

基于水平集逐层迭代算法的多层 Mumford-Shah 图像分割、去噪与重建模型¹⁾

刘国才 王耀南

(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)
(E-mail: lgc630819@sina.com, yaonan@hnu.cn)

摘 要 针对能够同时进行图像分割、去噪与重建目的的 Mumford-Shah 能量泛涵最小值图像模型求解非常困难这一问题, 提出了“多层 Mumford-Shah 图像分割、去噪与重建模型”和求解该多层模型最小值的“水平集逐层迭代算法”。该多层模型是 Mumford-Shah “最小分割问题”的“多层”模型。实验结果表明, 该方法不仅能够同时进行具有 T 型图像边缘或更复杂拓扑结构图像边缘的图像分割、去噪与重建, 而且比 Tsai A. 等人提出的多层求解轮廓和 Chan T. 等人提出的多相水平集方法更简单更有效。

关键词 Mumford-Shah 模型, 水平集方法, 层次模型, 活动轮廓模型, 最小分割问题
中图分类号 TP391.41

Hierarchical Mumford-Shah Model for Image Segmentation, Denoising, and Reconstruction Using an Iterative Tier-by-Tier Algorithm Based on Level Set Methods

LIU Guo-Cai WANG Yao-Nan

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082)
(E-mail: lgc630819@sina.com, yaonan@hnu.cn)

Abstract A novel hierarchical Mumford-Shah functional model is addressed to simultaneously segment, denoise and reconstruct the data within a given image and to handle important image features such as triple points and other multiple junctions, which can be seen as a hierarchical case of the Mumford-Shah minimal partition problem. At the same time, a new iterative tier-by-tier algorithm based on techniques of level set is proposed to minimize the hierarchical Mumford-Shah functional, which is more effective and more simple than existing algorithms such as the hierarchical approach proposed by Tsai A *et al.* and the multiphase level set methods proposed by Chan T *et al.*

Key words Mumford-Shah functional model, level set methods, hierarchical model, active contour models, minimal image partition problem

1) 国家自然科学基金 (60375001) 和教育部高等学校博士点科研基金 (20030532004) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60375001) and China Ph. D. Discipline Special Foundation of Higher Education (20030532004)
收稿日期 2005-5-8 收修改稿日期 2006-1-4
Received May 8, 2005; in revised form January 4, 2006

1 引言

Mumford-Shah 图像分割、去噪与重建模型是由 Mumford. D 和 Shah. J 提出并被广泛研究的图像处理模型^[1,2]. 该模型将图像分割 (目标检测)、去噪 (平滑) 与重建这三个关键问题用一个广义图像能量泛涵的最小值问题描述 (1). 式 (1) 中, Ω 是图像域, u_0 是观测到的图像; u 是可能被噪声污染的图像 u_0 的“最优”分段光滑近似; C 是 u_0 边缘的连续封闭曲线近似, 且 u 仅在 $\Omega \setminus C$ 处是光滑的; μ, v 为加权系数, H^1 是一维 Hausdorff 测度.

$$\inf_{u,C} \{F^{MS}(u, C) = \int_{\Omega} |u - u_0|^2 dx + \mu \cdot \int_{\Omega \setminus C} |\nabla u|^2 dx + v \cdot \int_C dH^1\} \quad (1)$$

通过求解最小值问题 (1), 不仅可同时进行图像分割、去噪与重建, 而且在进行图像分割之前不必先进行图像去噪 (平滑), 同时, 该模型不依赖于图像的边缘信息 (比如图像梯度), 因此对具有非常弱的边缘图像也能进行分割.

