定某一已知终端代价函数 $F(\boldsymbol{x}(k+N|k))$ 为其上界, 则可以用增加终端代价函数后的式 (3) 来近似式 (2).

3) 终端集约束: 即强制 $\boldsymbol{x}(k+N|k)\in\Omega_f$, Ω_f 为终端约束集, 并假设当系统状态进入终端集后采用简易的状态反馈律, 则可得到 $J_{N,\infty}(k)$ 的一个上界, 从而将式 (3) 转化一个近似无穷时域优化问题.

1.3 预测控制系统的 Lyapunov 稳定性分析

通过上述改造, 预测控制优化问题可近似看成在线滚动进行的无穷时域开环最优控制. 类似最优控制, 可选取每一时刻的性能指标函数为其 Lyapunov 函数, 进而对预测控制系统进行稳定性分析.

作为一种滚动实施的在线优化控制, 预测控制与离线一次进行的最优控制不同, 其稳定性分析遇到了特殊的困难. 假设 $U^*(k)=\{\boldsymbol{u}^*(k),\cdots,\boldsymbol{u}^*(k+N-1)\}$ 是 k 时刻求得的最优控制, 其对应的最优性能指标为 $J^*(k)$, 而 $U^*(k+1)=\{\boldsymbol{u}^*(k+1),\cdots,\boldsymbol{u}^*(k+N)\}$ 是 $k+1$ 时刻求得的最优控制, 其对应的性能指标为 $J^*(k+1)$. 显然 $U^*(k)$ 和 $U^*(k+1)$ 分别是从 k 和 $k+1$ 时刻的系统状态出发, 针对各自的有限时域优化问题独立求解得到的, 它们之间不存在直接的联系. 因此要直接分析性能指标 $J^*(k)$ 和 $J^*(k+1)$ 的关系是很困难的. 这正是预测控制稳定性分析的本质难点. 借助 Kwon 等分析滚动时域控制[8] 的思路, 可以引入一个 $k+1$ 时刻的可行中间解 $U(k+1)$ 及其对应的性能指标 $J(k+1)$. 一方面, $U(k+1)$ 中的分量可以由 $U^*(k)$ 移位并补充未知分量构成, 这样就使 $U(k+1)$ 和 $J(k+1)$ 与 $U^*(k)$ 和 $J^*(k)$ 因为存在大量相同的项而易于比较. 另一方面, 由于 $U(k+1)$ 和 $J(k+1)$ 是 $k+1$ 时刻的可行解及其对应指标, 有 $J(k+1)\geq J^*(k+1)$. 这样就可通过 $J(k+1)$ 建立 $J^*(k)$ 和 $J^*(K+1)$ 之间的关系, 当系统满足一定条件时, 可以得到 $J^*(k)\geq J(k+1)\geq J^*(k+1)$, 并且当且仅当 $\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{0},\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{0}$ 时等号成立, 则 $J^*(k)$ 作为 Lyapunov 函数便可保证闭环系统的稳定性. 这一思路构成了预测控制稳定性分析最基本且最常用的方法. 其中, 中间解 $U(k+1)$ 的构造至关重要, 它必须具有可行性, 同 $U^*(k)$ 具有可比性, 且使 $J(k+1)\leq J^*(k)$. 这也是为什么在预测控制稳定性分析中可行性成为一个重要议题的原因.

以上分析了预测控制定性综合理论中最重要的理念和思路. 在预测控制新算法综合设计中, 其基本问题就是如何应用上述理念构造预测控制在线优化问题, 使之可以用 Lyapunov 方法得到稳定性保证.

2 稳定预测控制器的设计

控制器的稳定性保证是其最基本的性能保证. 对于系统 (1), 在原始意义上的预测控制在线优化问题可以表示成

$$\min_{\boldsymbol{u}(k+i|k)} J(k)=\sum_{i=0}^{N-1}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k))$$
$$\begin{aligned}\text{s.t.}\ \ &\boldsymbol{x}(k+i+1|k)=f(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k))\\ &\boldsymbol{x}(k+i+1|k)\in\Omega_x,\ \ \boldsymbol{u}(k+i|k)\in\Omega_u,\\ &i=0,\cdots,N-1\end{aligned} \tag{5}$$

在预测控制定性综合理论中, 通过对这一问题的改造, 将其转化为近似的无穷时域最优控制的形式, 借助 Lyapunov 方法分析其稳定性.

2.1 终端零约束 (等式约束) 预测控制

1978 年 Kwon 等[8] 针对线性系统二次性能指标的滚动时域控制提出人为引入终端零约束来保证系统的稳定性, 即人为地强制加入约束 $\boldsymbol{x}(k+N|k)=\boldsymbol{0}$. 当 k 时刻优化问题 (5) 的优化解 $\{\boldsymbol{u}(k|k),\boldsymbol{u}(k+1|k),\cdots,\boldsymbol{u}(k+N-1|k)\}$ 满足原有约束和终端零约束时, 对 $k+1$ 时刻优化问题可构造中间可行解 $\{\boldsymbol{u}(k+1|k),\cdots,\boldsymbol{u}(k+N-1|k),0\}$, 终端零约束的加入可保证系统的 Lyapunov 函数递减, 从而保证系统稳定. 文献 [9−10] 把终端零约束方法应用到广义预测控制 (Generalized predictive control, GPC) 系统, 提出了终端零状态约束和终端零输出约束的 GPC 算法. 文献 [11] 针对一类有约束非线性对象, 提出了基于终端零约束的预测控制算法.

终端零约束是对系统状态的一种估计, 即在预测时域后系统状态和输入都保持为零. 但是, 这种方法对无穷时域的近似比较保守, 而且过于苛刻.

