



## DOS攻击下饱和脉冲多智能体系统的安全定制化一致性

胡翔 熊余 张祖凡

### Security Customization Consensus of Multi-agent Systems Based on Saturation Impulse Under DOS Attacks

HU Xiang, XIONG Yu, ZHANG Zu-Fan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240203>

## 您可能感兴趣的其他文章

### 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295–1305 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123>

### 具有时延和切换拓扑的高阶离散时间多智能体系统鲁棒保性能一致性

Robust Guaranteed Cost Consensus for High-order Discrete-time Multi-agent Systems With Switching Topologies and Time Delays

自动化学报. 2019, 45(2): 360–373 <https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c160758>

### DoS攻击下具备隐私保护的多智能体系统均值趋同控制

Privacy-preserving Average Consensus Control for Multi-agent Systems Under DoS Attacks

自动化学报. 2022, 48(8): 1961–1971 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c201019>

### 通信受限的多智能体系统二分实用一致性

Bipartite Practical Consensus Control of Multi-agent Systems With Communication Constraints

自动化学报. 2022, 48(5): 1318–1326 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200600>

### 基于事件触发的三阶离散多智能体系统一致性分析

Event-triggered Consensus of Third-order Discrete-time Multi-agent Systems

自动化学报. 2019, 45(7): 1366–1372 <https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.c170406>

### 基于线性变换的领导跟随多智能体系统动态反馈均方一致性控制

Dynamic Feedback Mean Square Consensus Control Based on Linear Transformation for Leader-follower Multi-agent Systems

自动化学报. 2022, 48(10): 2474–2485 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200850>

# DOS 攻击下饱和脉冲多智能体系统的安全定制化一致性

胡翔<sup>1</sup> 熊余<sup>1</sup> 张祖凡<sup>2</sup>

**摘要** 提出并解决一种饱和脉冲多智能体系统在拒绝服务 (Denial of service, DOS) 攻击环境中的安全定制化一致性控制问题. 首先引入微分机制和加权策略, 构建一种带可调参数一致性模式项的系统模型, 以满足复杂场景对一致性的定制化需求. 其次结合饱和效应和脉冲机制, 为系统设计一种满足执行器功率受限约束的饱和脉冲控制协议. 再次采用切换拓扑分析 DOS 攻击下系统的网络拓扑结构, 并采用李雅普洛夫稳定性和矩阵测度理论, 得到系统实现安全定制化一致性的充分条件. 最后通过仿真实验和对比分析, 验证了所提理论的有效性和优越性.

**关键词** 多智能体系统, 安全定制化一致性, 饱和脉冲, 拒绝服务攻击, 切换拓扑

**引用格式** 胡翔, 熊余, 张祖凡. DOS 攻击下饱和脉冲多智能体系统的安全定制化一致性. 自动化学报, 2024, 50(12): 2499–2512

**DOI** 10.16383/j.aas.c240203 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240203

## Security Customization Consensus of Multi-agent Systems Based on Saturation Impulse Under DOS Attacks

HU Xiang<sup>1</sup> XIONG Yu<sup>1</sup> ZHANG Zu-Fan<sup>2</sup>

**Abstract** This paper proposes and solves the problem of security customization consensus control for multi-agent systems based on saturation impulse in denial of service (DOS) attack environment. Firstly, the differential mechanism and weighting strategy are introduced to construct a system model that contains a consensus schema item with adjustable parameters, so as to meet the customization requirements for consensus in some complex scenarios. Secondly, combined with saturation effect and impulse mechanism, a saturation impulse control protocol is designed for the system, which satisfies the constraint of actuators power. Thirdly, some switching topologies are used to analyze the network topologies of the system under DOS attacks, and the sufficient conditions for the system to achieve security customization consensus are obtained by using Lyapunov stability and matrix measure theories. Finally, through some simulation experiments and comparative analysis, the validity and superiority of the proposed theories are verified.

**Key words** Multi-agent systems, security customization consensus, saturation impulse, denial of service (DOS) attack, switching topologies

**Citation** Hu Xiang, Xiong Yu, Zhang Zu-Fan. Security customization consensus of multi-agent systems based on saturation impulse under DOS attacks. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(12): 2499–2512

近年来, 随着工业复杂度的增加和信息技术的发展, 多智能体系统一致性理论得到广泛关注, 并被用于网络资源分配<sup>[1-2]</sup>、机器人协作<sup>[3-4]</sup>、智能交通<sup>[5-6]</sup>等领域.

模型构建是研究多智能体系统的首要任务, 学者们根据具体一致性目标来构建与之匹配的模型, 得出一些认可度较高的经典模型范式<sup>[7-11]</sup>. 为实现平均一致性目标, 文献 [7] 构建一种带节点间状态差项的线性多智能体系统模型, 能较准确地模拟系统中节点的相互作用. 文献 [8] 研究一种同时考虑位移和速度的多智能体系统, 并为其构建一种非线性系统模型, 使其平均一致性控制的实现得以保证. 文献 [9] 研究一种线性多智能体系统, 为对其实现领导跟随一致性控制, 引入跟随者节点与领导者节点间状态差项来构建系统模型. 文献 [10] 研究一种带牵制节点的多智能体系统, 其构建的系统模型兼顾牵制节点数量和系统规模, 能高效地实现预设的领导跟随一致性控制. 文献 [11] 研究一种具有随机

收稿日期 2024-04-12 录用日期 2024-07-03

Manuscript received April 12, 2024; accepted July 3, 2024

国家自然科学基金 (62377007), 重庆市教委科技研究计划重大项目 (KJZD-M201900601) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62377007) and Major Project of Science and Technology Research Program of Chongqing Education Commission (KJZD-M201900601)

本文责任编辑 穆朝絮

Recommended by Associate Editor MU Chao-Xu

1. 重庆邮电大学自动化学院 重庆 400065 2. 重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065

1. School of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065 2. School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065

网络拓扑的非线性多智能体系统模型, 并能在其设计的反馈控制方案下实现领导跟随一致性控制. 目前相关研究在构建系统模型时, 几乎均基于单一致性目标, 通常仅能实现平均一致性或领导跟随一致性模式中的一种, 忽略了复杂场景对一致性模式的定制化需求问题. 鉴于此, 本文第一个研究动机是引入微分机制和加权策略构建一种带可调参数一致性模式项的系统模型, 能通过参数的调节定制化实现多种一致性模式, 以科学地解决该问题.

控制协议的设计是多智能体系统领域的重要环节, 也是多智能体系统实现一致性控制的必要措施<sup>[12-17]</sup>. 文献 [12] 为一高阶多智能体系统设计了一种自适应全分布式比例-积分-微分 (Proportional-integral-derivative, PID) 控制协议, 使系统一致性控制目标得到高效实现. 文献 [13] 研究一类线性多智能体系统, 并为其设计一种事件触发控制协议, 能实现基于系统输出的一致性控制. 文献 [12-13] 所设计的控制协议属于连续时间控制协议, 这类控制协议具有高效率的优点, 但长时间的控制输入通常会消耗大量的能量. 于是, 一些学者尝试采用离散时间控制协议来研究多智能体系统的一致性控制, 其中脉冲控制协议因具有效率高、鲁棒性强和能耗低的优点, 受到广泛关注. 文献 [14] 研究一种二阶多智能体系统的领导跟随一致性问题, 其采用仅基于采样位移信息的脉冲控制协议来进行控制实现. 文献 [15] 设计一种带时间窗口的脉冲控制协议, 并将其作用于一类随机非线性多智能体系统, 能实现系统的准一致性控制. 文献 [16] 研究一种基于半马尔科夫过程的非线性多智能体系统, 并为其设计一种依赖网络拓扑信息的脉冲控制协议, 能实现预设的领导跟随一致性. 文献 [17] 研究一种在通信延迟环境下的多智能体系统, 并为其设计一种分布式脉冲控制协议, 能实现高效一致性控制. 值得注意的是, 上述脉冲控制协议容易使系统在脉冲输入时刻产生状态大幅度跳变现象, 这要求智能体控制器需具备大功率输出性能, 导致相关理论难以适用于一些控制器具有功率受限约束的应用场景. 鉴于此, 本文第二个研究动机是结合脉冲机制和饱和效应, 设计一种饱和脉冲控制协议来解决控制器的功率受限约束问题.

网络通信是智能体节点耦合多智能体系统的主要方式, 也是系统节点相互作用的基础<sup>[18-22]</sup>. 文献 [18] 研究一类二阶多智能体系统的跨维一致性协同问题, 系统节点间采用一种考虑信息传输方向的网络通信方式. 文献 [19] 主要研究一类非线性多

智能体系统的领导跟随一致性, 作者采用无向图来模拟系统节点间通信的网络拓扑结构. 文献 [20] 采用一种带时延的有向网络拓扑来分析多智能体系统节点间的通信过程, 并结合频域法得出系统实现渐近一致性的条件. 为求解局部线性约束凸优化问题, 文献 [21] 提出一种基于积分反馈的多智能体系统分布式增益算法, 系统节点间采用一种无向网络拓扑进行通信. 文献 [22] 研究一种具有 Lipschitz 非线性动力学的多智能体系统协同问题, 且该系统采用了一种较为理想化的有向网络拓扑. 目前大部分相关研究在分析节点间通信时, 未考虑如 DOS 攻击等网络安全问题, 导致它们的理论无法适用于存在安全威胁的通信场景中. 鉴于此, 本文第三个研究动机是引入切换拓扑来分析 DOS 攻击场景中的节点通信过程, 以解决多智能体系统在存在 DOS 安全威胁通信场景中的适用问题.

本文主要贡献为: 1) 在构建的系统模型中, 引入微分机制和带加权策略的可调参数一致性模式项, 能通过参数的调节定制化实现多种一致性模式. 2) 结合脉冲机制和饱和效应, 设计一种兼顾高效率、低能耗和控制器功率受限约束的饱和脉冲控制协议. 3) 引入切换拓扑来分析 DOS 攻击场景中的节点通信过程, 解决多智能体系统在存在 DOS 安全威胁通信场景中的适用问题.

内容安排如下: 本文第 1 节将对所提多智能体系统的安全定制化一致性控制问题进行详细描述, 涉及系统模型、饱和脉冲控制协议、DOS 攻击模型等内容, 并为多智能体系统构建所对应的误差系统. 第 2 节为本文主要结论, 通过对误差系统稳定性的分析, 得出多智能体系统实现安全定制化一致性控制的充分条件. 第 3 节给出一系列仿真实验, 并与相关研究进行对比分析, 使本文理论的有效性和优越性得到验证. 最后, 第 4 节对全文进行总结与展望.