如果限定“最优”分段光滑近似图像 u 为分段常数, 即在 $\Omega \setminus C$ 的每个连通子区域 Ω_i 内, $u = c_i$ (常数), 则得到所谓的“最小分割问题” (2), 且对给定的闭集 C (一般由多条曲线组成), 使式 (2) 成立的 c_i 为 u_0 在 Ω_i 内的平均值.

$$\inf_{u,C} \{F_0^{MS}(u, C) = \sum_i \int_{\Omega_i} |u_0 - c_i|^2 dx + v \cdot \int_C dH^1\} \quad (2)$$

Vese L 对最小值问题 (1) 和 (2) 解的存在性和规范化理论研究情况进行了综述^[3]. 由于一维的“图像边缘” C 未知, 且这些最小值问题均为非凸的, 因此很难找到问题 (1) 和 (2) 的全局最小解. Dal Maso G 等人提出了相应的“弱解”问题, 即将 C 限定为 u 的全体“跳跃”点的集合; Morel J M 等人提出了一种构造这种弱解的方法; Koepfler G 等人对“最小分割问题” (2) 提出了一种基于区域增长与融合的多尺度算法. 一般情况下, 最小值问题 (1) 的全局最小解或“弱解”都是不唯一的; Ambrosio L 等人提出了两种“弱解”的椭圆型近似, 它们 Γ 收敛到最小值问题 (1) 的弱解.

Chan T 等人提出了一种不依赖图像边缘的活动轮廓模型 (3)^[4,5]. 当 $v = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = 1$ 时, 它是二值“最小分割问题” (2), 可采用著名的“水平集”方法^[6]求解. 式 (3) 中, $\mu, v, \lambda_1, \lambda_2$ 为加权系数, L 为活动轮廓曲线 C 的长度, A 为 C 内部区域 Ω_1 的面积.

$$\inf_{c_1, c_2, C} \{F^{CV}(c_1, c_2, C) = \mu \cdot L + v \cdot A + \lambda_1 \cdot \int_{\Omega_1} |u_0 - c_1|^2 dx + \lambda_2 \cdot \int_{\Omega_2} |u_0 - c_2|^2 dx\} \quad (3)$$

Tsai A. 等人根据边值随机过程最优估计理论提出了最小值问题 (4) (本文简称 TYWM) 和分层求解的轮廓^[7], 它是最小问题 (1) 的一种弱解形式, 可联合“水平集”方法和边值随机偏微分方程求解. 式 (4) 中, g 是观测到的图像 (视为一随机过程), f 是 g 的分段光滑近似 (边值随机过程的最优估计, 本文称其为 TYW 重建图像), 且在 C 上不连续, β, α, γ 为加权系数.

$$\inf_{f,C} \{F^{TYW}(f, C) = \beta \cdot \int_{\Omega} |f - g|^2 dx + \alpha \cdot \int_{\Omega \setminus C} |\nabla f|^2 dx + \gamma \cdot \oint_C ds\} \quad (4)$$

受最小值问题 (3) 和最小值问题 (4) 分层实现思想的启发, 作者提出了一个多层 Mumford-Shah 图像分割、去噪与重建模型 (以下简称“多层 Mumford-Shah 模型”或“HMSM”). HMSM 是最小值问题 (2) 的一种“多层”实现模型, 可采用“水平集”方法通过“逐层迭代

算法”求解, 并达到同时进行图像分割、去噪(平滑)与重建的目的. 本文第2节论述多层 Mumford-Shah 模型; 第3节论述 HMSM 的水平集逐层迭代算法; 第4节给出相应的图像分割、去噪与重建实验结果.

2 多层 Mumford-Shah 模型

2.1 多层 Mumford-Shah 模型

HMSM 由一组最小值问题 (5) 来描述. 式 (5) 中, h 为该模型中层次的序号, n 为该模型中第 h 层图像区域的子连通图像区域的序号, u_0 是观测到的图像, C^{hn} 是在第 h 层第 n 个子连通图像区域 Ω^{hn} (定义参见 (7)) 内图像 u_0 边缘的近似连续封闭曲线(族), L^{hn} 是 C^{hn} 的长度, c_1^{hn} 是 u_0 在 C^{hn} 内部区域 Ω_1^{hn} 的平均值, c_2^{hn} 是 u_0 在 C^{hn} 外部区域 Ω_2^{hn} 的平均值, μ^{hn}, λ^{hn} 为加权系数.