2.2 终端代价函数预测控制

终端零约束相当于在性能指标中加入了权矩阵为无穷大的终端状态项, 一种松弛的做法是引入一个终端有限权矩阵来保证稳定性. 1990 年, Bitmead[12] 等针对无约束线性系统引入终端加权方法来保证预测控制器的稳定性, 其实质是在优化问题中给出控制时域以后无穷时域性能指标的一个上界. 对于无约束系统, 该问题可以表示成

$$\begin{aligned}\min_{\boldsymbol{u}(k+i|k)} J(k)=&\sum_{i=0}^{N-1}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k))+\\ &F(\boldsymbol{x}(k+N|k))\end{aligned} \tag{6}$$
$$\begin{aligned}\text{s.t.}\ \ &\boldsymbol{x}(k+i+1|k)=f(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k)),\\ &i=0,\cdots,N-1\end{aligned}$$

这里终端代价函数满足 $F(\boldsymbol{x}(k+N|k))\geq\sum_{i=N}^{\infty}\Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k),\boldsymbol{u}(k+i|k))$, $\boldsymbol{u}(k+i|k)=H\boldsymbol{x}(k+i|k)$, $i\geq N$. 特别对于线性定常系统二次性能指标, 可以通过求解 Riccati 方程来得到终端加权矩阵, 它与反馈矩阵有关.

控制器 (6) 由于引入终端代价函数, 使其优化问题对应的性能指标近似为一个无穷时域的优化

指标, 其稳定性分析可用 Lyapunov 方法进行. 以线性系统二次性能指标为例, 其终端代价函数为 $F(\boldsymbol{x}(k+N|k)) = ||\boldsymbol{x}(k+N|k)||_P^2$, 其中 P 满足条件 $P - Q - H^{\mathrm{T}}RH - (A+BH)^{\mathrm{T}}P(A+BH) > 0$. 设该问题在 k 时刻有最优解 $\{\boldsymbol{u}(k|k), \cdots, \boldsymbol{u}(k+N-1|k)\}$, 则 $k+1$ 时刻, 取可行解 $\{\boldsymbol{u}(k+1|k), \cdots, \boldsymbol{u}(k+N-1|k), H\boldsymbol{x}(k+N|k)\}$. 其对应的性能指标差为

$$\begin{aligned} J^*(k) - J(k+1) = &||\boldsymbol{x}(k|k)||_Q^2 + ||\boldsymbol{u}(k|k)||_R^2 + \\ &||\boldsymbol{x}(k+N|k)||_P^2 - ||\boldsymbol{x}(k+N|k)||_Q^2 - \\ &||\boldsymbol{x}(k+N+1|k)||_P^2 - ||H\boldsymbol{x}(K+N|k)||_R^2 \end{aligned}$$

从而 $J(k+1) < J^*(k)$, 即 $J^*(k+1) < J^*(k)$, 保证了 Lyapunov 函数递减.

Rawlings 等[13] 按线性系统稳定与否及有无约束分为四种情形进行讨论, 对有约束不稳定系统, 在控制时域终点将不稳定部分状态采取终端零约束使其强制到零, 从而转化为有约束稳定系统的优化问题; 而对于稳定线性系统, 则采用无穷时域控制量为零情况下的性能指标作为终端代价函数. 这类的研究还有文献 [14−15].

2.3 带有终端集约束的预测控制

终端集约束是对终端零约束的另一种扩展. 一般而言, 将系统状态驱动到一个集合内要比到一个点容易, 所以终端集约束比终端零约束的保守性低.

终端集约束是伴随着双模控制提出的. 1993 年, Michalska 等[16] 针对一类有约束非线性对象, 采用不等式约束代替终端零约束, 提出了双模预测控制的思想. 终端集是一个原点的邻域集合 Ω_f, 预测控制器的作用是在有限时间内, 将系统状态控制到这个终端集合内. 当系统的状态进入该集合 Ω_f 内部时, 则采用局部线性反馈控制律控制. 双模控制的思想是在控制策略上对无穷时域控制的一种近似, 对以后的研究具有重要影响.

Chen 等[17] 针对非线性系统预测控制问题, 在终端集约束的基础上引入了终端加权. 该控制器通过离线解一个 Lyapunov 方程得到其终端加权阵, 在线时通过有限时域控制使系统状态进入一个终端集合, 保证了系统的渐近稳定. 这样的控制策略是对无穷时域优化的一种比较好的近似. 采用终端集约束和终端加权的稳定预测控制器一般可表示为

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{u}(k+i|k)} \ J(k) = &\sum_{i=0}^{N-1} \Psi(\boldsymbol{x}(k+i|k), \boldsymbol{u}(k+i|k)) + \\ &F(\boldsymbol{x}(k+N|k)) \\ \text{s.t. } &\boldsymbol{x}(k+i+1|k) = f(\boldsymbol{x}(k+i|k), \boldsymbol{u}(k+i|k)) \\ &\boldsymbol{x}(k+i+1|k) \in \Omega_x,\ \boldsymbol{u}(k+i|k) \in \Omega_u \\ &\boldsymbol{x}(k+N|k) \in \Omega_f, \ \ i = 0, \cdots, N-1 \end{aligned} \tag{7}$$

双模控制、终端集约束及其与终端代价函数的配合使用, 为具有稳定性保证和性能保证的预测控制器设计建立了理论基础, 使预测控制的稳定性研究出现了一个飞跃. 对于双模预测控制方法中几个主要组成部分的研究, 衍生出大量有重要意义的研究成果. 如 Parisini 等[18] 引入特殊的终端加权形式 $h_F(\boldsymbol{x}_{t+N}) = \alpha\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}$, 证明了通过选取合适的 α 和 P 值, 可以保证系统渐近稳定. Nicolao 等[19] 对性能指标含终端代价函数的非线性系统的优化问题设计了预测控制器, 使得系统在平衡点指数稳定. 同时证明了随着优化时域从零延长至无穷时域, 其初始可行域也从其线性化系统的原点邻域扩大至非线性系统无穷时域优化的初始可行域. Magni 等[20] 针对非线性有约束系统, 采用终端集约束和终端加权项, 分析了当优化时域长度延长时, 优化问题计算负担、稳定域和性能指标等相应的变化情况, 并通过终端加权保证了闭环系统的稳定性. Limon 等[15] 分析了无终端集约束条件下的预测控制器的稳定性问题, 给出了相应的稳定性条件; 并证明了无终端集约束时, 可通过增大终端加权来扩大系统的初始可行域. Lee 等[21] 得到了终端加权矩阵差分不等式, 该条件可以转化为 LMI 进行求解, 从而可以设计终端加权矩阵, 得到系统渐近稳定或指数稳定的预测控制器. 另外, 文献 [22] 通过设计终端加权矩阵和不变椭圆集约束, 分别设计了状态反馈控制器和输出反馈控制器, 保证了系统的指数稳定性.