## 1 问题描述

### 1.1 符号约定

文中用  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{R}^+$ 、 $\mathbf{R}^N$  与  $\mathbf{R}^{N \times N}$  分别表示实数集合、正实数集合、 $N$  维实向量集合与  $N \times N$  维实矩阵集合,  $n$  和  $N$  为两个正整数. 符号  $\lambda_m(\cdot)$  和  $\lambda_M(\cdot)$  分别代表矩阵最小特征值和最大特征值运算, 符号  $\mathbf{T}$  代表矩阵转置运算.  $\text{diag}\{\partial_1, \partial_2, \dots, \partial_N\}$  代表  $N$  维对角矩阵,  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  维单位矩阵. 符号  $|\cdot|$ 、 $\|\cdot\|$  和  $\|\cdot\|_\infty$  分别表示绝对值、欧几里得范数和无穷大

范数. 符号  $\wedge$  和  $\vee$  分别代表逻辑与运算和逻辑或运算, 符号  $\otimes$  代表矩阵克罗内克积. 符号  $\mathbf{1}_n$  代表  $n$  维元素全为 1 的列向量. 符号  $\text{co}\{\cdot\}$  代表一组向量的凸包.

## 1.2 系统模型

本文规定系统存在一个领导者节点和  $n$  个跟随者节点, 并利用微分机制将系统模型构建为如下微分方程:

$$\begin{cases} \dot{p}_0(t) = Hp_0(t), & t \geq t_0 \\ \dot{p}_i(t) = Hp_i(t) + u_i(t), & t \geq t_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $p_0(t) \in \mathbf{R}$  为领导者节点在  $t$  时刻的状态,  $H \in \mathbf{R}$  为一常量.  $t_0$  为系统初始时刻.  $p_i(t) \in \mathbf{R}$  代表第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 个跟随者节点在  $t$  时刻的状态.  $u_i(t)$  为  $t$  时刻施加给跟随者节点  $p_i(t)$  的控制输入, 亦称控制协议, 且为满足复杂场景对多智能体系统一致性的定制化需求, 将通过加权策略在  $u_i(t)$  中嵌入如下所示的可调参数一致性模式项:

$$p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t) \quad (2)$$

其中,  $0 \leq \varepsilon_1 \leq 1$ 、 $\varepsilon_2 \geq 0$  为两个可调参数, 通过对  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  取不同值进行加权可定制化出 3 种一致性模式, 分别为平均一致性模式、领导跟随一致性模式和混合一致性模式, 如表 1 所示:

表 1 定制化一致性模式  
Table 1 Customization consensus schemes

序号	参数取值	一致性模式种类
1	$(\varepsilon_1 = 1) \wedge (\varepsilon_2 = 0)$	平均一致性模式
2	$(\varepsilon_1 = 0) \wedge (\varepsilon_2 = 1)$	领导跟随一致性模式
3	$(1 > \varepsilon_1 > 0) \wedge (\varepsilon_2 > 0)$	混合一致性模式

特别地, 针对表 1 中的混合一致性模式, 当  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$  时, 混合一致性模式将转化为领导跟随一致性模式. 当  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \neq 1$  时, 混合一致性模式能使所有跟随者节点状态达成一致, 但领导者节点和跟随者节点之间状态能保持间距  $g_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 且  $g_i(t) = p_i(t) - p_0(t) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 1)p_0(t)/(1 - \varepsilon_1)$ , 受参数  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的控制 (对  $g_i(t)$  的推导过程详见附录 A). 显然, 对参数  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  设置不同的值, 将能得到不同的间距  $g_i(t)$ , 为一致性模式的定制增加灵活性.

## 1.3 饱和脉冲控制协议

控制协议  $u_i(t)$  的详细设计如下:

$$u_i(t) = \sum_{m=1}^{+\infty} \text{sat} \left\{ J \left[ \sum_{j=1}^n a_{ij}^k (p_i(t) - p_j(t)) + \varepsilon_2 b_i^k (p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t)) \right] \right\} \delta(t - \tau_m) \quad (3)$$

其中,  $J$  为脉冲输入强度.  $a_{ij}^k$  和  $b_i^k$  分别为 DOS 攻击场景中  $p_i(t)$  与  $p_j(t)$  及  $p_i(t)$  与  $p_0(t)$  间的邻接值, 它们的详细定义将在后续给出. 函数  $\text{sat}(\cdot)$  为饱和函数, 其能起到功率受限约束的作用, 定义如下:

$$\text{sat}(\vartheta) = \begin{cases} -1, & \vartheta < -1 \\ \vartheta, & -1 \leq \vartheta \leq 1 \\ 1, & \vartheta > 1 \end{cases} \quad (4)$$

函数  $\delta(\cdot)$  是模拟脉冲输入的狄拉克函数, 满足性质  $\int_{\vartheta-\Delta}^{\vartheta+\Delta} f(t)\delta(t-\vartheta)dt = f(\vartheta)$ .  $\tau_m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) 为脉冲发生时刻, 且有  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_m < \tau_{m+1} < \dots$ ,  $\lim_{m \rightarrow +\infty} \tau_m = +\infty$ . 在脉冲发生时刻  $\tau_m$ , 令  $p_i(\tau_m^-) = \lim_{t \rightarrow \tau_m^-} p_i(t)$ ,  $p_i(\tau_m^+) = \lim_{t \rightarrow \tau_m^+} p_i(t)$ ,  $\Delta p_i(\tau_m) = p_i(\tau_m^+) - p_i(\tau_m^-)$ ,  $p_i(\tau_m^+) = p_i(\tau_m)$ , 即  $p_i(t)$  右连续. 另外,  $u_i(t)$  中嵌入式 (2) 所示的可调参数一致性模式项, 能为定制化一致性的控制提供保障.

## 1.4 DOS 攻击模型

DOS 攻击通过拒绝服务机制来威胁网络安全, 当 DOS 攻击发生时, 多智能体系统中一些被攻击通信边上的信息传输将被中断. 为符合实际, 假设多智能体系统在一段时间内会受到攻击者的攻击, 随后攻击者结束当前攻击并为下次攻击储蓄能量. 另外, 本文假定多智能体系统具有恢复能力, 即其被攻击通信边在 DOS 攻击后能够恢复信息传输功能. 本文采用图 1 所示的模型来模拟 DOS 攻击.

图 1 显示多智能体系统的演化时间被划分为若干周期, 其中第  $q$  ( $q \geq 1$ ) 个周期又被划分为常规窗口 (绿色区间)、DOS 窗口 (红色区间)、补偿窗口 (黄色区间). 图中  $t_n^q$ 、 $t_d^q$ 、 $t_c^q$  分别代表常规窗口、

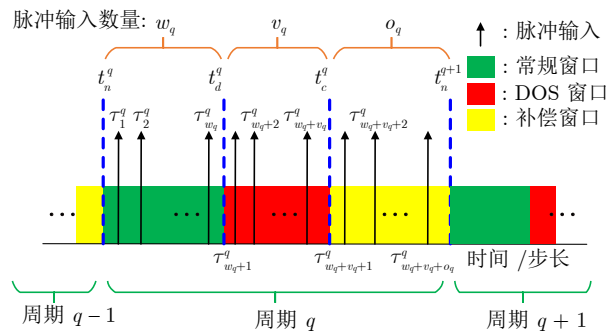


图 1 DOS 攻击模型

Fig.1 DOS attacks model

DOS 窗口和补偿窗口的左端点, 且令  $t_n^1 = t_0$ . 在第  $q$  个周期, 假定其常规窗口中共发生  $w_q$  次脉冲输入  $\tau_1^q, \tau_2^q, \dots, \tau_{w_q}^q$ , 其 DOS 窗口中共发生  $v_q$  次脉冲输入  $\tau_{w_q+1}^q, \tau_{w_q+2}^q, \dots, \tau_{w_q+v_q}^q$ , 其补偿窗口中共发生  $o_q$  次脉冲输入  $\tau_{w_q+v_q+1}^q, \tau_{w_q+v_q+2}^q, \dots, \tau_{w_q+v_q+o_q}^q$ .

常规窗口、DOS 窗口和补偿窗口具有如下功能和性质:

1) 常规窗口是一个周期的开始, 位于前一个补偿窗口之后, 后一个 DOS 窗口之前. 多智能体系统在常规窗口内的网络拓扑将保持固定, 并用  $k=0$  作为该固定网络拓扑的编号.

2) 在 DOS 窗口中, 多智能体系统将受到 DOS 攻击, 导致多智能体系统出现若干切换网络拓扑, 并用  $k=1, 2, \dots, \hat{\pi}$  对这些切换网络拓扑进行编号.

3) 在补偿窗口中, 多智能体系统的通信网络拓扑恢复到 DOS 攻击之前的状态, 即由编号  $k=1, 2, \dots, \hat{\pi}$  转化为编号  $k=0$ . 且该窗口中的一些脉冲输入将及时补偿 DOS 攻击对多智能体系统一致性的影响.

针对式 (3) 中的  $a_{ij}^k$  和  $b_i^k$ , 它们的详细定义如下:

1)  $a_{ij}^k$  代表在编号为  $k$  ( $k=0, 1, \dots, \hat{\pi}$ ) 的网络拓扑中,  $p_i(t)$  与  $p_j(t)$  之间的邻接值, 且当  $p_i(t)$  与  $p_j(t)$  相连时  $a_{ij}^k = 1$ , 否则  $a_{ij}^k = 0$ .

2)  $b_i^k$  代表在编号为  $k$  ( $k=0, 1, \dots, \hat{\pi}$ ) 的网络拓扑中,  $p_i(t)$  与  $p_0(t)$  之间的邻接值, 且当  $p_i(t)$  与  $p_0(t)$  相连时  $b_i^k = 1$ , 否则  $b_i^k = 0$ . 特别地, 当表 1 中可调参数满足  $(1 > \varepsilon_1 > 0) \wedge (\varepsilon_2 > 0)$  时, 若  $b_i^k = 1$ , 则规定  $a_{ij}^k = 1, j=1, 2, \dots, n$ , 此时称  $a_{ij}^k$  所对应的通信边为强通信边, 它们不受 DOS 攻击的影响.

