

事件触发下多移动机器人抗干扰固定时间预定性能编队

王健安^{1,2} 闫慧娴^{1,2} 张君如^{1,2} 张捷^{1,2} 李明杰^{1,2} 赵志诚^{1,2}

摘要 考虑多移动机器人编队系统存在模型参数不确定、未知扰动和有限通信资源问题, 提出一种固定时间预定性能的事件触发编队控制方法。首先, 设计新的固定时间干扰观测器以精确估计系统的复合扰动。其次, 基于干扰观测器、预定性能函数、反步法和固定时间理论, 并考虑通信资源受限问题, 设计时变阈值事件触发的固定时间预定性能编队控制器, 使得编队误差在固定时间内收敛且满足预定性能要求。所提出的触发机制可减少因控制器和执行器频繁通信造成的网络资源浪费, 且无 Zeno 行为发生。最后, 通过对三个移动机器人进行编队仿真, 验证了所提方法的有效性。

关键词 多移动机器人, 编队控制, 干扰观测器, 预定性能, 固定时间, 事件触发

引用格式 王健安, 闫慧娴, 张君如, 张捷, 李明杰, 赵志诚. 事件触发下多移动机器人抗干扰固定时间预定性能编队. 自动化学报, 2025, 51(7): 1703–1714

DOI 10.16383/j.aas.c230654 **CSTR** 32138.14.j.aas.c230654

Anti-disturbance Fixed-time Prescribed Performance Formation Control of Multi-mobile Robots via Event-triggered Mechanism

WANG Jian-An^{1,2} YAN Hui-Xian^{1,2} ZHANG Jun-Ru^{1,2} ZHANG Jie^{1,2} LI Ming-Jie^{1,2} ZHAO Zhi-Cheng^{1,2}

Abstract This paper deals with the formation control problem of multi-mobile robots subject to uncertain model parameters, unknown disturbances and limited communication resources. An anti-disturbance event-triggered formation control method based on fixed-time prescribed performance is proposed. Firstly, a new fixed-time disturbance observer is designed to estimate the compound disturbance accurately. Then, based on the disturbance observer, prescribed performance function, backstepping method and fixed-time stability theory, an anti-disturbance fixed-time prescribed performance formation controller under time-varying threshold event-triggered mechanism is designed to save limited communication resources. The controller can make the formation errors converge to zero in a fixed setting-time and ensure that the static and dynamic performance satisfy the prescribed performance. The proposed time-varying threshold event-triggered mechanism can effectively reduce the waste of network resources caused by frequent communication between the controller and the actuator, and the Zeno behavior is excluded. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the formation simulation of three mobile robots.

Key words Multi-mobile robot, formation control, disturbance observer, prescribed performance, fixed-time, event-triggered

Citation Wang Jian-An, Yan Hui-Xian, Zhang Jun-Ru, Zhang Jie, Li Ming-Jie, Zhao Zhi-Cheng. Anti-disturbance fixed-time prescribed performance formation control of multi-mobile robots via event-triggered mechanism. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(7): 1703–1714

收稿日期 2023-10-24 录用日期 2025-02-08

Manuscript received October 24, 2023; accepted February 8, 2025

国家自然科学基金(62003077), 山西省科技重大专项“揭榜挂帅”项目(202301020101001, 202201090301013), 山西省重点研发计划(202202100401002, 2022ZDYZF069), 山西省基础研究计划(20210302123210, 202203021222186)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62003077), Major Science and Technology Project of Shanxi Province (202301020101001, 202201090301013), Key Research and Development Program of Shanxi Province (202202100401002, 2022ZDYZF069), and Fundamental Research Program of Shanxi Province (20210302123210, 202203021222186)

本文责任编委 穆朝絮

Recommended by Associate Editor MU Chao-Xu

1. 太原科技大学电子信息工程学院 太原 030024 2. 先进控制与工业智能山西省重点实验室 太原 030024

1. School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024 2. Shanxi

众所周知, 轮式移动机器人具有工作空间不受限、工作环境多样化等优点, 在军事应用和工农业生产中发挥出重要角色, 其编队广泛应用于地理勘测、巡逻侦察、安全救援和运输大型货物等领域中, 引起研究者广泛关注。常见的编队控制方法主要有人工势场法^[1]、基于行为法^[2]、虚拟结构法^[3]和领航–跟随者法^[4–5]。领航–跟随者法是将机器人编队问题转化为跟随机器人对领航机器人的期望距离与角度跟踪问题。这种方法具有控制结构简单、可扩展性好等优势, 因而受到更加广泛的关注。