以上这些成果, 都是直接或间接引入终端集和终端加权等人为约束条件, 用有限时域优化来近似无穷时域优化, 以得到有稳定性保证的预测控制器. 虽然有的文献中并没有直接出现终端集约束, 但这个条件实际是隐含在该方法中的, 如文献 [15].

2000 年, Mayne 等在文献 [7] 中总结了以往研究成果, 指出了预测控制稳定设计的三大要素: 终端集, 终端代价函数以及局部控制器, 概括了预测控制系统稳定性保证的基本途径. 但由于人为约束的加入, 使另外一个原本就有的问题更加突出, 即在线计算量、控制性能和系统初始可行域之间的矛盾. 例如按照双模控制方法, 在终端集不变的条件下, 只有增大控制时域长度才能扩大系统的初始可行域, 获取好的控制性能, 但这样会加大控制器的在线计算量. 这三者的矛盾在鲁棒预测控制系统中更为突出. 事实上, 在预测控制稳定性保证的基本途径确定以后, 近年来预测控制的理论研究大多是围绕解决这一矛盾进行的.

3 鲁棒预测控制

随着预测控制稳定性设计的理论和方法日渐成熟, 对于不确定对象鲁棒预测控制的研究也逐渐成为预测控制研究的热点, 其实质是在线求解一个关于系统未来状态和输入的 min-max 优化问题.

在现有研究中, 不确定系统常分为受扰系统和参数不确定系统. 其中受扰系统可写成

$$\boldsymbol{x}(k+1)=f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k))+\boldsymbol{\omega}(k) \tag{8}$$

这里扰动 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 一般是不可测有界扰动, 即 $||\boldsymbol{\omega}(k)||_2 \le \overline{\omega}$. 参数不确定系统则可以采用多胞模型来描述, 即

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}(k+1)=A(k)\boldsymbol{x}(k)+B(k)\boldsymbol{u}(k)\\&(A(k),B(k))=Co\{(A_1,B_1),\cdots,(A_{n_p},B_{n_p})\}\end{aligned} \tag{9}$$

虽然在实际研究中, 常常会同时考虑这两种不确定性, 但本文还是按照模型分类分别介绍.

3.1 受扰系统的鲁棒预测控制

对于受扰系统预测控制的研究起步较早, 如文献 [23]. 之后, 人们借鉴鲁棒控制的研究方法, 对具有结构不确定性和外加扰动对象的预测控制进行了研究. 耿晓军[24−25] 和 Kim[26] 分别采用 H_∞ 的方法研究受扰系统的滚动时域预测控制问题. 文献 [24−25] 分别针对不同的对象, 研究其滚动时域 H_∞ 控制的设计, 给出了基于 H_∞ 性能指标的最优控制律和其存在的充分性条件, 其中文献 [25] 以此为基础设计执行机构存在扇区非线性摄动时的滚动时域 H_∞ 控制器. 针对有输入约束和外加扰动的线性系统, 文献 [26] 设计了滚动时域 H_∞ 控制器 (RHHC), 其目标函数为固定加权的有限时域代价函数和可变的终端代价函数, 该控制器可以保证系统闭环稳定且满足 H_∞ 指标, 而且优化问题可以方便地转化为 LMI 问题来求解.

对于结构性摄动, 采用多胞模型来研究受扰系统是鲁棒预测控制一种常见的研究方法, LMI 成为这类研究的主要工具. 在文献 [27] 中, Kothare 将线性受扰系统转化为一个多胞模型描述系统, 进而采用 LMI 方法设计鲁棒预测控制器, 保证了系统渐近稳定. 为了改善文献 [27] 提出的控制器的控制性能并减小在线计算量, Casavola 等[28] 在文献 [27] 的基础上, 提出采用控制律 $\boldsymbol{u}=K\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c}_k{}^*(t)$, 其中反馈律 K 离线设计, $\boldsymbol{c}_k{}^*(t)$ 在线设计, 使得闭环系统渐近稳定. 由于增加了自由度, 并采用离线设计在线综合的方法, 文献 [28] 中的控制器的在线计算量明显减小, 并且控制性能有所提高.

对于扰动设计扰动不变集, 进而设计预测控制器是鲁棒预测控制研究中一类比较独特的方法. Angeli 等[29] 针对有扰动的多胞不确定系统, 离线设计了一系列椭圆集. 这些椭圆集的特点是在容许控制和干扰条件下, 系统的状态可以随时间的推移向内收敛, 在线计算时只做一步预测, 使系统状态沿椭圆集合向内收敛, 进入控制不变集则采用状态反馈, 使闭环系统稳定. 针对线性系统的有界扰动, Mayne[30] 等利用线性系统具有叠加性的特点提出了一种巧妙的处理方法. 对名义系统采用状态反馈律 K_r, $\phi=A+BK_r$, 则可以得到系统有界扰动的不变集 Z. 系统的当前状态 $\boldsymbol{x}(k)$ 可看作两个状态分量之和, 即 $\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{x}_1(k)+\Delta\boldsymbol{x}(k)$, $\Delta\boldsymbol{x}(k)\in Z$, 系统控制量可以写为 $\boldsymbol{u}(k)=K_r\Delta\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{c}(k)$, 则在 $K_r\Delta\boldsymbol{x}(k)$ 的作用下, 当前扰动对系统影响的结果 $\Delta\boldsymbol{x}(k+1)$ 仍然在扰动不变集内. 系统控制量的另一个分量 $\boldsymbol{c}(k)$ 则驱动系统状态分量 $\boldsymbol{x}_1(k)$ 趋向原点. 文献 [30] 的方法对于预测控制器处理扰动的设计具有普遍意义. 在文献 [31] 中, Mayne 将该方法应用于输出反馈系统设计鲁棒预测控制器. 文献 [32] 对扰动不变集的求取方法进行了讨论.