$$\inf_{c_1^{hn}, c_2^{hn}, C^{hn}} \{F_{hn}^{HMS}(c_1^{hn}, c_2^{hn}, C^{hn}) = \mu^{hn} \cdot L^{hn} + \lambda^{hn} \cdot \int_{\Omega_1^{hn}} |u_0 - c_1^{hn}|^2 dx + \lambda^{hn} \cdot \int_{\Omega_2^{hn}} |u_0 - c_2^{hn}|^2 dx\} \quad (5)$$

u_0 在第 h 层第 n 个子连通图像区域 Ω^{hn} 内的近似图像 u^{hn} 由 (6) 确定. u_0 在第 h 层的所有子连通图像区域 Ω^{hn} 内的全体近似图像 u^{hn} 构成 u_0 在第 h 层的近似图像 u^h , 它是由多个分段常数值(灰度)图像组成的, 且 u^h 在各 C^{hn} 上不光滑. 称 u^{hn} 和 u^h 为 u_0 的 HMSM 重建图像, 相应的图像边缘为第 h 层全体 C^{hn} 的集合, 记为 C^h .

$$u^{hn} = \begin{cases} c_1^{hn}, & \text{当 } x \in \Omega_1^{hn} \cup C^{hn} \text{ 时} \\ c_2^{hn}, & \text{当 } x \in \Omega_2^{hn} \text{ 时} \end{cases} \quad (6)$$

该模型中各层之间的关系由 (7) 式确定. 式 (7) 中, Ω 是整个图像域, $\emptyset$ 为空集. 某些 Ω^{hn} 可能为空集, 特别当 h 较大时. 一般取 $h = 5$ 便能获得较好的图像分割、去噪与重建效果.

$$\begin{aligned} \Omega^{11} &= \Omega, \bigcup_n \Omega^{hn} = \Omega, \Omega^{hn} \cap_{n \neq m} \Omega^{hm} = \emptyset, \Omega^{hn} = \Omega_1^{hn} \cup \Omega_2^{hn} \cup C^{hn} \\ \Omega^{(h+1)(2n-1)} &= \Omega_1^{hn}, \Omega^{(h+1)(2n)} = \Omega_2^{hn}, h = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, 2^{(h-1)} \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 模型之间的关系

HMSM 即最小值问题 (5) 是最小值问题 (2) 的一种“多层”表达. 对每个给定的子连通图像区域 Ω^{hn} , 最小值问题 (5) 既是最小值问题 (2) 的特例, 也是最小值问题 (3) 的特例. 当 $v = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_{11}, C = C^{11}$ 时, 最小值问题 (3) 和子连通图像区域 Ω^{hn} 上的最小值问题 (5) 完全相同. 如果在最小值问题 (5) 中引入面积约束项, 且对 (5) 右边各项分别加权, 则得到更一般的 HMSM.

3 水平集逐层迭代算法

水平集方法最初被用来研究依赖于曲率的曲线演化过程^[6], 后被广泛应用于各种和曲线演化相关的科学研究和工程领域^[8], 包括图像科学领域^[3].

为了求解最小值问题 (5), 作者提出了一种水平集逐层迭代算法. 3.1 节论述该算法的基本部分, 3.2 节中论述该算法的逐层迭代部分.

3.1 基本算法

对每一个给定的 Ω_1^{hn} , 可采用水平集方法求最小值问题 (5) 的解 c_1^{hn} , c_2^{hn} 和 C^{hn} , 它们的水平集表达式为 (8).

$$c_1^{hn}(\phi) = \frac{\int_{\Omega^{hn}} u_0 \cdot H(\phi^{hn}(x_1, x_2)) dx}{\int_{\Omega^{hn}} H(\phi^{hn}(x_1, x_2)) dx}, \quad c_2^{hn}(\phi) = \frac{\int_{\Omega^{hn}} u_0 \cdot (1 - H(\phi^{hn}(x_1, x_2))) dx}{\int_{\Omega^{hn}} (1 - H(\phi^{hn}(x_1, x_2))) dx}$$

$$C^{hn} = \{(x_1, x_2) \in \Omega^{hn} : \phi^{hn}(x_1, x_2) = 0\}, \quad H(z) = \begin{cases} 1, & \text{当 } z \geq 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } z < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (8)$$