Key Laboratory of Advanced Control and Industrial Intelligence, Taiyuan 030024

然而, 移动机器人通常会受到外界干扰、模型参数不确定等影响, 其状态观测问题具有一定的挑战性。与神经网络^[6]或模糊逻辑^[7]等不确定性逼近技术相比, 扰动观测器具有计算负担小的优点。文献[8]设计固定时间扰动观测器处理内外部未知干扰, 但观测器中存在符号函数, 会引起抖振现象。文献[9]提出一种自适应超螺旋扰动观测器, 将符号函数隐藏在积分项, 有效抑制了抖振现象, 提高了系统精度。针对复杂环境下的地空协同控制系统, 文献[10]研究一种固定时间扩展状态观测器以估计阵风引起的外部干扰。

另一方面, 目前关于移动机器人编队的研究大都将渐近稳定作为控制目标, 对暂态性能的研究还较少。利用预定性能^[11]思想使多移动机器人能够同时满足暂态性能和稳态性能是一个值得关注的问题。针对多移动机器人编队问题, 文献[12]设计预定性能编队控制器, 但未考虑系统的动力学模型。文献[13]研究具有通信范围约束的多移动机器人编队控制问题, 结合预定性能函数设计分布式自适应编队控制器。针对多移动机器人的非完整约束和不确定非线性动力学问题, 文献[14]提出一种具有预定性能的量化反馈跟踪控制策略。由于传统的预定性能函数收敛时间不确定, 文献[15]进一步提出一种具有固定时间收敛特性的预定性能函数, 以约束跟踪误差的超调量和精度。

值得注意的是, 由于移动机器人的通信能力有限, 传统的周期性时间触发机制会导致不必要的通信资源消耗。事件触发机制^[16-17]根据触发条件进行判断, 满足触发条件才进行操作, 可节约通信资源。针对非完整移动机器人的轨迹跟踪问题, 文献[18]充分利用网络化非完整移动机器人的非完整性, 提出一种事件触发群体控制集成算法, 但未考虑未知扰动和模型参数不确定的影响。为进一步减少触发次数, 文献[19]提出一种离散系统下的动态事件触发机制, 与静态事件触发机制相比, 避免了迭代控制策略更新时的额外资源浪费。针对移动机器人在输入延迟情况下的轨迹跟踪问题, 文献[20]设计一种基于反步法的自适应动态事件触发控制策略, 但未考虑预定性能情况。文献[21]考虑网络攻击或脉冲干扰造成的突然传输, 提出一种根据系统运行阶段动态调整阈值的动态触发方案, 减少传感器输出到观测器之间的冗余传输。目前, 通信资源受限下多移动机器人的抗干扰固定时间预定性能编队控制仍是一个难题。

受上述讨论的启发, 本文针对多移动机器人编队中的模型参数不确定、未知扰动和有限通信资源

等问题, 综合干扰观测器、固定时间控制、预定性能控制及事件触发机制, 提出一种基于固定时间预定性能的事件触发编队控制方法。主要工作如下:

1) 将移动机器人模型参数不确定性和外界扰动作为复合扰动, 设计连续固定时间干扰观测器, 实现对复合扰动的精确估计。与带符号函数项的观测器相比, 本文观测器避免了抖振现象。

2) 为提高编队系统的暂态和稳态性能, 引入一种固定时间收敛的预定性能函数, 对系统误差进行约束, 并结合固定时间观测器和反步法设计领航-跟随编队控制器, 保证系统在固定时间内收敛到原点, 且编队误差在预设的界限内。

3) 引入具有单调递减性质的函数代替常参数, 设计一种新的时变阈值事件触发机制。与相对阈值事件触发机制相比, 减少触发次数, 节约通信资源。

1 问题描述

1.1 非完整移动机器人模型

非完整移动机器人的运动学和动力学方程分别描述如下:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_f \\ w_f \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$M(q)\dot{V}_f + C(q, \dot{q})V_f + F + \tau_d = B\tau \quad (2)$$

其中, $q = [x, y, \theta]^T$ 为机器人姿态向量, (x, y) 表示前轮中点在笛卡尔坐标系中的坐标, θ 为机器人导向角; $V_f = [v_f, w_f]^T$, v_f 和 w_f 分别为移动机器人线速度和角速度。由于轮式移动机器人只能沿其车体纵向和旋转方向移动, 不能直接横向移动, 因此数学上将这种约束表示为 $\dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta = 0$, 即机器人在其侧向方向上的速度分量为零。 $M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I - md^2 \end{bmatrix}$ 为系统惯性矩阵, m 是移动机器人平台质量, I 为机器人平台绕通过参考点的转动惯量, d 是机器人后轴到前部的距离; $C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 是向心力和哥氏力矩阵; $B = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R & -R \end{bmatrix}$ 是仅与轮距 R 和轮半径 r 有关的非奇异矩阵。 τ_d 是未知扰动, F 为表面摩擦, $\tau = [\tau_r, \tau_l]^T$, τ_r 和 τ_l 分别是加在右轮和左轮的力矩。

当考虑机器人系统存在不确定性时, 其动力学方程可以写成

$$\dot{V}_f = E\tau - \mu \quad (3)$$

其中, $E = M^{-1}B$, μ 为系统的复合扰动, 取

$$\mu = M^{-1}(\Delta M \dot{V}_f + \Delta C V_f + F + \tau_d) \quad (4)$$

这里的 ΔM 和 ΔC 分别是系统矩阵 M 和 C 的模型误差, 即考虑不确定因素后的误差.