除了上述的研究外, Fukushima 等[33] 对受扰系统的模型进行处理, 将不确定模型转化为一个折中的名义模型, 针对折中模型设计预测控制器. Scokaert[34] 研究了受扰线性定常系统 $\boldsymbol{x}_{t+1}=A\boldsymbol{x}_t+B\boldsymbol{u}_t+\boldsymbol{\omega}_t$, 在优化问题中考虑所有可能的扰动序列对系统状态的影响, 并以此为基础设计双模控制器. 对于持续扰动的有约束的线性离散系统, 由于约束条件和持续扰动的存在, 通常会导致系统不稳定和无可行解. Chisci 等在文献 [35] 中根据扰动序列集相应地设置终端约束, 设计了状态反馈控制器, 可以把状态控制到鲁棒不变集内, 使系统稳定. Mosca[36] 针对有输入饱和约束且有界但界未知的持续扰动系统, 设计反馈律的预测开关控制机制, 并证明了闭环系统无扰稳定性和有扰动条件下的无穷范数有界.

3.2 多胞不确定系统鲁棒预测控制

在鲁棒预测控制的研究中, 更为普遍的研究对象是可以采用多胞模型描述的不确定系统. 相比于扰动模型而言, 多胞模型具有更大的适用性, 包括时变系统和非线性系统等在一定条件下都可以转化为多胞不确定性系统进行研究.

控制不变集在多胞不确定系统鲁棒预测控制中有着重要的作用. 对于一个受控系统, 如果其初始状态属于一个集合, 且在某个控制输入的作用下, 该系统以后时刻的状态仍然位于该集合内, 则称该集合是系统的一个控制不变集. 显然, 这种特性特别适合用来对预测控制系统进行理论分析. 文献 [37] 详细介绍了对控制不变集的应用.

1996 年, Kothare 等[27] 针对多胞不确定系统第一次系统提出基于椭圆不变集的鲁棒预测控制器设计方法. 该方法从 min-max 原理出发, 通过优化目标函数上界, 采用 LMI 方法将鲁棒预测控制问题转化为由线性矩阵不等式组成的优化问题:

$$
\begin{aligned}
&\min_{\gamma,Q,Y,X,L} \gamma \\
\text{s.t. } &\begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k|k) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \\
&\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ A_jQ+B_jY & Q & * & * \\ Q_1^{1/2}Q & 0 & \gamma I & * \\ R^{1/2}Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad j=1,2,\cdots,p \\
&\begin{bmatrix} X & * \\ Y^{\mathrm{T}} & Q \end{bmatrix} > 0,\ X_{ii} \leq \bar{u}_i^2,\ i=1,\cdots,m \\
&\begin{bmatrix} L & * \\ QF^{\mathrm{T}} & Q \end{bmatrix} > 0,\ L_{ii} \leq \bar{x}_i^2,\ i=1,\cdots,n
\end{aligned} \tag{10}
$$

这里, $*$ 代表对称矩阵相应的项. 上述优化问题中, 第二个不等式是不变集设计的核心, 表示系统对于多胞各顶点模型采用反馈增益 YQ^{-1} 均能保证无穷时域优化性能指标的上界为 γ, 第三和第四个不等式则分别为输入和状态约束描述. 文献 [27] 中控制器设计和处理约束的方法为后来的研究奠定了基础.

在文献 [27] 基础上, Cuzzola[38] 针对多胞描述的线性时变系统, 设计了参数依赖的 Lyapunov 函数, 相应于模型多个顶点设计多个 Lyapunov 函数, 降低了 Kothare 方法的保守性. Mao[39] 纠正了文献 [38] 中关于不变集设计的错误, 完善了该方法.

高效鲁棒预测控制器 (Efficient robust predictive control, ERPC)[40] 是另一种基于不变集的预测控制器设计方法. 它采用控制律 $\boldsymbol{u}_k = K\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}_k$, 其中 K 是离线设计的无约束条件下最优反馈矩阵, $\boldsymbol{c}_k$ 为在线优化的自由补偿量, 其目的是使系统满足约束. ERPC 方法通过离线设计增广系统的不变集, 减小在线计算量; 通过增加 $\boldsymbol{c}_k$, 使系统设计的自由度增大, 扩大了系统最优反馈律对应的初始可行域; 同时通过在线求解 $\min \boldsymbol{c}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_k$, 使得有约束条件下的性能指标接近无约束最优指标. 针对 ERPC 的计算效率和次优性问题, 文献 [41] 提出采用 Newton-Raphson 法来求解在线优化问题, 并通过扩展不变集来改善次优性, 从而使 ERPC 的在线计算量很小, 同时控制性能较好. 但由于文献 [40] 中的 ERPC 的初始可行域的大小受到补偿量数量的限制, 而且对于固定的反馈律而言, 其可行域大小是有限的, 因此文献 [42−44] 提出三模控制的方法来进一步扩大系统的初始可行域, 通过增加一定长度的自由控制量 (第三模态), 将系统状态驱动到第二模态的椭圆不变集内, 降低了基于增广椭圆不变集的预测控制的保守性, 扩大了系统的初始可行域. 在另一方面, Drageset 等[45] 采用一种映射关系将有限的自由补偿量映射到无穷时域, 以增大系统的初始可行域. 2005 年, Imsland 等[46] 基于这个思想, 通过动态补偿, 进一步扩大系统的稳定域. 文献 [47] 给出了上述 ERPC 离线问题的 LMI 形式, 分析了该方法同 Kothare[27] 方法的关系, 并在性能分析的基础上给出了改善次优性的一些方法. Cannon 等[48] 通过把非线性对象转化为多胞模型, 进而采用 ERPC 方法研究它的预测控制问题.

多面体不变集是另外一种形式的控制不变集. 由于有约束系统的约束条件一般都是线性不等式约束, 因此采用多面体不变集更为直观, 也可以获得更大的可行域. Lee 等[49] 对于有输入约束多胞系统采用多面体不变集进行设计, 扩大了系统的初始可行域, 提高了系统的动态性能. 在文献 [50] 中, Lee 给出了一种线性规划的方法来求解多面体不变集. 为了减少多面体不变集在线求解优化变量个数过多的问题, 文献 [51] 将在线优化问题转化为离线根据系统状态点计算出控制序列, 在线凸组合求取控制量, 这样就大大减小了在线计算量. 但是, 同椭圆不变集相比, 采用多面体不变集虽然可以获得更大的可行范围, 但其分析和计算都更为复杂. 如文献 [49−51] 中都是事先确定反馈律, 然后设计多面体不变集. 关于多面体不变集的研究还有文献 [52−54].