## 1.5 误差系统分析

令  $\xi_i(t) = p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t)$  代表  $p_i(t)$  在  $t$  时刻与  $\varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) + \varepsilon_2 p_0(t)$  之间的误差状态, 即其等于式 (2) 所示的可调参数一致性模式项. 根据系统模型 (1)、控制协议 (3) 及函数  $\delta(\cdot)$  的性质可得:

$$\dot{\xi}_i(t) = H\xi_i(t), \quad t \neq \tau_m \quad (5)$$

$$\xi_i(\tau_m^+) = \xi_i(\tau_m^-) + \text{sat} \left\{ J \left[ \sum_{j=1}^n a_{ij}^k (\xi_i(\tau_m^-) - \xi_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k \xi_i(\tau_m^-) \right] - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{sat} \left\{ J \left[ \sum_{\varphi=1}^n a_{j\varphi}^k (\xi_j(\tau_m^-) - \xi_{\varphi}(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_j^k \xi_j(\tau_m^-) \right] \right\} \right\} \quad (6)$$

上述式 (6) 的详细推导过程见附录 B.

令  $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)]^T$  代表整个多智能体系统在  $t$  时刻的误差状态, 则可得:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = (\mathbf{I}_n \otimes H)\xi(t), & t \neq \tau_m \\ \xi(\tau_m^+) = \xi(\tau_m^-) + \text{sat}\{J(\mathbf{L}^k + \varepsilon_2 \mathbf{B}^k)\xi(\tau_m^-)\} - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \text{sat}\{J(\mathbf{L}^k + \varepsilon_2 \mathbf{B}^k)\xi(\tau_m^-)\}, & t = \tau_m \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{B}^k = \text{diag}\{b_1^k, b_2^k, \dots, b_n^k\}$ .  $\mathbf{L}^k \in [l_{ij}^k]_{n \times n}$  为该多智能体系统所对应第  $k$  个切换网络拓扑中  $n$  个跟随者节点间的拉普拉斯矩阵, 且当  $i=j$  时  $l_{ij}^k = \sum_{j=1}^n a_{ij}^k$ , 当  $(i \neq j) \wedge (a_{ij}^k = 1)$  时  $l_{ij}^k = -1$ , 否则  $l_{ij}^k = 0$ . 式 (7) 亦称作该多智能体系统所对应的误差系统.

引理 1<sup>[23]</sup>. 令  $\tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{z}} \in \mathbf{R}^n$ ,  $\tilde{\mathbf{q}} = [\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_n]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \dots, \tilde{z}_n]^T$ ,  $\Xi$  是一个  $n \times n$  维对角矩阵集合, 且其对角矩阵的对角元素均为 0 或 1, 例如当  $n=2$  时有:

$$\Xi = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

将  $\Xi$  中每个元素记为  $\Xi_i, i=1, 2, \dots, 2^n$ , 则  $\Xi = \{\Xi_i : i \in \{1, 2, \dots, 2^n\}\}$ . 令  $\Xi_i^- = \mathbf{I}_n - \Xi_i$ , 显然  $\Xi_i^-$  也是  $\Xi$  中的元素. 如果  $\|\tilde{z}_i\| \leq 1$ , 则  $\text{sat}(\tilde{\mathbf{q}}) \in \text{co}\{\Xi_i \tilde{\mathbf{q}} + \Xi_i^- \tilde{\mathbf{z}} : i \in \{1, 2, \dots, 2^n\}\}$ .

注 1. 根据引理 1, 给定向量  $\tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{z}} \in \mathbf{R}^n$ ,  $\{\Xi_i \tilde{\mathbf{q}} + \Xi_i^- \tilde{\mathbf{z}} : i \in \{1, 2, \dots, 2^n\}\}$  是一些元素来自  $\tilde{\mathbf{q}}$ , 剩余元素来自  $\tilde{\mathbf{z}}$  的集合. 相应地, 给定矩阵  $\mathfrak{R}, \aleph \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 令  $\{\Xi_i \mathfrak{R} + \Xi_i^- \aleph : i \in \{1, 2, \dots, 2^n\}\}$  是一些元素来自  $\mathfrak{R}$ , 剩余元素来自  $\aleph$  的集合. 如果  $\|\aleph \mathbf{x}\|_\infty \leq 1$ , 则有  $\text{sat}(\mathfrak{R} \mathbf{x}) \in \text{co}\{\Xi_i \mathfrak{R} \mathbf{x} + \Xi_i^- \aleph \mathbf{x} : i \in \{1, 2, \dots, 2^n\}\}$ . 当存在  $0 \leq s_i \leq 1$ , 且满足  $\sum_{i=1}^{2^n} s_i = 1$ , 则  $\text{sat}(\mathfrak{R} \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{2^n} s_i (\Xi_i \mathfrak{R} + \Xi_i^- \aleph) \mathbf{x}$  成立.

根据引理 1 与注 1 可知, 当  $\aleph \in \mathbf{R}^{n \times n}, \|\aleph \xi(\tau_m^-)\|_\infty \leq 1, 0 \leq s_i \leq 1, \sum_{i=1}^{2^n} s_i = 1$  时, 有  $\text{sat}\{J(\mathbf{L}^k + \varepsilon_2 \mathbf{B}^k)\xi(\tau_m^-)\} = \sum_{i=1}^{2^n} s_i (\Xi_i J(\mathbf{L}^k + \varepsilon_2 \mathbf{B}^k) + \Xi_i^- \aleph) \xi(\tau_m^-)$  成立, 则误差系统 (7) 可被重写为:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = (\mathbf{I}_n \otimes H)\xi(t), & t \neq \tau_m \\ \xi(\tau_m^+) = \left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \Psi_k \right) \xi(\tau_m^-), & t = \tau_m \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\Psi_k = \sum_{i=1}^{2^n} s_i (\Xi_i J(\mathbf{L}^k + \varepsilon_2 \mathbf{B}^k) + \Xi_i^- \aleph)$ .

注 2. 当本文多智能体系统演化位于每个周期的常规窗口和补偿窗口时  $k=0$ , 反映系统节点间连接关系的矩阵则为  $\mathbf{L}^0$  与  $\mathbf{B}^0$ , 为方便分析, 本文

后续将  $L^0$ 、 $B^0$  分别记为  $L$ 、 $B$ , 进一步把  $\Psi_0$  记为  $\Psi$ . 当多智能体系统位于每个周期的 DOS 窗口时, 矩阵  $L^k$  与  $B^k$  及  $\Psi_k$  的符号仍保持不变.

**定义 1.** 针对函数  $\varpi: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 定义其右上迪尼导数为:

$$D^+ \varpi(t, \boldsymbol{\theta}(t)) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\varpi(t+h, \boldsymbol{\theta}(t+h)) - \varpi(t, \boldsymbol{\theta}(t))}{h} \quad (9)$$

**定义 2**<sup>[24]</sup>. 定义方阵  $\Omega \in \mathbf{R}^{n \times n}$  的测度  $\mu(\Omega)$  为:

$$\mu(\Omega) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\|\mathbf{I}_n + h\Omega\| - 1}{h} \quad (10)$$

**定义 3.** 在 DOS 攻击场景中, 本文多智能体系统被称作实现了安全定制化一致性, 当以下条件成立:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left| p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t) \right| = 0, \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

且随着可调参数  $\varepsilon_1$  与  $\varepsilon_2$  按照表 1 取不同值时, 能定制化出平均一致性、领导跟随一致性和混合一致性模式.

## 2 主要结论

**定理 1.** 当存在正常数  $\zeta > 0$ ,  $\gamma > 1$ , 且满足下列不等式:

- 1)  $\mathbf{I}_n \otimes (2H - \zeta) \leq 0$
- 2)  $\ln(\lambda^{w_q + o_q} \lambda_k^{v_q} \gamma) + \zeta(t_n^{q+1} - t_n^q) \leq 0$

则多智能体系统能实现安全定制化一致性, 其中  $\lambda = \lambda_M[(\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi)^T (\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi)]$ ,  $\lambda_k = \lambda_M[(\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi_k)^T (\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi_k)]$ .

**证明.** 首先对误差系统 (8) 构造如下李雅普诺夫函数:

$$V(\boldsymbol{\xi}(t)) = \boldsymbol{\xi}^T(t) \boldsymbol{\xi}(t) \quad (12)$$

当  $t \in [\tau_{m-1}, \tau_m)$  时, 根据式 (8) 和 (12) 可得:

$$\begin{aligned} D^+ V(\boldsymbol{\xi}(t)) &= 2\boldsymbol{\xi}^T(t) \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \\ &2\boldsymbol{\xi}^T(t) (\mathbf{I}_n \otimes H) \boldsymbol{\xi}(t) = \\ &\boldsymbol{\xi}^T(t) (2(\mathbf{I}_n \otimes H)) \boldsymbol{\xi}(t) \leq \zeta V(\boldsymbol{\xi}(t)) + \\ &\boldsymbol{\xi}^T(t) (\mathbf{I}_n \otimes (2H - \zeta)) \boldsymbol{\xi}(t) \leq \zeta V(\boldsymbol{\xi}(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

则  $V(\boldsymbol{\xi}(t)) \leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_{m-1})) \exp(\zeta(t - \tau_{m-1}))$ .

当  $t = \tau_m$  且  $\tau_m$  位于常规窗口或补偿窗口, 可得:

$$V(\boldsymbol{\xi}(\tau_m^+)) = \boldsymbol{\xi}^T(\tau_m^+) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^+) =$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\xi}^T(\tau_m^-) \left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \Psi \right)^T \cdot \\ &\left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \Psi \right) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^-) \leq \\ &\lambda V(\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)) \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\lambda = \lambda_M[(\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi)^T (\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi)]$ .

当  $t = \tau_m$  且  $\tau_m$  位于 DOS 窗口, 可得:

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{\xi}(\tau_m^+)) &= \boldsymbol{\xi}^T(\tau_m^+) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^+) = \\ &\boldsymbol{\xi}^T(\tau_m^-) \left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \Psi_k \right)^T \cdot \\ &\left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \Psi_k \right) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^-) \leq \\ &\lambda_k V(\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)) \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\lambda_k = \lambda_M[(\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi_k)^T (\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \Psi_k)]$ .