1.2 领航-跟随者移动机器人编队模型

领航-跟随者编队模型如图 1 所示, L_{lf} , ψ_{lf} 是领航机器人与跟随机器人的实际距离和方位角, 跟随机器人根据预先设定的相对距离和相对方位角跟随领航机器人运动. 根据文献 [6], 移动机器人编队系统的运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{L}_{lf} = v_f \cos \gamma_f - v_l \cos \psi_{lf} + dw_f \sin \gamma_f \\ \dot{\psi}_{lf} = \frac{1}{L_{lf}}(v_l \sin \psi_{lf} - v_f \sin \gamma_f + dw_f \cos \gamma_f - L_{lf} w_l) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\gamma_f = \psi_{lf} + \theta_{lf}$, $\theta_{lf} = \theta_l - \theta_f$, 下标 l 和 f 分别代表领航机器人和跟随机器人.

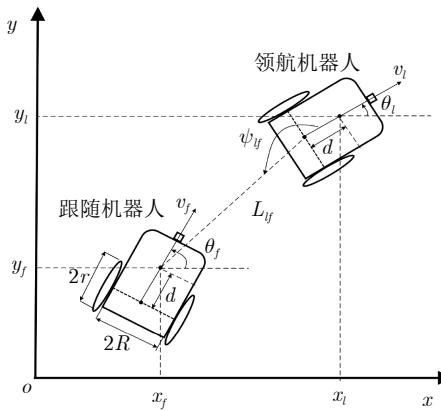


图 1 领航-跟随者编队模型

Fig. 1 The leader-follower formation model

根据式 (5), 领航-跟随者编队模型的状态空间运动学方程为

$$[\dot{L}_{lf}, \dot{\psi}_{lf}]^T = h + GV_f \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} h(L_{lf}, \psi_{lf}, v_l, w_l) &= \\ &\left[-v_l \cos \psi_{lf}, \frac{v_l \sin \psi_{lf} - L_{lf} w_l}{L_{lf}} \right]^T \\ G(L_{lf}, \psi_{lf}, \gamma_f) &= \begin{bmatrix} \cos \gamma_f & d \sin \gamma_f \\ -\frac{\sin \gamma_f}{L_{lf}} & \frac{d \cos \gamma_f}{L_{lf}} \end{bmatrix} \\ V_f &= [v_f, w_f]^T \end{aligned}$$

1.3 假设及相关引理

引理 1^[22]. 如果存在一个连续的径向有界函数 $V : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 满足:

- 1) $V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2) 对于任意的 $x(t)$ 满足不等式

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^\varrho(x) - \beta V^\zeta(x) \quad (7)$$

则系统是全局固定时间稳定的. 式中, $\alpha, \beta > 0$, $\varrho = 1 - \frac{1}{2\kappa}$, $\zeta = 1 + \frac{1}{2\kappa}$, $\kappa > 1$. 其收敛时间 T 有界且独立于系统初始值, 满足不等式

$$T \leq T_{\max} := \frac{\pi\kappa}{\sqrt{\alpha\beta}} \quad (8)$$

引理 2. 如果存在一个连续的径向有界函数 $V : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 满足

- 1) $V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 2) 对于任意的 $x(t)$ 满足不等式

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^\varrho(x) - \beta V^\zeta(x) + \vartheta \quad (9)$$

则系统是实际固定时间稳定的. 式中, $\alpha, \beta > 0$, $\varrho = 1 - \frac{1}{2\kappa}$, $\zeta = 1 + \frac{1}{2\kappa}$, $\kappa > 1$, $\vartheta > 0$, 且存在正常数 ϕ , $0 < \phi < 1$, 使得收敛时间满足

$$T \leq T_{\max} := \frac{\pi\kappa}{\phi\sqrt{\alpha\beta}} \quad (10)$$

系统的残差集为

$$\Omega = \left\{ V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta}{(1-\phi)\alpha} \right)^{\frac{1}{\varrho}}, \left(\frac{\vartheta}{(1-\phi)\beta} \right)^{\frac{1}{\zeta}} \right\} \right\}$$