对给定的 c_1^{hn} 和 c_2^{hn} , 式 (8) 中的水平集函数 ϕ^{hn} 满足水平集方程 (9), 可采用标准显示水平集方法求 (9) 的稳态解 $\phi^{hn}(x_1, x_2)^{[2]}$.

$$\frac{\partial \phi^{hn}}{\partial t} = \lambda^{hn} \cdot [-(u_0 - c_1^{hn})^2 + (u_0 - c_2^{hn})^2] \cdot |\nabla \phi^{hn}| + \mu^{hn} \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi^{hn}}{|\nabla \phi^{hn}|} \right) \cdot |\nabla \phi^{hn}|$$

$$\text{in } (0, \infty) \times \Omega^{hn}, \quad \phi^{hn}(0, x_1, x_2) = \phi_0^{hn}(x_1, x_2) \text{ in } \Omega^{hn} \quad (9)$$

进一步, 可导出相应的子连通图像区域 Ω_1^{hn} 与 Ω_2^{hn} 和子图像 u^{hn} 的水平集表达式 (10).

$$\Omega_1^{hn} = \{(x_1, x_2) \in \Omega^{hn} : \phi^{hn}(x_1, x_2) > 0\}, \quad \Omega_2^{hn} = \{(x_1, x_2) \in \Omega^{hn} : \phi^{hn}(x_1, x_2) < 0\}$$

$$u^{hn} = c_1^{hn} \cdot H(\phi^{hn}(x_1, x_2)) + c_2^{hn} \cdot (1 - H(\phi^{hn}(x_1, x_2))) \quad (10)$$

综上所述, 对给定的, 可通过 (8)、(9)、(10) 求解, 现将基本算法总结如下.

- 1) 任意给定子图像区域 Ω^{hn} 上的初始图像边缘, 即初始零水平集 C_0^{hn} ;
- 2) 计算符号距离水平集函数初始值 $\phi_0^{hn}(0, x_1, x_2)$;
- 3) 通过 (8) 计算初始值 $c_1^{hn}(0)$ 和 $c_2^{hn}(0)$;
- 4) 采用标准显示水平集方法求 (9) 的解 $\phi^{hn}(t, x_1, x_2)$;
- 5) 通过 (8) 确定 $c_1^{hn}(t)$, $c_2^{hn}(t)$ 和 $C^{hn}(t)$;
- 6) 通过 (10) 确定 $\Omega_1^{hn}(t)$ 和 $\Omega_2^{hn}(t)$;
- 7) 检测 $\phi^{hn}(t, x_1, x_2)$ 是否已达到稳定, 否则重复 4)~6);
- 8) 通过 (10) 计算子图像区域 Ω^{hn} 上的 HMSM 重建图像 u^{hn} .

3.2 迭代算法

为了求解最小值问题 (5), 可采用逐层迭代的方法, 其算法框架如下:

hierLevel;%HMSM 的层数;

for(Hier=1:hierLevel) % 逐层迭代;

for(nHier=1:2^(Hier-1))% 逐个子图像区域 Ω^{hn} 迭代;

% 调用基本算法求解 (9) 的稳态解 $\phi^{hn}(x_1, x_2)$;

end

% 计算第 h=Hier 层的 Mumford-Shah 图像 u^h 并确定相应的图像边缘 C^h ;

end

- 1) 子图像区域的自动确定

$$\Omega^{11} = \Omega, \quad \Omega^{(h+1)(2n-1)} = \Omega_1^{hn} = \{(x_1, x_2) | u^h(x_1, x_2) = c_1^{hn}\}$$

$$\Omega^{(h+1)(2n)} = \Omega_2^{hn} = \{(x_1, x_2) | u^h(x_1, x_2) = c_2^{hn}\}$$

- 2) 初始子图像边缘的自动给定在每个给定 Ω^{hn} 上, 均匀叠加一组具有相同半径的圆作为 C_0^{hn} , 其半径按指数规律随 h 而递减, 直至单位像素大小.