进行如下归纳分析:

当  $t \in [t_0, \tau_1)$  时, 可得  $V(\boldsymbol{\xi}(t)) \leq V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \times \exp(\zeta(t - t_0))$ , 进一步有:

$$V(\boldsymbol{\xi}(\tau_1^-)) \leq V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(\tau_1 - t_0)) \quad (16)$$

当  $t \in [\tau_1, \tau_2)$  时, 可得:

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{\xi}(t)) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_1^+)) \exp(\zeta(t - \tau_1)) \leq \\ &\lambda V(\boldsymbol{\xi}(\tau_1^-)) \exp(\zeta(t - \tau_1)) \leq \\ &\lambda V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(\tau_1 - t_0)) \exp(\zeta(t - \tau_1)) \leq \\ &\lambda V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t - t_0)) \end{aligned} \quad (17)$$

进一步有:

$$V(\boldsymbol{\xi}(\tau_2^-)) \leq \lambda V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(\tau_2 - t_0)) \quad (18)$$

当  $t = t_d^1$  时, 多智能体系统经历完第一个常规窗口, 可得:

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{\xi}(t_d^1)) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_1}^+)) \exp(\zeta(t_d^1 - \tau_{w_1}^+)) \leq \\ &\lambda^{w_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(\tau_{w_1}^1 - \\ &t_0)) \exp(\zeta(t_d^1 - \tau_{w_1}^1)) \leq \\ &\lambda^{w_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_d^1 - t_0)) \end{aligned} \quad (19)$$

当  $t = t_c^1$  时, 多智能体系统经历完第一个常规窗口和 DOS 窗口, 可得:

$$\begin{aligned}
 V(\boldsymbol{\xi}(t_c^1)) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_1+v_1}^1)) \exp(\zeta(t_c^1 - \tau_{w_1+v_1}^1)) \leq \\
 &\lambda_k^{v_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_d^1)) \exp(\zeta(\tau_{w_1+v_1}^1 - t_d^1)) \cdot \\
 &\exp(\zeta(t_c^1 - \tau_{w_1+v_1}^1)) \leq \\
 &\lambda_k^{v_1} \lambda^{w_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_d^1 - t_0)) \cdot \\
 &\exp(\zeta(\tau_{w_1+v_1}^1 - t_d^1)) \exp(\zeta(t_c^1 - \tau_{w_1+v_1}^1)) \leq \\
 &\lambda^{w_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_d^1 - t_0)) \lambda_k^{v_1} \exp(\zeta(t_c^1 - t_d^1)) \quad (20)
 \end{aligned}$$

当  $t = t_n^2$  时, 多智能体系统经历完第一个周期, 可得:

$$\begin{aligned}
 V(\boldsymbol{\xi}(t_n^2)) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_1+v_1+o_1}^1)) \exp(\zeta(t_n^2 - \tau_{w_1+v_1+o_1}^1)) \leq \\
 &\lambda^{o_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_c^1)) \exp(\zeta(\tau_{w_1+v_1+o_1}^1 - t_c^1)) \cdot \\
 &\exp(\zeta(t_n^2 - \tau_{w_1+v_1+o_1}^1)) \leq \\
 &\lambda^{o_1} \lambda^{w_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_d^1 - t_0)) \cdot \\
 &\lambda_k^{v_1} \exp(\zeta(t_c^1 - t_d^1)) \exp(\zeta(\tau_{w_1+v_1+o_1}^1 - t_c^1)) \cdot \\
 &\exp(\zeta(t_n^2 - \tau_{w_1+v_1+o_1}^1)) \leq \\
 &\lambda^{w_1+o_1} \lambda_k^{v_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_n^2 - t_0)) \quad (21)
 \end{aligned}$$

类似地, 当  $t = t_n^3$  时, 多智能体系统经历完第二个周期, 可得:

$$\begin{aligned}
 V(\boldsymbol{\xi}(t_n^3)) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_2+v_2+o_2}^2)) \exp(\zeta(t_n^3 - \tau_{w_2+v_2+o_2}^2)) \leq \lambda^{w_2} V(\boldsymbol{\xi}(t_n^2)) \exp(\zeta(t_d^2 - t_n^2)) \cdot \\
 &\lambda_k^{v_2} \exp(\zeta(t_c^2 - t_d^2)) \lambda^{o_2} \exp(\zeta(t_n^3 - t_c^2)) \leq \\
 &\lambda^{w_2+o_2} \lambda_k^{v_2} V(\boldsymbol{\xi}(t_n^2)) \exp(\zeta(t_n^3 - t_n^2)) \leq \\
 &\lambda^{w_2+o_2} \lambda_k^{v_2} \lambda^{w_1+o_1} \lambda_k^{v_1} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \exp(\zeta(t_n^2 - t_0)) \cdot \\
 &\exp(\zeta(t_n^3 - t_n^2)) \leq \\
 &V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \lambda^{w_2+o_2} \lambda_k^{v_2} \exp(\zeta(t_n^3 - t_n^2)) \cdot \\
 &\lambda^{w_1+o_1} \lambda_k^{v_1} \exp(\zeta(t_n^2 - t_0)) \quad (22)
 \end{aligned}$$

一般地, 当  $t = t_n^{q+1}$  时, 多智能体系统经历完第  $q$  个周期, 可得:

$$\begin{aligned}
 V(\boldsymbol{\xi}(t_n^{q+1})) &\leq V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \lambda^{w_q+o_q} \lambda_k^{v_q} \exp(\zeta(t_n^{q+1} - t_n^q)) \cdot \dots \cdot \lambda^{w_2+o_2} \lambda_k^{v_2} \exp(\zeta(t_n^3 - t_n^2)) \cdot \\
 &\lambda^{w_1+o_1} \lambda_k^{v_1} \exp(\zeta(t_n^2 - t_n^1)) \quad (23)
 \end{aligned}$$

因为,  $\ln(\lambda^{w_q+o_q} \lambda_k^{v_q} \gamma) + \zeta(t_n^{q+1} - t_n^q) \leq 0$ , 则  $\lambda^{w_q+o_q} \lambda_k^{v_q} \exp(\zeta(t_n^{q+1} - t_n^q)) \leq \frac{1}{\gamma}$  成立, 结合式 (23) 进一步可得:

$$V(\boldsymbol{\xi}(t_n^{q+1})) \leq \frac{1}{\gamma^q} V(\boldsymbol{\xi}(t_0)) \quad (24)$$

由于  $V(\boldsymbol{\xi}(t_0))$  为一有界量, 通过式 (24) 及定理 1 中的条件可知,  $\frac{1}{\gamma} < 1$ , 当  $t \rightarrow +\infty$  时, 有  $q \rightarrow +\infty$ , 则  $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(\boldsymbol{\xi}(t)) = 0$ , 从而定义 3 中安全定制化一致性实现的条件成立.  $\square$

**定理 2.** 若存在正常数  $\mathfrak{S} > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\beta_k > 0$  和  $0 < \wp < 1$ , 且满足下列不等式:

- 1)  $\mu(\mathbf{I}_n \otimes H) \leq \mathfrak{S}$
- 2)  $\|\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \boldsymbol{\Psi}\| \leq \beta$
- 3)  $\|\mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \boldsymbol{\Psi}_k\| \leq \beta_k$
- 4)  $\beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \exp(\mathfrak{S}(t_n^{q+1} - t_n^q)) \leq \wp$

则本文多智能体系统能实现安全定制化一致性.

**证明.** 当  $t \in [\tau_{m-1}, \tau_m)$  时, 根据误差系统 (8) 可得:

$$\begin{aligned}
 D^+ \|\boldsymbol{\xi}(t)\| &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\|\boldsymbol{\xi}(t+h)\| - \|\boldsymbol{\xi}(t)\|}{h} = \\
 &\lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\|\boldsymbol{\xi}(t) + h\dot{\boldsymbol{\xi}}(t)\| - \|\boldsymbol{\xi}(t)\|}{h} = \\
 &\lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\|\boldsymbol{\xi}(t) + h(\mathbf{I}_n \otimes H)\boldsymbol{\xi}(t)\| - \|\boldsymbol{\xi}(t)\|}{h} \leq \\
 &\lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\|\mathbf{I}_n + h(\mathbf{I}_n \otimes H)\| \|\boldsymbol{\xi}(t)\| - \|\boldsymbol{\xi}(t)\|}{h} \leq \\
 &\lim_{h \rightarrow 0^+} \sup \frac{\|\mathbf{I}_n + h(\mathbf{I}_n \otimes H)\| - 1}{h} \|\boldsymbol{\xi}(t)\| \leq \\
 &\mu(\mathbf{I}_n \otimes H) \|\boldsymbol{\xi}(t)\| \leq \mathfrak{S} \|\boldsymbol{\xi}(t)\| \quad (25)
 \end{aligned}$$

所以有  $\|\boldsymbol{\xi}(t)\| \leq \|\boldsymbol{\xi}(\tau_{m-1})\| \exp(\mathfrak{S}(t - \tau_{m-1}))$  成立, 进一步有  $\|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)\| \leq \|\boldsymbol{\xi}(\tau_{m-1})\| \exp(\mathfrak{S}(\tau_m - \tau_{m-1}))$ .

当  $t = \tau_m$  且  $\tau_m$  位于常规窗口或补偿窗口, 可得:

$$\begin{aligned}
 \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^+)\| &= \left\| \left( \mathbf{I}_n + (\mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T) \boldsymbol{\Psi} \right) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^-) \right\| \leq \\
 &\left\| \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \boldsymbol{\Psi} \right\| \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)\| \leq \beta \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)\| \quad (26)
 \end{aligned}$$

当  $t = \tau_m$  且  $\tau_m$  位于 DOS 窗口, 可得:

$$\begin{aligned}
 \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^+)\| &= \left\| \left( \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \boldsymbol{\Psi}_k \right) \boldsymbol{\xi}(\tau_m^-) \right\| \leq \\
 &\left\| \mathbf{I}_n + \left( \mathbf{I}_n - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \right) \boldsymbol{\Psi}_k \right\| \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)\| \leq \\
 &\beta_k \|\boldsymbol{\xi}(\tau_m^-)\| \quad (27)
 \end{aligned}$$

当  $t = t_n^{q+1}$  时, 可按照如下进行归纳分析:

$$\begin{aligned}
 \|\boldsymbol{\xi}(t_n^{q+1})\| &\leq \|\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_q+v_q+o_q}^{q+})\| \exp(\mathfrak{S}(t_n^{q+1} - \tau_{w_q+v_q+o_q}^{q+})) \leq \beta \|\boldsymbol{\xi}(\tau_{w_q+v_q+o_q}^{q-})\| \cdot \\
 &\exp(\mathfrak{S}(t_n^{q+1} - \tau_{w_q+v_q+o_q}^{q-})) \leq
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta \|\xi(\tau_{w_q+v_q+o_q-1}^{q+})\| \exp(\Im(\tau_{w_q+v_q+o_q}^q - \tau_{w_q+v_q+o_q-1}^q)) \exp(\Im(t_n^{q+1} - \tau_{w_q+v_q+o_q}^q)) \leq \\
& \beta^2 \|\xi(\tau_{w_q+v_q+o_q-1}^{q-})\| \exp(\Im(\tau_{w_q+v_q+o_q}^q - \tau_{w_q+v_q+o_q-1}^q)) \exp(\Im(t_n^{q+1} - \tau_{w_q+v_q+o_q}^q)) \leq \\
& \cdots \leq \beta^{o_q} \|\xi(\tau_{w_q+v_q+1}^{q-})\| \cdot \\
& \exp(\Im(t_n^{q+1} - \tau_{w_q+v_q+1}^q)) \leq \\
& \beta^{o_q} \|\xi(t_c^q)\| \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_c^q)) \leq \beta^{o_q} \beta_k^{v_q}. \\
& \|\xi(t_d^q)\| \exp(\Im(t_c^q - t_d^q)) \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_c^q)) \leq \\
& \beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \|\xi(t_n^q)\| \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \quad (28)
\end{aligned}$$