以往基于不变集的预测控制器设计尽管有效, 但这类设计都是假设系统状态处于一个集合内, 且这个集合内存在一个统一的反馈控制律可以保证系统的渐近稳定 (即处于不变集内). 这个假设是这些设计的最大保守性, 因为实际的系统状态往往需要采用多个反馈律对应的控制序列才能够镇定. 文献 [55−56] 通过离线计算预测控制的可达区域来克服单一反馈律假设的保守性, 以扩大系统初始可行域并减小在线计算量, 但这样的设计使控制性能不佳.

综上所述, 鲁棒预测控制经过十多年的发展, 在设计方法和理论分析上都取得了很多重要的成果. 以不变集理论为基础, 结合最优控制的思想, 采用 LMI 为主要工具, 成为鲁棒预测控制系统分析和设计的主要方法.

4 现代预测控制设计中的难点及其解决方法

正如第 2 节所述, 随着预测控制现代设计方法的出现, 预测控制器的稳定性和性能都通过一系列附加的人为约束得到理论上的保证. 但这些算法的

实用性却始终受到质疑. 除了其模型描述与求解工具比较复杂外, 最主要的是其在线计算量、控制性能以及初始可行域之间的矛盾更为突出. 事实上, 预测控制是一种实用性很强的控制算法. 因此, 如何缩小预测控制新一代理论研究成果和实际应用之间的差距, 成为当前及今后预测控制研究的热点. 其关键问题是平衡好上述三者的矛盾, 得到一个高效高性能的预测控制器.

4.1 反馈预测控制

2000 年, Mayne 等[7] 从保证鲁棒预测控制的可行性和提高系统控制性能出发, 基于双模控制提出反馈预测控制框架, 即采用控制策略 $\pi = \{\boldsymbol{u}(0), K_1(\cdot), \cdots, K_N(.)\}$ 来代替以往双模控制中自由控制变量. 该框架对于预测控制的研究具有重要意义. 从这个框架来看, 文献 [27] 以及以此为基础的改进[38−39] 都可以看作是 $N = 0$ 的反馈预测控制. 但对于反馈预测控制而言, 如何以有限的在线计算量得到一系列的反馈律, 仍有待解决. 近几年来, 许多学者试图给出一个多步反馈预测控制的实现方法.

Wan 等[57] 离线构造两个名义系统终端约束集, 在线优化时, 实际的终端约束集为离线构造的两个集合的凸组合, 通过在线设计终端集外的引导控制量来实现反馈预测控制. 张群亮[58] 针对实际不确定系统离线设计一系列相互正交的终端约束集, 在线以这些集合的凸组合作为终端约束集. 文献 [59] 纠正了文献 [57] 的错误, 提出多顶点控制的思想, 即根据系统的多胞模型, 采用树形的多个控制量和树形系统状态去分析系统. 反馈预测控制中, 终端集外的每一步控制对应于树形控制律中的一层, 通过这种方法构造出系统可行控制量, 保证系统的鲁棒稳定性.

Bloemen 等[60] 针对线性定常系统, 采用一个自由控制序列和一个状态反馈控制律进行控制, 在线优化反馈律和对应的终端权矩阵以及终端约束集. 该方法可以有效扩大终端约束集, 提高控制性能. 文献 [61] 综合吸取了 Cuzzola[38] 和 Bloemen[60] 的思想: 借鉴 Cuzzola 的思想, 根据多面体的多个顶点相应地设计多个 Lyapunov 函数; 借鉴 Bloemen 的思想, 在线设计终端加权矩阵, 即在线设计终端约束集, 相比终端约束集的离线设计降低了保守性, 因此有效地扩大了系统初始可行域, 并改善了控制性能.

以上方法均产生于实现反馈预测控制框架的意图, 但由于如何以较小的计算量在线求取反馈控制律并没有得到有效的解决, 所以它们不得不退回到在线求取自由控制量. 而由于多胞模型的顶点数会随着步数增加急剧膨胀, 也带来了巨大的在线计算量.

Lee 等在文献 [62−63] 中提出一种非常巧妙的设计思路: 周期不变集. 即通过一系列的反馈控制律以及这些控制律对应的容许椭圆集保证周期不变集的不变性. 周期不变集的提出, 改变了原有不变集设计的一般思路, 由于采用了多个可变的反馈控制律, 其可行域范围得到了有效的扩大. 但可以看出周期不变集的方法仍然没有完全实现反馈预测控制框架. 另外由于周期性的约束, 给该方法带来了保守性.

4.2 离线设计在线综合方法

预测控制器需要在线求解一个非线性优化问题. 如果能将一部分需要在线进行的计算转化为离线完成, 则可以减小在线的计算量. 基于这种思想, 人们得到了一系列有意义的成果.

Bemporad 等[64] 针对线性定常系统的预测控制问题, 提出用多参数二次规划的方法解决在线计算量大的问题, 它离线求取所有可能的活跃约束集和相应的区域及控制轨迹, 在线根据当前状态所在区域确定控制量. 显然, 这种方法如果设计的区域越多, 则控制效果就越好, 同时也要求控制器有更多的内存. Rossiter 等[65] 针对这个问题提出采用插值法减少需要设计的区域. 对线性定常系统而言, 多参数二次规划的方法可以取得较好的效果, 但在解决鲁棒预测控制问题上有较大困难.

2003 年, 针对文献 [27] 方法在线计算量较大的问题, Wan 等[66] 提出一种改进: 离线选取 N 个向原点不断靠近的初始状态, 对这些状态分别求解问题 (10), 得到恰好包含这些初始状态的 N 个椭圆不变集以及相应的反馈控制律, 这些椭圆集在状态空间中是层层嵌套的; 在线实施时, 通过系统当前状态相邻的两个不变集反馈律的凸组合来确定当前的反馈律 $F = \alpha_i F_i + (1 - \alpha_i) F_{i+1}$, 进而得到控制量. 文献 [66] 的算法在保证闭环系统渐近稳定性的同时, 其在线计算量大大减少, 当然其控制性能也有所下降.