3) 模型参数的自适应调整

为了保证迭代算法具有一致的收敛性和较好的收敛速度, 必须对模型各层参数 μ^{hn}, λ^{hn} 进行自适应调整

- i) 对不同的原始图像, 给定合适的初始模型参数 $\mu_0^{11}, \lambda_0^{11}$;
- ii) 在每次迭代过程中, 以 $\mu_0^{11}, \lambda_0^{11}$ 为基础对各层 μ^{hn}, λ_0^{11} 进行自动调整;
 - a) 计算 Ω^{hn} 内原始图像的最大、最小灰度级的差: $\text{imMax_Min}(h, n)$;
 - b) 计算 Ω^{hn} 的面积: $\text{imArea}(h, n)$;
 - c) 计算比例因子: $\text{pnHier}^1 = \text{imMax_Min}(1, 1) / \text{imMax_Min}(h, n)$;
 $\text{pnHier}^2 = \text{imArea}(1, 1) / \text{imArea}(h, n)$;
 - d) 计算 μ^{hn}, λ^{hn} : $\mu^{hn} = \mu(\mu_0^{11}, \text{pnHier}^1, \text{pnHier}^2, c_1^{hn} - c_2^{hn})$; $\lambda^{hn} = \lambda(\lambda_0^{11}, \text{pnHier}^1)$;

其中函数 λ 和 μ 的一种选择为:

$$\lambda^{hn} = \lambda_0^{11} * \text{pnHier}^1 / \text{imMax_Min}(1, 1);$$

$$\lambda^{hn} = \mu_0^{11} * \text{pnHier}^1 * \text{sqrt}(\text{pnHier}^2) * \text{abs}(c_1^{hn} - c_2^{hn});$$

其中 $\text{sqrt}(z)$ 为算术平方根函数, $\text{abs}(z)$ 为绝对值函数.

4) 稳态解的自动判决

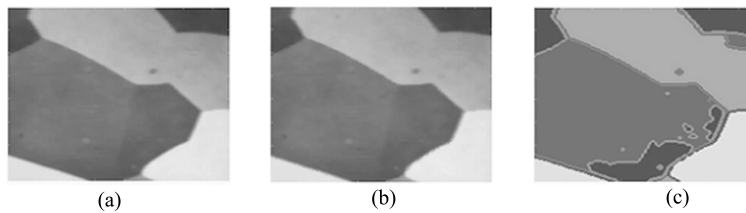
通过比较前后两个相距足够长时间内 Ω_1^{hn} 包含的像素点数是否发生变化判决 $\phi^{hn}(t, x_1, x_2)$ 是否已达到稳态. 此方法直接比较 $\phi^{hn}(t, x_1, x_2)$ 精度更高、效率更高.

4 实验结果

本节给出两组实验结果. 第一组实验结果展示 HMSM 同时进行图像去噪、重建和分割的能力; 第二组实验结果用来和文献 [7] 中相应处理结果进行对比, 展示 HMSM 的实用性和有效性.

4.1 基本实验结果

图 1 展示了 HMSM 能够对包含 T 型边缘的图像同时进行去噪、重建和分割而无需采用复杂的多相水平集方法^[3]. 图中第一行依次为原始 Alumgrns 图像和相应的 HMSM 重建图像 u^9 与标注边缘的 HMSM 重建图像 u^2 ; 第二行依次为加噪 Alumgrns 图像和相应的 HMSM 重建图像 u^9 与标注边缘的 HMSM 重建图像 u^2 . 原始图像选自 Matlab[®] 中附带的同名图像 (局部), 因为该图像包含非常典型的 T 型图像边缘; 加噪 Alumgrns 图像”通过叠加均值为 0、方差为 0.0001 的高斯白噪声而得到, 实际噪声大小为 -11—+10 灰度级, 原图为 256 灰度级图像. 在此实验中, 对原始图像, 取 $\mu_0^{11} = 0$, $\lambda_0^{11} = 0.66$, 以加快处理速度; 对加噪图像, 取 $\mu_0^{11} = 0.025$, $\lambda_0^{11} = 1.0$, 以便达到去噪的目的.