根据式 (28) 进一步有:

$$\begin{aligned}
\|\xi(t_n^{q+1})\| & \leq \beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \|\xi(t_n^q)\| \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \leq \beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \\
& \beta^{w_{q-1}+o_{q-1}} \beta_k^{v_{q-1}} \|\xi(t_n^{q-1})\| \exp(\Im(t_n^q - t_n^{q-1})) \leq \beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \cdot \\
& \beta^{w_{q-1}+o_{q-1}} \beta_k^{v_{q-1}} \exp(\Im(t_n^q - t_n^{q-1})) \cdots \\
& \beta^{w_1+o_1} \beta_k^{v_1} \|\xi(t_1^1)\| \exp(\Im(t_1^2 - t_1^1)) \quad (29)
\end{aligned}$$

因为  $\beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \leq \varphi$ , 且  $t_n^1 = t_0$ , 则通过式 (29) 可进一步得出:

$$\|\xi(t_n^{q+1})\| \leq \varphi^q \|\xi(t_0)\| \quad (30)$$

由于  $\|\xi(t_0)\|$  为一有界量, 通过式 (30) 及定理 2 中的条件可知,  $0 < \varphi < 1$ , 当  $t \rightarrow +\infty$  时, 有  $q \rightarrow +\infty$ , 则  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\xi(t)\| = 0$ , 从而定义 3 中安全定制化一致性实现的条件成立.  $\square$

**注 3.** 关于脉冲时刻间隔的说明: 上述定理 1 和定理 2 给出使误差系统 (7) 实现稳定, 即多智能体系统实现安全定制化一致性的条件. 其中定理 1 包含条件  $\ln(\lambda^{w_q+o_q} \lambda_k^{v_q} \gamma) + \zeta(t_n^{q+1} - t_n^q) \leq 0$ , 定理 2 包含条件  $\beta^{w_q+o_q} \beta_k^{v_q} \exp(\Im(t_n^{q+1} - t_n^q)) \leq \varphi$ .  $t_n^{q+1} - t_n^q$  为第  $q$  ( $q \geq 1$ ) 个周期的时长, 而  $w_q$ 、 $v_q$  和  $o_q$  分别为第  $q$  个周期中常规窗口、DOS 窗口和补偿窗口内发生的脉冲次数. 显然, 本文只需合理设置每个周期时长和该周期内脉冲发生次数  $w_q$ 、 $v_q$  和  $o_q$  值, 进一步结合相关参数使上述定理 1 和定理 2 中的条件成立即可, 而不需要额外限制脉冲时刻间隔, 在一定程度上体现了本文理论的灵活性. 另外, 既然脉冲时刻间隔无额外限制, 则脉冲时刻既可被设置为周期性的, 也可被设置为非周期性的. 为此, 本文后续仿真实验中将脉冲时刻统一设置为周期性的, 这也符合工业领域中的奥卡姆剃刀原则 (即简洁有效原则), 更利于本文理论的应用和推广.

**注 4.** 关于脉冲输入强度  $J$  的说明: 理论上, 使本文定理 1 和定理 2 中条件成立的一组参数 (包括脉冲输入强度  $J$ ) 可作为一组可行解, 其中  $J$  的值作为一个可行脉冲输入强度. 下面以定理 1 为例, 给出一个求解可行脉冲输入强度  $J$  的数值算法, 步骤如下:

**步骤 1.** 根据多智能体系统模型确定参数  $H$  的值, 并由跟随者节点个数确定  $\mathbf{I}_n$  和  $\mathbf{1}_n$ .

**步骤 2.** 根据定理 1 中参数  $\zeta$  和  $\gamma$  的取值范围设置它们的值, 并使定理 1 中条件 1) 成立.

**步骤 3.** 根据定制化一致性模式需求设置  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的值, 根据注 1 中  $s_i$  的取值约束设置  $s_i$  值. 根据引理 1 设置矩阵集合  $\Xi$ , 并根据注 1 设置矩阵  $\aleph$ .

**步骤 4.** 由多智能体系统的通信网络拓扑结构确定  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{L}^k$  和  $\mathbf{B}^k$ .

**步骤 5.** 设置脉冲输入强度  $J$  的期望取值范围, 记为  $[F_J^l, F_J^r]$ , 并设置一合适步长记为  $S_J$ . 令  $J_i = F_J^l + i \times S_J$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$  作为  $J$  的候选值. 将步骤 1 ~ 步骤 4 中设置的参数及  $J_i$  值代入定理 1 中条件 2) 进行计算, 若存在一个  $J_i \in [F_J^l, F_J^r]$  使该条件 2) 成立, 则将此  $J_i$  作为脉冲输入强度  $J$  的值. 否则, 调整步骤 2 中的参数及  $J$  的期望取值范围  $[F_J^l, F_J^r]$ , 并重复执行步骤 5, 直到定理 1 中条件 2) 成立. 定理 1 中条件 2) 涉及的  $\Psi$ 、 $\Psi_k$ 、 $\lambda$  及  $\lambda_k$  均可根据前述步骤所设置参数值并结合它们的定义计算出来.

**步骤 6.** 将上述步骤 1 ~ 步骤 4 中所设置的参数值及步骤 5 中解得的脉冲输入强度  $J$  值统称为定理 1 的一组可行解.

**注 5.** 上述定理 1 和定理 2 均给出了本文多智能体系统实现安全定制化一致性控制的充分条件, 它们的思想均是通过对多智能体系统所对应的误差系统 (8) 进行稳定性分析, 将使误差系统 (8) 实现稳定的条件作为多智能体系统实现一致性控制的充分条件. 可以发现, 虽然定理 1 中条件 1) ~ 2) 与定理 2 中条件 1) ~ 4) 在形式上具有一定差异, 但它们均是包含  $H$ 、 $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{L}^k$ 、 $\mathbf{B}^k$ 、 $J$ 、 $w_q$ 、 $o_q$ 、 $v_q$ 、 $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  等参数的不等式, 这些参数主要决定了多智能体系统模型、网络拓扑、脉冲输入强度、脉冲输入次数及一致性模式. 因此, 上述定理 1 和定理 2 在本质上是统一的, 即它们均能限制多智能体系统模型、网络拓扑、脉冲输入强度、脉冲输入次数及一致性模式参数之间需满足的关系, 从而达到安全定制化一致性控制的目的.

### 3 仿真实验

本节给出 3 个仿真实验来验证所提理论的有效性, 它们分别验证安全定制化平均一致性、安全



定制化领导跟随一致性、安全定制化混合一致性的实现, 并给出 2 个消融实验及与相关研究的对比分析.

### 3.1 实验 1 安全定制化平均一致性

假定存在领导者节点  $p_0(t)$  和跟随者节点  $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$ 、 $p_3(t)$ 、 $p_4(t)$ 、 $p_5(t)$ . 令节点初始状态值分别为  $p_0(t_0) = 1.0$ 、 $p_1(t_0) = 12.8$ 、 $p_2(t_0) = 18.6$ 、 $p_3(t_0) = -10.7$ 、 $p_4(t_0) = -7.6$ 、 $p_5(t_0) = 9.5$ . 设定  $\varepsilon_1 = 1$ 、 $\varepsilon_2 = 0$ , 即系统定制平均一致性模式. 系统节点之间在未受到 DOS 攻击时编号为  $k = 0$  的网络拓扑及受到 DOS 攻击时编号为  $k = 1, 2, 3, \dots$  的网络拓扑情况如图 2 所示, 且该情况下因  $\varepsilon_2 = 0$  使得领导者节点  $p_0(t)$  与跟随者节点之间的耦合关系被屏蔽.

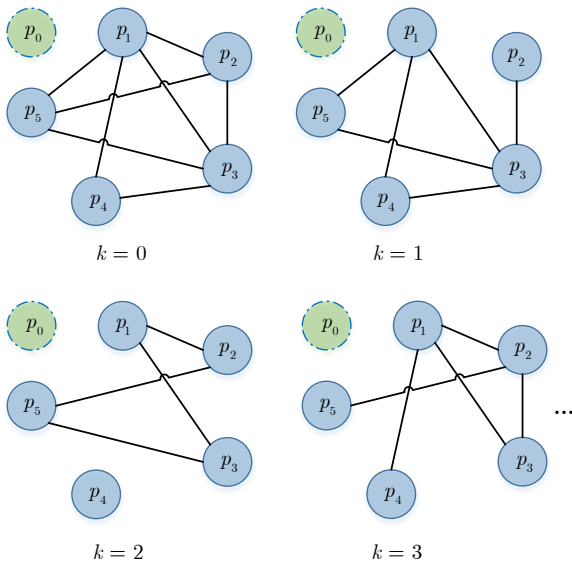


图 2 实验 1 网络拓扑情况  
Fig. 2 The network topologies of experiment 1

由图 2 可知  $\mathbf{B} = \mathbf{B}^1 = \mathbf{B}^2 = \mathbf{B}^3 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0\}$ , 且  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{L}^1$ 、 $\mathbf{L}^2$  及  $\mathbf{L}^3$  分别为:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^3 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设置脉冲发生时刻  $\tau_m$  的分布如图 3 所示.