ERPC[40] 控制器是另外一种离线设计在线综合的典型方法. 它首先离线采用名义系统无约束最优反馈律构造增广系统, 并求取增广系统在增广空间内的不变集; 在线实施时, 通过在确保当前状态和附加控制量组成的增广向量处于不变集内时最小化附加控制量, 使得有约束下性能指标接近无约束下的最优指标. 正如 3.2 节所介绍的, 文献 [41−48] 采用了不同的策略对 ERPC 进行改进, 使其计算量更小, 初始可行域更大, 控制性能更优.

离线设计在线综合方法的基础是要求原有的预测控制器设计方法可以进行分解, 并且需要能够为

在线综合保留一定的在线设计自由度. 如何进行合理的离线设计, 是一个和预测控制器的原有设计有关的比较复杂的问题, 需要预测控制设计、稳定性分析和性能分析等多方面理论作为基础.

4.3 预测控制集结优化策略

决定预测控制器在线计算量的主要因素是优化变量的个数, 因此如果能减少优化变量个数, 则可以减小在线计算量. 集结策略正是出于这个思路提出的一种减小预测控制在线计算量的方法. 集结策略, 工程上也称为输入参数化, 如早期的预测控制算法中均采用控制时域小于优化时域, 就是一种集结策略. Zheng[67] 提出一步近似算法, 即只需在线求解当前控制量, 对未来的控制序列则近似进行求解. Blocking 方法[68] 是较早提出的一种减少优化变量个数的策略, 其做法是使一定时间段内的控制量相同. 预测函数控制 (Predictive fanction control, PFC)[69] 则采用一组基函数的组合来得到控制时域内的控制量, 其优化变量仅仅为基函数的系数. 在早期的研究中, 这些策略的提出都是独立的, 不相关的.

杜晓宁等[70] 在总结以往策略的基础上, 首次将集结的概念引入到预测控制中, 通过集结变换 $\boldsymbol{U}(k)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{V}(k)$, 用低维变量 $\boldsymbol{V}(k)$ 替代原来的高维优化变量 $\boldsymbol{U}(k)$, 有效地降低了优化变量的维数, 减少了在线计算负担. 李德伟等[71] 在文献 [70] 的基础上, 提出广义集结框架, 进一步涵盖了以往的集结策略. 集结变换将以往具体的策略抽象为一个数学空间映射, 从而为理论分析提供了统一的形式.

在集结框架下, 关于集结策略的稳定性和集结后系统控制性能的研究得到了一些成果. 在文献 [58] 中, 张群亮研究了分段集结预测控制器的可行性和稳定性条件. 刘斌等[72−73] 分别对存在有界外界扰动的有约束系统和多胞描述的有约束系统, 应用衰减集结设计鲁棒预测控制器. 但由于增加了优化变量的结构性约束, 使以往分析预测控制器稳定性时通常采用的控制序列移位的方法不再适用, 造成了集结策略研究的难点. 以上这些关于集结预测控制器的研究, 虽然取得了一些结论, 但附加了过多的条件. 文献 [71] 通过将集结后的系统扩展成增广系统, 给出集结系统的稳定性条件, 但理论仍不完善.

此外, 也有学者采用固定反馈律加补偿量进行控制, 对补偿量采用集结策略来减少在线计算量. ERPC[45−47] 中对于附加补偿量的处理就是一种特殊的衰减集结形式. Cagienard[74] 对附加补偿量采用可变的 Blocking 矩阵以保证控制器的稳定性.

尽管集结预测控制的研究难度较大, 但这种映射为理论研究展现了一个广阔的空间. 例如根据预测控制只实施优化序列的第一个控制量的特点, 李德伟等[75] 提出等效集结概念, 分别给出了无约束情况和终端零约束情况下等效集结矩阵的选取方法.

相对于 4.2 节中的离线设计在线综合的方法, 集结策略采用了另外一种思路, 即通过某种映射直接减少在线优化变量的个数, 从而减小计算量. 集结策略从最初的预测控制问题 (7) 出发, 对控制器的设计方法没有太多的要求. 但对于基于集结的预测控制器的设计的研究仍然有待进一步深入. 由于优化变量的减少必然导致在线计算量的下降. 因此, 这一领域的研究重点将集中在如何离线设计集结矩阵以保证系统稳定性和较好的控制性能.

5 结论

在过去十多年中, 预测控制定性综合理论成为预测控制理论研究的主流, 取得了长足的进展, 通过采用对无穷时域优化的近似, 较好地解决了预测控制稳定性保证和性能优化的问题. 许多具有性能保证的预测控制器设计方法相继提出, 为预测控制的实际应用提供了理论基础. 如何设计同时具有良好控制性能, 较大初始可行域和较小在线计算量的高效预测控制器, 成为近年来预测控制研究的热点, 是一个需要继续研究的课题. 而在基本预测控制定性综合理论日渐成熟的基础上, 进一步考虑状态观测器、系统参数辨识以及多速率采样等情况, 也必将衍生出更多具有挑战性的问题.

References

1 Rouhani R, Mehra R K. Model algorithmic control (MAC): basic theoretical properties. *Automatica*, 1982, **18**(4): 401−414

2 Cutler C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. In: Proceedings of the Joint Automatic Control Conference. San Francisco, USA: AACC, 1980. Paper WP5-B

3 Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control. *Automatica*, 1987, **23**(2): 137−160

4 Garcia C E, Morari M. Internal model control: a unifying review and some new results. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1982, **21**(2): 308−323

5 Xi Y G. Minimal form of a predictive controller based on the step-response model. *International Journal of Control*, 1989, **49**(1): 57−64

6 Clarke D W, Mohtadi C. Properties of generalized predictive control. *Automatica*, 1989, **25**(6): 859−875

7 Mayne D Q, Rawling J B, Rao C V, Scokaert P O M. Constrained model predictive control: stability and optimality. *Automatica*, 2000, **36**(6): 789−814

8 Kwon W H, Pearson A E. On feedback stabilization of time-varying discrete linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, **23**(3): 479−481