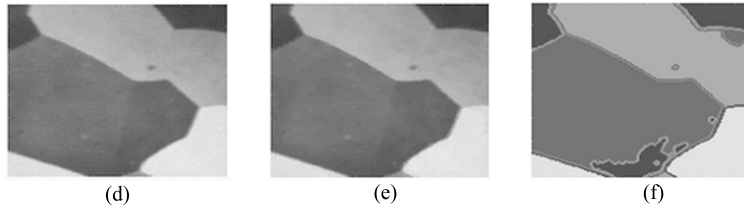


图 1 基于水平集逐层迭代算法的 HMSM 同时进行图像去噪、重建与分割: (a) 原始 Alumgrns 图像, (b) HMSM 重建图像 q^9 , (c) 标注边缘的 HMSM 重建图像 u^2 , (d) 加噪 Alumgrns 图像, (e) 相应的 HMSM 重建图像 u^9 , (f) 标注边缘的 HMSM 重建图像 u^2

Fig. 1 Simultaneous segmentation, denoising, and reconstruction of a alumgrns image based on HMSM by level set methods with an iterative tier-by-tier algorithm. (a) Original alumgrns image, (b) Reconstruction image u^9 of the original image, (c) Final segmenting curves superimposed on top of the reconstructed image u^2 of the original image, (d) Noisy alumgrns image, (e) Reconstruction image u^9 of the noisy alumgrns image, (f) Final segmenting curves superimposed on top of the reconstructed image u^2 of the noisy alumgrns image

4.2 大脑病理学图像实验结果

图 2 展示了 HMSM 对大脑病理学图像同时进行重建与分割的一组结果. 图中第一行依次为原始大脑病理学图像^[9] 及其 TYW 重建图像^[9] 和 HMSM 重建图像 u^9 ; 第二行依次为

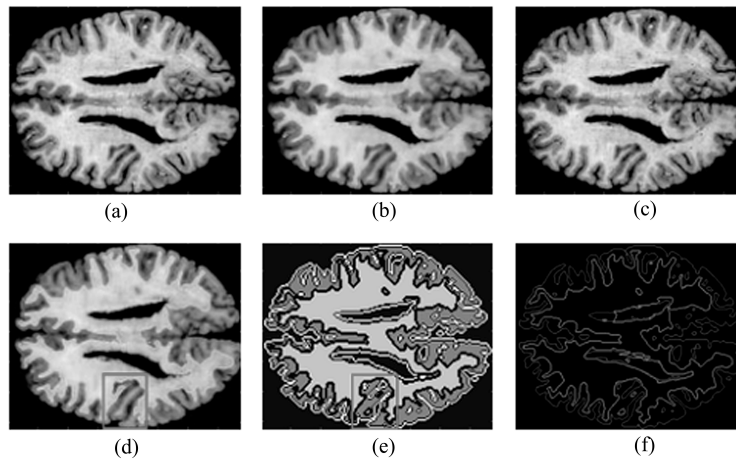


图 2 同时进行大脑病理学图像重建与分割: (a) 原始大脑病理学图像, (b)TYW 重建图像, (c)HMSM 重建图像 u^9 , (d) 标注大脑灰质和白质与背景边缘的 TYW 重建图像, (e) HMSM 重建图像 u^{21} , (f) 大脑灰质、白质和背景边缘曲线 (零水平集), 其中红色曲线为大脑灰质和白质与背景之间的边缘, 绿色曲线为大脑灰质与白质之间的边缘

Fig. 2 Simultaneous segmentation and reconstruction of a brain pathology image of the human brain. (a) Original brain image, (b) Reconstructed image of the original image based on TYWM, (c) Reconstructed image u^9 of the original image based on HMSM, (d) Final segmenting curves superimposed on top of the reconstructed image based on TYWM, where the yellow and red curves segment the image into the background, white matter, and gray matter. (e) Final segmenting curve superimposed on top of the reconstructed image u^{21} based on HMSM, where the white and gray curves segment the image into the background, white matter, and gray matter. (f) Boundary curves (zero level sets) between the background, white matter, and gray matter based on HMSM, where red and green curves segment the image into the background, white matter, and gray matter