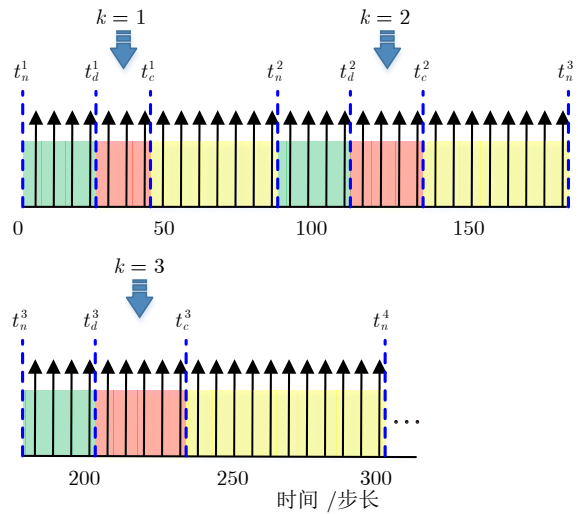


图 3 实验 1 脉冲时刻分布  
Fig. 3 The impulse time distribution of experiment 1

根据本文核心思想、定理 1 中条件 1)、2), 令  $H = 7.8$ 、 $\zeta = 16$ 、 $\gamma = 1.13$ , 脉冲输入强度  $J = -0.38$ . 此处脉冲输入强度取值为负, 原因在于本文控制协议  $u_i(t)$  中设置的智能体节点间状态差反馈项为  $p_i(t) - p_j(t)$  和  $p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t)$ . 如果我们把这两个状态差反馈项分别写为  $p_j(t) - p_i(t)$  与  $\varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) + \varepsilon_2 p_0(t) - p_i(t)$ , 则脉冲输入强度就取正值, 因此在实际场景中若考虑脉冲输入强度的物理意义, 可只关注  $J$  的绝对值即可, 本文后续实验 2 与实验 3 中脉冲输入强度物理意义也同理. 通过上述参数设置, 利用 Matlab 对多智能体系统演化进行仿真, 并设置步长为 0.0003, 可得出其对应误差系统的指数稳定解, 如图 4 所示, 进一步可得出每个智能体节点状态的演化情况, 如图 5 所示.

通过图 4 和图 5 可知, 实验 1 中的智能体节点已实现安全定制化平均一致性, 且从图中的局部放

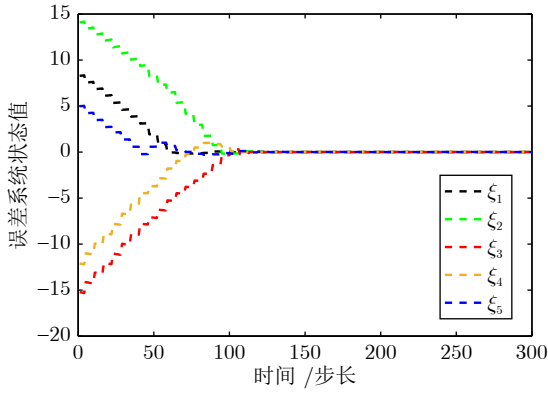


图 4 实验 1 误差系统状态值

Fig. 4 The state values of error system in experiment 1

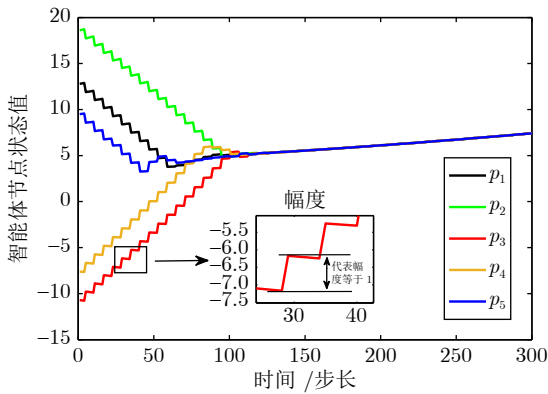


图 5 实验 1 智能体节点状态值

Fig. 5 The state values of agent nodes in experiment 1

大部分可看出在脉冲输入时刻智能体状态跳变幅度均未超出 1, 说明饱和函数  $\text{sat}(\cdot)$  起到限制控制器功率的作用. 后续实验不再单独对饱和控制的幅度跳变情况进行赘述.

### 3.2 实验 2 安全定制化领导跟随一致性

假定存在领导者节点  $p_0(t)$  和跟随者节点  $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$ 、 $p_3(t)$ 、 $p_4(t)$ 、 $p_5(t)$ 、 $p_6(t)$ . 令节点初始状态值分别为  $p_0(t_0) = 6.5$ 、 $p_1(t_0) = 18.8$ 、 $p_2(t_0) = 1.5$ 、 $p_3(t_0) = 4.0$ 、 $p_4(t_0) = -2.0$ 、 $p_5(t_0) = 6.2$ 、 $p_6(t_0) = -5.4$ . 设定  $\varepsilon_1 = 0$ 、 $\varepsilon_2 = 1$ , 即系统定制领导跟随一致性模式. 系统节点之间在未受到 DOS 攻击时编号为  $k = 0$  的网络拓扑及受到 DOS 攻击时编号为  $k = 1, 2, 3, 4, \dots$  的网络拓扑情况如图 6 所示.

由图 6 有  $\mathbf{B} = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 1\}$ ,  $\mathbf{B}^1 = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^2 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^3 = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 1\}$ ,  $\mathbf{B}^4 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 1\}$ , 且  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{L}^1$ 、 $\mathbf{L}^2$ 、 $\mathbf{L}^3$  及  $\mathbf{L}^4$  分别为:

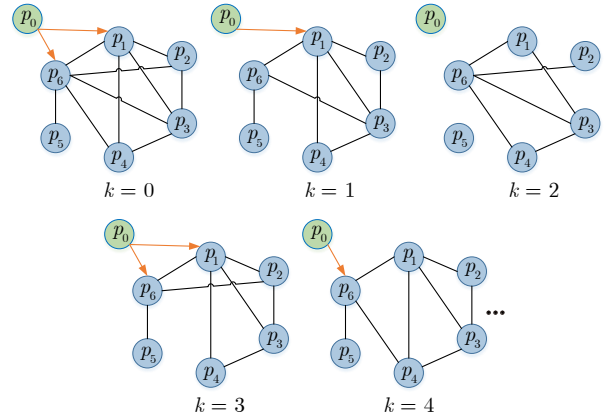


图 6 实验 2 网络拓扑情况

Fig. 6 The network topologies of experiment 2

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^1 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^3 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^4 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

设置脉冲发生时刻  $\tau_m$  的分布如图 7 所示.

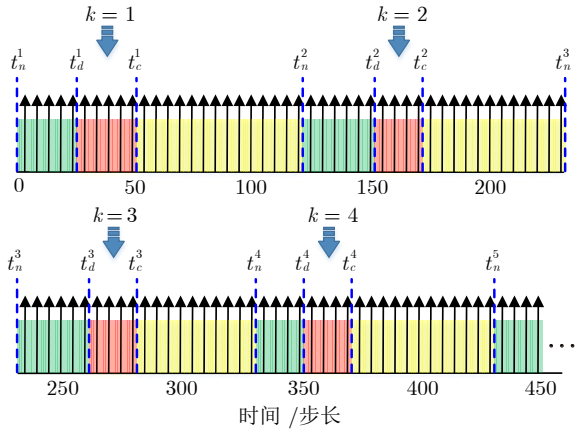


图 7 实验 2 脉冲时刻分布

Fig. 7 The impulse time distribution of experiment 2

根据本文核心思想、定理 2 中条件 1) ~ 4), 令  $H = 5.3$ 、 $\mathfrak{S} = 6.28$ 、 $\beta = 0.747$ 、 $\beta_k = 0.721$  和  $\varphi = 0.87$ . 脉冲输入强度  $J = -0.29$ . 通过上述参数设置, 利用 Matlab 对多智能体系统演化进行仿真, 并设置步长为 0.0001, 可得出其对应误差系统的指数稳定解, 如图 8 所示, 进一步可得出每个智能体节点状态的演化情况, 如图 9 所示.

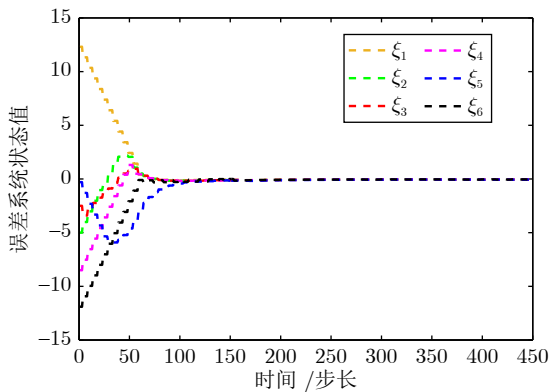


图 8 实验 2 误差系统状态值

Fig. 8 The state values of error system in experiment 2

通过图 8 和图 9 可知, 实验 2 中的智能体节点已实现安全定制化领导跟随一致性.

### 3.3 实验 3 安全定制化混合一致性

假定存在领导者节点  $p_0(t)$  和跟随者节点  $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$ 、 $p_3(t)$ 、 $p_4(t)$ . 令节点初始状态值分别为  $p_0(t_0) = 4.3$ 、 $p_1(t_0) = 9.3$ 、 $p_2(t_0) = -11.9$ 、 $p_3(t_0) = 1.8$ 、 $p_4(t_0) = -8.6$ . 设定  $\varepsilon_1 = 0.1$ 、 $\varepsilon_2 = 0.6$ , 即系统定制混合一致性模式. 系统节点之间在未受到 DOS 攻击时编号为  $k = 0$  的网络拓扑及受到 DOS 攻击时编号为  $k = 1, 2, 3, 4, \dots$  的网络拓扑情况如图 10 所示.

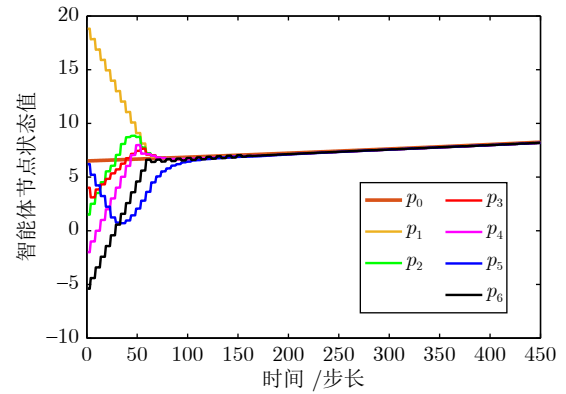


图 9 实验 2 智能体节点状态值

Fig. 9 The state values of agent nodes in experiment 2

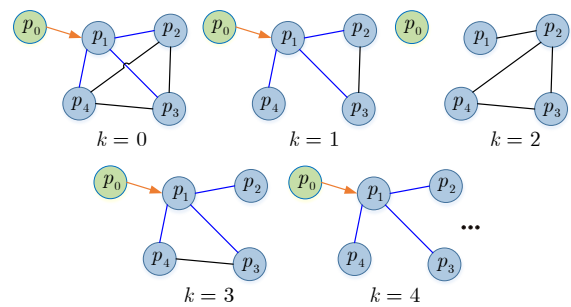


图 10 实验 3 网络拓扑情况

Fig. 10 The network topologies of experiment 3

由图 10 有  $\mathbf{B} = \text{diag}\{1, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^1 = \text{diag}\{1, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^2 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^3 = \text{diag}\{1, 0, 0, 0\}$ ,  $\mathbf{B}^4 = \text{diag}\{1, 0, 0, 0\}$ , 且  $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{L}^1$ 、 $\mathbf{L}^2$ 、 $\mathbf{L}^3$  及  $\mathbf{L}^4$  分别为:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^1 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^3 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$L^A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设置脉冲发生时刻  $\tau_m$  的分布如图 11 所示.