9 Scokaert P O M, Clarke D W. Stabilising properties of constrained predictive control. *IEE Proceedings, Control Theory and Applications*, 1994, **141**(5): 295−304

10 Clarke D W, Scattolini R. Constrained receding-horizon predictive control. *IEE Proceedings, Control Theory and Applications*, 1991, **138**(4): 347−354

11 Keerthi S S, Gilbert E G. Optimal infinite-horizon feedback laws for a general class of constrained discrete-time systems: stability and moving-horizon approximations. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1988, **57**(2): 265−293

12 Bitmead R R, Gevers M, Wertz V. *Adaptive Optimal Control: the Thinking Man's GPC*. New Jersey: Prentice-Hall, 1990

13 Rawlings J B, Muske K R. The stability of constrained receding horizon control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(10): 1512−1516

14 Alamir M, Bornard G. Stability of a truncated infinite constrained receding horizon scheme: the general discrete nonlinear case. *Automatica*, 1995, **31**(9): 1353−1356

15 Limon D, Alamo T, Salas F, Camacho E F. On the stability of constrained MPC without terminal constraint. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(5): 832−836

16 Michalska H, Mayne D Q. Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(11): 1623−1633

17 Chen H, Allgower F. A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability. *Automatica*, 1998, **34**(10): 1205−1217

18 Parisini T, Zoppoli R. A receding-horizon regulator for nonlinear systems and a neural approximation. *Automatica*, 1995, **31**(10): 1443−1451

19 De Nicolao G, Magni L, Scottolini R. Stabilizing receding-horizon control of nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(7): 1030−1036

20 Magni L, De Nicolao G, Magnani L, Scottolini R. A stabilizing model-based predictive control algorithm for nonlinear systems. *Automatica*, 2001, **37**(9): 1351−1362

21 Lee J W, Kwon W H, Choe J. On stability of constrained receding horizon control with finite terminal weighting matrix. *Automatica*, 1998, **34**(12): 1607−1612

22 Lee J W. Exponential stability of constrained receding horizon control with terminal ellipsoid constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(1): 83−88

23 Zheng Z Q, Morari M. Robust stability of constrained model predictive control. In: Proceedings of American Control Conference. San Francisco, USA: IEEE, 1993. 379−383

24 Geng Xiao-Jun, Xi Yu-Geng. Receding horizon H_∞ control based on HM nonlinear model. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(1): 68−73
(耿晓军, 席裕庚. 基于 HM 非线性模型的滚动时域 H_∞ 控制. 自动化学报, 2000, **26**(1): 68−73)

25 Geng Xiao-Jun, Xi Yu-Geng. Receding horizon H_∞ control for systems with uncertainty. *Control and Decision*, 2000, **15**(2): 149−152
(耿晓军, 席裕庚. 不确定系统的滚动时域 H_∞ 控制设计. 控制与决策, 2000, **15**(2): 149−152)

26 Kim K B. Disturbance attenuation for constrained discrete-time systems via receding horizon controls. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(5): 797−801

27 Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 1996, **32**(10): 1361−1379

28 Casavola A, Famularo D, Franz G. Robust constrained predictive control of uncertain norm-bounded linear systems. *Automatica*, 2004, **40**(11): 1865−1876

29 Angeli D, Cassavola A, Mosca E. Ellipsoidal low-demanding MPC schemes for uncertain polytopic discrete-time systems. In: Proceedings of the 41th IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, USA: IEEE, 2002. 2935−2939

30 Manye D Q, Seron M M, Rakovic S V. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances. *Automatica*, 2005, **41**(2): 219−224

31 Mayne D Q, Rakovic S V, Findeisen R, Allgower F. Robust output feedback model predictive control of constrained linear systems. *Automatica*, 2006, **42**(7): 1217−1222

32 Rakovi S V, Kerrigana E C, Mayne D Q, Kouramas K I. Optimized robust control invariance for linear discrete-time systems: theoretical foundations. *Automatica*, 2007, **43**(5): 831−841

33 Fukushima H, Bitmead R R. Robust constrained predictive control using comparison model. *Automatica*, 2005, **41**(1): 97−106

34 Scokaert P Q M, Mayne D Q. Min-max feedback model predictive control for constrained linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(8): 1136−1142

35 Chisci L, Rossiter J A, Zappa G. Systems with persistent disturbances: predictive control with restricted constraints. *Automatica*, 2001, **37**(7): 1019−1028

36 Mosca E. Predictive switching supervisory control of persistently disturbed input-saturated plants. *Automatica*, 2005, **41**(1): 55−67

37 Blanchini F. Set invariance in control. *Automatica*, 1999, **35**(11): 1747−1767

38 Cuzzola F C, Geromel J C, Morari M. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica*, 2002, **38**(7): 1183−1189

39 Mao W J. Robust stabilization of uncertain time-varying discrete systems and comments on "an improved approach for constrained robust model predictive control". *Automatica*, 2003, **39**(6): 1109−1112

40 Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(8): 1545−1549

41 Kouvaritakis B, Cannon M, Rossiter J A. Who needs QP for linear MPC anyway? *Automatica*, 2002, **38**(5): 879−884

42 Rossiter J A, Kouvaritakis B, Cannon M. Triple mode control in MPC. In: Proceedings of the American Control Conference. Chicago, USA: IEEE, 2000. 3753−3757

43 Cannon M, Kouvaritakis B, Rossiter J A. Efficient active set optimization in triple MPC. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(8): 1307−1312

44 Rossiter J A, Kouvaritakis B, Cannon M. Computationally efficient algorithms for constraint handling with guaranteed stability and near optimality. *International Journal of Control*, 2001, **74**(17): 1678−1689

45 Drageset S, Imsland L, Foss B A. Efficient model predictive control with prediction dynamics. In: Proceedings of European Control Conference. Stevenage, UK: IEEE, 2003. 1140−1145

46 Imsland L, Bar N, Foss B A. More efficient predictive control. *Automatica*, 2005, **41**(8): 1395−1403

47 Cannon M, Kouvaritakis B. Optimizing prediction dynamics for robust MPC. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(11): 1892−1897

48 Cannon M, Kouvaritakis B, Lee Y I, Brooms A C. Efficient non-linear model based predictive control. *International Journal of Control*, 2001, **74**(4): 361−372