标注大脑灰质和白质与背景边缘的 TYW 重建图像^[9] 和 HMSM 模型重建图像 u^{21} 及其大脑灰质、白质和背景边缘曲线 (零水平集), 其中红色曲线为大脑灰质和白质与背景之间的边缘, 绿色曲线为大脑灰质与白质之间的边缘. 在此实验中, 取 $\mu_0^{11} = 0$, $\lambda_0^{11} = 1.0$, 以

加快获得 u^9 ; 考虑到大脑灰质和白质区域本身的单连通性, 同时也为了除去可能存在的噪声污染, 取 $\mu_0^{11} = 0.0625$, $\lambda_0^{11} = 1.0$ 以获得 u^{21} .

特别值得一提的是, 因为图中大脑灰质区中的许多小的背景“黑洞”和红色方框内的一条状大脑白质与大脑灰质区的灰度级非常接近, 所以 [9] 中未能检测出这些目标, 但图 2 表明 HMSM 能检测到这些目标, 尽管经二次迭代后得到的 u^{21} , 其相应的边缘与实际边缘不完全相同 (可通过进一步的迭代得到正确的相应边缘).

5 结束语

综上所述, 基于水平集逐层迭代算法的 HMSM 能有效地同时对具有 T 型图像边缘或更复杂拓扑结构图像边缘的多相图像进行分割、去噪与重建. HMSM 继承了 Mumford-Shah 图像分割模型不依赖于图像边缘信息 (比如图像梯度) 的特点, 因而能对非常弱图像边缘的图像进行分割; HMSM 也继承了水平集方法自动处理图像边缘曲线演化过程中的分裂与融合的特点. 最近, 作者已将 HMSM 推广到向量值图像 (如彩色图像、多通道图像), 并已获得很好的实验结果.

References

- 1 Mumford D, Shah J. Boundary detection by minimizing functionals. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Francisco, CA: IEEE Press, 1985. 22~26
- 2 Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, **42**(4): 577~685
- 3 Osher S, Paragios N. Geometric Level Set Methods in Imageing, Vision, and Graphics. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2003. 175~194
- 4 Chan T, Vese L. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, **10**(2): 266~277
- 5 Chan T, Sandberg B Y, Vese L. Active contours without edges for vector-valued images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2000, **11**(2): 130~141
- 6 Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 1988, **79**(1): 12~49
- 7 Tsai A, Yezzi A, Willsky A S. Curve evolution implementation of the Mumford-Shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, **10**(8): 1169~1186
- 8 Mitchell I M, A Toolbox of Level Set Methods, Department of Computer Science University of British Columbia., <http://www.cs.ubc.ca/~mitchell>. 2004
- 9 Sethian J A. Level Set Methods and Fast Marching Methods. New York: Cambridge University Press, 1999. 165~349

刘国才 东南大学数学力学硕士. 现为湖南大学模式识别与智能系统博士生、湖南大学电气与信息工程学院副教授. 主要研究领域为图像识别, 计算机视觉, 医学图像处理.

(**LIU Guo-Cai** Received his master degree from Southeast University in mathematics and mechanics. Now he is an associate professor and a Ph. D. candidate in the College of Electrical and Information Engineering at Hunan University. His research interests include image recognition, computer vision, and medical image processing.)

王耀南 湖南大学控制科学与工程专业博士、国防科技大学信息获取与处理技术学科博士后、德国洪堡基金博士后研究工作. 现为湖南大学电气与信息工程学院教授、博士生导师、院长. 主要研究方向包括模式识别与智能系统、图像处理、智能机器人.

(**WANG Yao-Nan** Received his Ph. D. degree from Hunan University. He was a postdoctor at National University of Defense Technology and Alexander von Humboldt Stiftung. Now he is a professor in the College of Electrical and Information Engineering at Hunan University. His research interests include intelligent control, intelligent image processing, and intelligent robotics.)