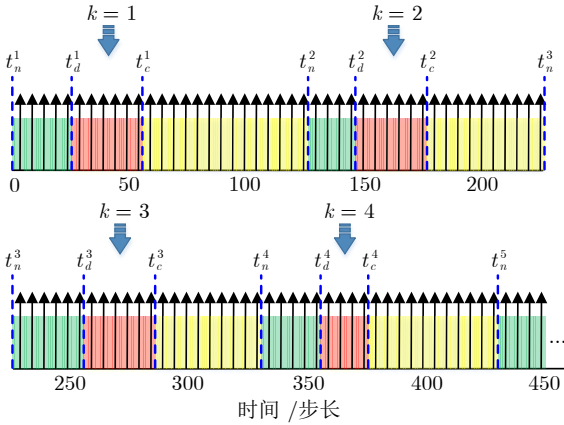


图 11 实验 3 脉冲时刻分布

Fig. 11 The impulse time distribution of experiment 3

根据本文核心思想、定理 1 中的条件 1)、2), 令  $H = 3.23$ 、 $\zeta = 6.93$ 、 $\gamma = 1.22$ , 脉冲输入强度  $J = -0.39$ . 通过上述参数设置, 利用 Matlab 对多智能体系统演化进行仿真, 并设置步长为 0.0002, 可得出其对应误差系统的指数稳定解, 如图 12 所示, 进一步可得出每个智能体节点状态的演化情况, 如图 13 所示.

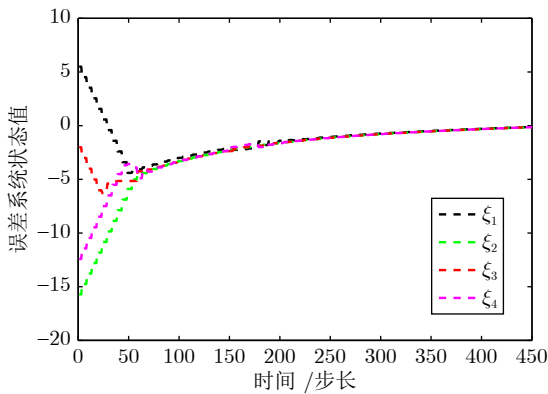


图 12 实验 3 误差系统状态值

Fig. 12 The state values of error system in experiment 3

通过图 12 和图 13 可知, 实验 3 中智能体节点已实现安全定制化混合一致性, 且领导者节点和跟随者节点间能保持间距  $g_i(t) = p_i(t) - p_0(t) = (0.1 + 0.6 - 1)p_0(t)/(1 - 0.1) = -\frac{1}{3}p_0(t)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , 符合预期要求.

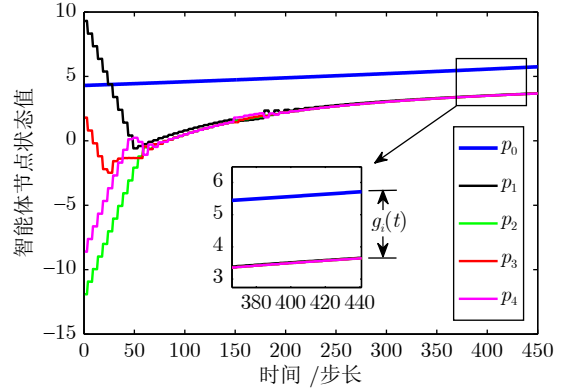


图 13 实验 3 智能体节点状态值

Fig. 13 The state values of agent nodes in experiment 3

### 3.4 消融实验

此处设计 2 个消融实验, 其中消融实验 1 验证本文饱和控制的优势, 消融实验 2 验证本文理论抵抗 DOS 攻击的有效性.

消融实验 1 以前述实验 1 为基础, 所有参数均和前述实验 1 保持一致, 但去掉控制协议中的饱和和功能, 通过 Matlab 仿真得到每个智能体节点状态的演化情况如图 14 所示. 图中智能体节点与实验 1 中所示智能体节点的状态收敛时间基本一致, 但图中智能体节点状态在脉冲输入时刻的跳变幅度较大, 这要求控制器需具备较大功率, 且显然会消耗更多成本. 相比之下, 本文控制协议具备饱和功能, 因此更具成本优势, 且更适用于一些控制器具有功率受限约束的应用场景.

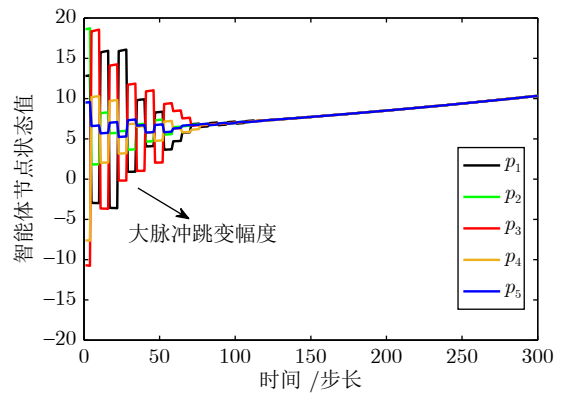


图 14 消融实验 1 智能体节点状态值

Fig. 14 The state values of agent nodes in ablation experiment 1

消融实验 2 以前述实验 2 为基础, 所有参数均和前述实验 2 保持一致, 但去掉 DOS 攻击, 因此整个演化过程中多智能体系统的网络拓扑不发生切换. 通过 Matlab 仿真得到每个智能体节点在无

DOS 攻击下状态的演化情况如图 15 所示, 图中局部放大部分为多智能体系统在基本实现状态一致之前, 处于演化第 20 步至第 50 步左右的状态情况, 可以发现该时间段内跟随者节点  $p_2(t)$ 、 $p_3(t)$  和  $p_4(t)$  的状态均较平缓地逐渐收敛于领导者节点  $p_0(t)$  的状态, 因此无 DOS 攻击下的控制情况较为理想. 相反, 前述实验 2 考虑存在 DOS 攻击, 且可知在第 20 步至第 50 步左右的演化时间内, 前述实验 2 中多智能体系统遭受到 DOS 攻击, 导致该时间段内跟随者节点  $p_2(t)$ 、 $p_3(t)$  和  $p_4(t)$  状态出现大幅度偏离领导者节点  $p_0(t)$  状态的“不友好”现象. 然而, 本文通过引入 DOS 攻击模型, 能及时消除上述不友好的状态偏离现象所带来的影响, 最终使多智能体系统在 DOS 攻击下仍能实现安全定制化一致性控制, 因此对比消融实验 2 和前述实验 2 的结果, 本文理论抵抗 DOS 攻击的有效性得到进一步验证.

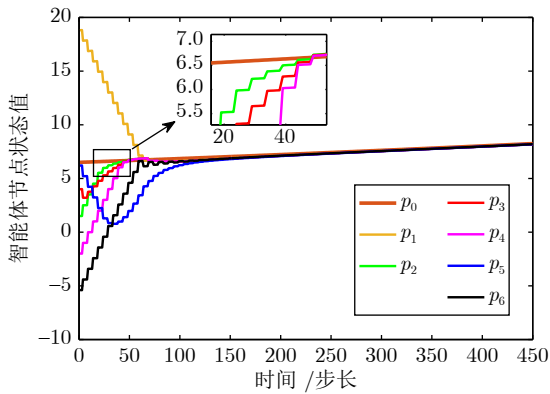


图 15 消融实验 2 智能体节点状态值

Fig. 15 The state values of agent nodes in ablation experiment 2

### 3.5 对比分析

上述仿真实验使本文所提理论的有效性得到验证, 且和相关研究相比可知:

1) 与文献 [7–10] 仅能实现单一致性目标相比, 实验 1、2、3 通过对参数  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的调节, 分别定制化实现了平均一致性、领导跟随一致性和混合一致性目标, 得出本文模型具有更广的一致性模式范围.

2) 文献 [14–16] 采用的脉冲控制协议没有对控制器进行功率限制, 因此它们在控制时容易使系统状态产生不友好的大幅度脉冲跳变现象. 而实验 1、2、3 显示本文控制协议在饱和效应的辅助下, 能使系统状态在  $\tau_m$  脉冲时刻的跳变幅度均控制于  $[0, 1]$  之间, 得出本文控制协议在控制器功率受限约束场景中具备更强的适用性.

3) 文献 [18–21] 在分析智能体节点之间的通信

时, 未考虑网络安全因素, 因此相关理论仅能用于较理想的网络环境. 而实验 1、2、3 显示本文通过引入编号为  $k = 1, 2, 3, \dots$  的切换网络拓扑, 用于处理 DOS 攻击网络环境中多智能体系统的演化过程, 得出本文理论具有更强的网络安全能力.

## 4 结束语

本文研究了一种 DOS 攻击下饱和脉冲多智能体系统的安全定制化一致性控制方案. 我们构建一种带可调参数一致性模式项的系统模型, 实现对一致性的定制化功能, 采用切换拓扑技术分析 DOS 攻击下系统的网络拓扑结构, 并设计了一种饱和脉冲控制协议, 高效地实现了系统的安全定制化一致性控制目标. 在未来, 我们还将探究在多种混合网络攻击下的定制化一致性控制问题, 并考虑将本文可调参数一致性模式项 “ $p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t)$ ” 中的参数  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  设置为按一定规则进行时变的形式  $\varepsilon_1(t)$  和  $\varepsilon_2(t)$ , 进一步结合有限时间稳定等机制来设计控制协议, 从而拓展出能在多种一致性模式之间高效转化的“在线一致性调节方式”, 以促进多智能体协同领域的发展.