49 Lee Y I, Kouvaritakis B. Robust receding horizon predictive control for systems with uncertain dynamics and input saturation. *Automatica*, 2000, **36**(10): 1497−1504

50 Lee Y I, Kouvaritakis B. A linear programming approach to constrained robust predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(9): 1765−1770

51 Lee Y I, Kouvaritakis B. Superposition in efficient robust constrained predictive control. *Automatica*, 2002, **38**(5): 875−878

52 Cannon M, Deshmukh V, Kouvaritakis B. Nonlinear model predictive control with polytopic invariant sets. *Automatica*, 2003, **39**(8): 1487−1494

53 Pluymers B, Rossiter J A, Suykens J A K, De Moor B. The efficient computation of polyhedral invariant sets for linear systems with polytopic uncertainty. In: Proceedings of American Control Conference. Portland, USA: IEEE, 2005. 804−809

54 Pluymers B, Kothare M V, Suykens J A K, De Moor B. Robust synthesis of constrained linear state feedback using LMIs and polyhedral invariant sets. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 881−886

55 Bravo J M, Limon D, Alamo T, Camacho E F. On the computation of invariant sets for constrained nonlinear systems: an interval arithmetic approach. *Automatica*, 2005, **41**(9): 1583−1589

56 Limon D, Alamo T, Camacho E F. Enlarging the domain of attraction of MPC controllers. *Automatica*, 2005, **41**(4): 629−635

57 Wan Z Y, Kothare M V. Efficient robust constrained model predictive control with a time varying terminal constraint set. *Systems and Control Letters*, 2003, **48**(5): 375−383

58 Zhang Qun-Liang. Study on Design Method for Constraint Model Predictive Control [Ph.D. dissertation], Shanghai Jiao Tong University, 2006
(张群亮. 约束预测控制的设计方法研究 [博士学位论文], 上海交通大学, 2006)

59 Pluymers B, Suykens J A K, De Moor B. Min-max feedback MPC using a time-varying terminal constraint set and comments on "efficient robust constrained model predictive control with a time-varying terminal constraint set". *Systems and Control Letters*, 2005, **54**(12): 1143−1148

60 Bloemen H H J, Van Den Boom Ton J J, Verbruggen H B. Optimizing the endpoint state-weighting matrix in model predictive control. *Automatica*, 2002, **38**(6): 1061−1068

61 Ding B C, Xi Y G, Li S Y. A synthesis approach of on-line constrained robust model predictive control. *Automatica*, 2004, **40**(1): 163−167

62 Lee Y I, Cannon M, Kouvaritakis B. Extended invariance and its use in model predictive control. *Automatica*, 2005, **41**(12): 2163−2169

63 Lee Y I, Kouvaritakis B. Constrained robust model predictive control based on periodic invariance. *Automatica*, 2006, **42**(12): 2175−2181

64 Bemporad A, Morari M, Dua V, Pistikopoulos E N. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. *Automatica*, 2002, **38**(1): 3−20

65 Rossiter J A, Grieder P. Using interpolation to improve efficiency of multiparametric predictive control. *Automatica*, 2005, **41**(4): 637−643

66 Wan Z Y, Kothare M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 2003, **39**(5): 837−846

67 Zheng A. A computationally efficient nonlinear MPC algorithm. In: Proceedings of the American Control Conference. Albuquerque, USA: IEEE, 1997. 1623−1627

68 Ricker N L. Use of quadratic programming for constrained internal model control. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1985, **24**(4): 925−938

69 Richalet J, Abu el Ata-Doss S, Arber Ch, Kuntze H B, Jacubasch A, Schill W. Predictive functional control: application to fast and accurate robots. In: Proceedings of the 10th IFAC Congress. Munich, Germany: Pergamon Press, 1987. 251−258

70 Du Xiao-Ning, Xi Yu-Geng. Aggregation optimization strategy in model predictive control. *Control and Decision*, 2002, **17**(5): 563−566
(杜晓宁, 席裕庚. 预测控制优化变量的集结策略. 控制与决策, 2002, **17**(5): 563−566)

71 Li D W, Xi Y G. The general framework of aggregation strategy in model predictive control and stability analysis. In: Proceedings of the 11th IFAC Symposium on Large Scale Systems Theory and Applications. Gdansk, Poland, 2007

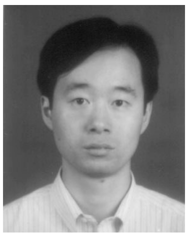
72 Liu Bin, Xi Yu-Geng. An aggregation based robust model predictive controller. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(6): 801−808
(刘斌, 席裕庚. 一种基于集结的鲁棒 MPC 控制器. 自动化学报, 2003, **29**(6): 801−808)

73 Liu Bin, Xi Yu-Geng. Stable nonlinear model predictive controller based on aggregation strategy. *Control and Decision*, 2004, **19**(11): 1232−1236
(刘斌, 席裕庚. 基于集结策略的非线性稳定预测控制器. 控制与决策, 2004, **19**(11): 1232−1236)

74 Cagienard R, Grieder P, Kerrigan E C, Morari M. Move blocking strategies in receding horizon control. In: Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Atlantis, Bahamas: IEEE, 2004. 2023−2028

75 Li De-Wei, Xi Yu-Geng, Qin Hui. The research about equivalent aggregation optimization strategy in model predictive control. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(3): 302−308
(李德伟, 席裕庚, 秦辉. 预测控制等效集结优化策略的研究. 自动化学报, 2007, **33**(3): 302−308)

席裕庚 上海交通大学自动化系教授, 主要研究方向为预测控制理论与应用和智能机器人. 本文通信作者.
E-mail: ygxi@sjtu.edu.cn
(**XI Yu-Geng** Professor at Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers the theory and application of predictive control, intelligent robotics. Corresponding author of this paper.)



李德伟 上海交通大学自动化系博士研究生, 1993 年获得上海交通大学自动化系学士学位, 主要研究方向为预测控制理论及方法. E-mail: dwli@sjtu.edu.cn
(**LI De-Wei** Ph.D. candidate at Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers the theory and algorithm of model predictive control.)