## 附录 A 关于 $g_i(t)$ 的推导

此处给出  $g_i(t)$  的推导过程. 由前述表 1 中序号 3 可知, 当  $(1 > \varepsilon_1 > 0) \wedge (\varepsilon_2 > 0)$  时多智能体系统采取混合一致性模式. 由前述定义 3 可知, 当安全定制化一致性实现时, 有:

$$p_i(t) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) - \varepsilon_2 p_0(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A1})$$

显然,  $p_i(t) = \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t) + \varepsilon_2 p_0(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 令  $\bar{\Theta}(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(t)$  表示  $n$  个跟随者节点的状态平均值, 则  $p_i(t) = \varepsilon_1 \bar{\Theta}(t) + \varepsilon_2 p_0(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . 因此有  $p_1(t) = p_2(t) = p_3(t) = \dots = p_n(t) = \varepsilon_1 \bar{\Theta}(t) + \varepsilon_2 p_0(t)$ , 即所有跟随者节点状态达成一致, 则  $\bar{\Theta}(t) = p_i(t)$  成立, 进一步可知  $p_i(t) = \varepsilon_1 \bar{\Theta}(t) + \varepsilon_2 p_0(t) = \varepsilon_1 p_i(t) + \varepsilon_2 p_0(t)$ , 因此可得:

$$p_i(t) = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_1} p_0(t) \quad (\text{A2})$$

所以有:

$$g_i(t) = p_i(t) - p_0(t) = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_1} p_0(t) - p_0(t) = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 1)p_0(t)}{1 - \varepsilon_1} \quad (\text{A3})$$

## 附录 B 关于式 (6) 的推导

此处给出本文式 (6) 的详细推导过程, 首先由本文系统模型 (1) 和控制协议 (3) 可知:  $p_i(\tau_m^+) = p_i(\tau_m^-) + \text{sat}\{J[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(p_i(\tau_m^-) - p_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k \times (p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))]\}$ , 进一步根据  $\xi_i(t)$  的定义可得:

$$\begin{aligned} \xi_i(\tau_m^+) &= p_i(\tau_m^+) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^+) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^+) = \\ & p_i(\tau_m^-) + \text{sat}\left\{J\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(p_i(\tau_m^-) - p_j(\tau_m^-)) + \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_2 b_i^k(p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \\ & \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^+) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^+) = p_i(\tau_m^-) + \\ & \text{sat}\left\{J\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(p_i(\tau_m^-) - p_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k(p_i(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(p_j(\tau_m^-) + \right. \\ & \left. \text{sat}\left\{J\left[\sum_{\varphi=1}^n a_{j\varphi}^k(p_j(\tau_m^-) - p_\varphi(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_j^k(p_j(\tau_m^-) - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{\varphi=1}^n p_\varphi(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^+) \quad (\text{B1}) \end{aligned}$$

进一步有:

$$\begin{aligned} \xi_i(\tau_m^+) &= p_i(\tau_m^-) + \text{sat}\left\{J\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(p_i(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. p_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k(p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \\ & \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{sat}\left\{J\left[\sum_{\varphi=1}^n a_{j\varphi}^k(p_j(\tau_m^-) - p_\varphi(\tau_m^-)) + \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_2 b_j^k(p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{\varphi=1}^n p_\varphi(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^+) \quad (\text{B2}) \end{aligned}$$

由于领导者节点未受到脉冲输入控制, 则  $p_0(\tau_m^+) =$

$p_0(\tau_m^-)$ , 所以有:

$$\begin{aligned} \xi_i(\tau_m^+) &= \xi_i(\tau_m^-) + \text{sat}\left\{J\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(p_i(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. p_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k(p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{sat}\left\{J\left[\sum_{\varphi=1}^n a_{j\varphi}^k \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. (p_j(\tau_m^-) - p_\varphi(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_j^k(p_j(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{\varphi=1}^n p_\varphi(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-))\right]\right\} \quad (\text{B3}) \end{aligned}$$

又因为:

$$\begin{aligned} p_i(\tau_m^-) - p_j(\tau_m^-) &= p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \\ & \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-) - p_j(\tau_m^-) + \\ & \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) + \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-) = \\ & \left(p_i(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-)\right) - \\ & \left(p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j(\tau_m^-) - \varepsilon_2 p_0(\tau_m^-)\right) = \\ & \xi_i(\tau_m^-) - \xi_j(\tau_m^-) \quad (\text{B4}) \end{aligned}$$

则有:

$$\begin{aligned} \xi_i(\tau_m^+) &= \xi_i(\tau_m^-) + \text{sat}\left\{J\left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^k(\xi_i(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \xi_j(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_i^k \xi_i(\tau_m^-)\right]\right\} - \\ & \varepsilon_1 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{sat}\left\{J\left[\sum_{\varphi=1}^n a_{j\varphi}^k(\xi_j(\tau_m^-) - \right. \right. \\ & \left. \left. \xi_\varphi(\tau_m^-)) + \varepsilon_2 b_j^k \xi_j(\tau_m^-)\right]\right\} \quad (\text{B5}) \end{aligned}$$

## References

- 1 Lu K L, Xu H, Zheng Y S. Distributed resource allocation via multi-agent systems under time-varying networks. *Automatica*, 2022, **136**: Article No. 110059
- 2 Zheng Y L, Liu Q S. A review of distributed optimization: Problems, models and algorithms. *Neurocomputing*, 2022, **483**: 446-459
- 3 Chai Tian-You. Development directions of industrial artificial

- intelligence. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(10): 2005–2012 (柴天佑. 工业人工智能发展方向. 自动化学报, 2020, **46**(10): 2005–2012)
- 4 Gong Z, Nie Z G, Liu Q, Liu X J. Design and control of a multi-mobile-robot cooperative transport system based on a novel six degree-of-freedom connector. *ISA Transactions*, 2023, **139**: 606–620
  - 5 Li K Q, Wang J W, Zheng Y. Cooperative formation of autonomous vehicles in mixed traffic flow: Beyond platooning. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, **23**(9): 15951–15966
  - 6 Yu K T, Li Y M, Peng Z H, Tong S C. Distributed event-triggered formation control of planar vehicles without velocity sensors. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, **72**(3): 2988–3000
  - 7 Mohammad H, Mohammad B. Adaptive output stationary average consensus for heterogeneous unknown linear multi-agent systems. *IET Control Theory and Applications*, 2018, **12**(7): 847–856
  - 8 Tian Y, Li H Q, Han Q. Finite-time average consensus of directed second-order multi-agent systems with Markovian switching topology and impulsive disturbance. *Neural Computing and Applications*, 2023, **35**: 8575–8588
  - 9 Hu W F, Cheng Y, Yang C H. Leader-following consensus of linear multi-agent systems via reset control: A time-varying systems approach. *Automatica*, 2023, **149**: Article No. 110824
  - 10 Wang K P, Ding D, Tang Z, Feng J W. Leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems with hybrid delays: Distributed impulsive pinning strategy. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, **424**: Article No. 127031
  - 11 Huang W C, Tian B B, Liu T T, Wang J H, Liu Z Q. Event-triggered leader-following consensus of multi-agent systems under semi-Markov switching topology with partially unknown rates. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, **359**(7): 3103–3125
  - 12 Lui D, Petrillo A, Santini S. Bipartite tracking consensus for high-order heterogeneous uncertain nonlinear multi-agent systems with unknown leader dynamics via adaptive fully-distributed PID control. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2023, **10**(2): 1131–1144
  - 13 Wu Y H, Wang Z P, Zhang H, Huang C. Output-based event-triggered consensus of general linear multi-agent systems with communication delay under directed graphs. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, **357**(6): 3702–3720
  - 14 Qu M H, Wang Q D, Wei C L. Event-triggered consensus for second-order multi-agent systems with sampled position data via impulsive control. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, **359**(17): 9989–10016
  - 15 Wang K P, Tang Z, Park J H, Feng J W. Impulsive time window based quasi-consensus on stochastic nonlinear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2022, **9**(5): 3602–3613
  - 16 Hu Z H, Mu X W. Impulsive consensus of stochastic multi-agent systems under semi-Markovian switching topologies and application. *Automatica*, 2023, **150**: Article No. 110871
  - 17 He W L, Chen G R, Han Q L, Feng Q. Network-based leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via distributed impulsive control. *Information Sciences*, 2017, **380**: 145–158
  - 18 Ma L, Wang Y L, Fei M R, Pan Q K. Cross-dimensional formation control of second-order heterogeneous multi-agent systems. *ISA Transactions*, 2022, **127**: 188–196
  - 19 Yang R, Liu S, Tan Y Y, Zhang Y J, Jiang W. Consensus analysis of fractional-order nonlinear multi-agent systems with distributed and input delays. *Neurocomputing*, 2019, **329**: 46–52
  - 20 Jin Shou-Bo, Wei Zhang-Zhi, Li Yao-Hong. Consensus analysis of the second order multi-agent systems based on large communication delay. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2021, **43**(4): 1029–1034 (晋守博, 魏章志, 李耀红. 基于大通讯时滞的二阶多智能体系统的一致性分析. 电子与信息学报, 2021, **43**(4): 1029–1034)
  - 21 Wang X, Mou S S, Anderson B. Consensus-based distributed optimization enhanced by integral feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(3): 1894–1901
  - 22 Zhang T Y, Xu Y, Sun J. Dynamic event-triggered strategies for tracking control of directed multi-agent systems with Lipschitz nonlinear dynamics. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, **32**(14): 8147–8162
  - 23 Hu T S, Lin Z L. *Control Systems With Actuator Saturation: Analysis and Design*. Berlin: Springer Science and Business Media, 2001. 56–92
  - 24 Desoer C, Vidyasagar M. *Feedback Systems: Input-output Properties*. New York: Academic Press, 1975. 85–116



胡翔 重庆邮电大学讲师. 2022 年获得重庆邮电大学博士学位. 主要研究方向为多智能体协同与智能控制技术. 本文通信作者.

E-mail: [huxiang@cqupt.edu.cn](mailto:huxiang@cqupt.edu.cn)

(HU Xiang Lecturer at Chongqing University of Posts and Telecommunications.

He received his Ph.D. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2022. His research interest covers multi-agent collaboration and intelligent control technology. Corresponding author of this paper.)



熊余 重庆邮电大学研究员. 2014 年获得重庆大学博士学位. 主要研究方向为模式识别与机器学习.

E-mail: [xiongyu@cqupt.edu.cn](mailto:xiongyu@cqupt.edu.cn)

(XIONG Yu Researcher at Chongqing University of Posts and Telecommunications.

He received his Ph.D. degree from Chongqing University in 2014. His research interest covers pattern recognition and machine learning.)



张祖凡 重庆邮电大学教授. 2007 年获得电子科技大学博士学位. 主要研究方向为无线移动通信理论与技术.

E-mail: [zhangzf@cqupt.edu.cn](mailto:zhangzf@cqupt.edu.cn)

(ZHANG Zu-Fan Professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications.

He received his Ph.D. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2007. His research interest covers wireless mobile communication theory and technology.)