证明. 引入常数 $0 < \phi < 1$, 使得式 (9) 表示为

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha\phi V^\varrho(x) - (1-\phi)\alpha V^\varrho(x) - \beta V^\zeta(x) + \vartheta \quad (11)$$

或

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^\varrho(x) - \beta\phi V^\zeta(x) - (1-\phi)\beta V^\zeta(x) + \vartheta \quad (12)$$

情况 1. 如果 $V(x) > \left(\frac{\vartheta}{\alpha(1-\phi)} \right)^{\frac{1}{\varrho}}$, 则有

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha\phi V^\varrho(x) - \beta V^\zeta(x) \quad (13)$$

根据引理 1, 可知系统的状态量 x 能在固定时间 T 内收敛到原点附近的邻域内, 收敛残差集满足 $\Omega = \left\{ V(x) \leq \left(\frac{\vartheta}{(1-\phi)\alpha} \right)^{\frac{1}{\varrho}} \right\}$.

情况 2. 如果 $V(x) > \left(\frac{\vartheta}{\beta(1-\phi)} \right)^{\frac{1}{\zeta}}$, 则有

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^\varrho(x) - \beta\phi V^\zeta(x) \quad (14)$$

根据引理 1, 可知系统的状态量 x 能在固定时间 T 内收敛到原点附近的邻域内, 收敛残差集满足 $\Omega = \left\{ V(x) \leq \left(\frac{\vartheta}{(1-\phi)\beta} \right)^{\frac{1}{\zeta}} \right\}$. 结合情况 1 和情况 2, 可

以得到引理 2 的结论. \square

注 1. 引理 2 给出了一个实际固定时间稳定结论, 显然可以覆盖引理 1, 具有更广的应用范围. 与文献 [23] 给出的固定时间引理相比, 引理 2 的收敛时间在表达形式上更为简洁. 与文献 [24] 和文献 [25] 相比, 引理 2 不再将 $V(x)$ 的指数限制为两个正奇数的商, 只需通过调整 κ 就可获得满意的收敛时间.

引理 3^[26]. 若 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M \geq 0$, 则有

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^k \geq \left(\sum_{i=1}^M \varepsilon_i \right)^k, & 0 < k \leq 1 \\ \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^k \geq M^{1-k} \left(\sum_{i=1}^M \varepsilon_i \right)^k, & 1 < k < \infty \end{cases} \quad (15)$$

引理 4^[27]. 对于任意的常数 $\varepsilon > 0$, 有如下不等式成立:

$$0 \leq |x| - x \tanh\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \leq 0.2785\varepsilon \quad (16)$$

假设 1^[28]. 假设复合扰动 μ 满足 $\|\mu\| \leq \rho$, ρ 为扰动最大上界.

假设 2^[28]. 每个机器人的角速度和线速度及其导数有界.

假设 3^[29]. 每个跟随机器人配备一个传感器, 能够测量期望的相对距离和期望的相对方位角.

本文的控制目标是: 对于由运动学方程 (1) 和动力学方程 (2) 组成的多移动机器人系统, 基于领航-跟随者模型, 设计基于时变阈值事件触发策略的抗干扰固定时间预设性能编队控制律, 使跟随机器人能够跟踪虚拟领航机器人的轨迹, 从而实现编队控制目标, 同时保证所有闭环信号达到实际固定时间稳定, 且满足预设的暂态和稳态性能.

2 主要结果

本节首先设计连续固定时间扰动观测器来估计移动机器人的复合扰动; 然后设计基于事件触发的固定时间预定性能编队控制器, 使得多移动机器人系统的编队误差在固定时间内收敛至零, 并且满足预定的性能要求; 最后分析事件触发机制的可行性. 编队跟踪控制框图如图 2 所示.

2.1 固定时间干扰观测器设计

定义变量 $\sigma = V_f - Z$, 辅助变量的动力学描述如下:

$$\dot{Z} = \lambda_1 \sigma^{\alpha_1} + \lambda_2 \sigma^{\beta_1} + \lambda_3 \tanh \sigma + E\tau \quad (17)$$

其中, $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$, $\lambda_3 > \rho$, $0 < \alpha_1 < 1$, $\beta_1 > 1$.

对变量 σ 求导, 结合式 (3) 和式 (17), 可得:

$$\dot{\sigma} = -\mu - \lambda_1 \sigma^{\alpha_1} - \lambda_2 \sigma^{\beta_1} - \lambda_3 \tanh \sigma \quad (18)$$

为了使 σ 能够在固定时间内收敛, 构造复合扰动估计 $\hat{\mu}$:

$$\hat{\mu} = \lambda_1 \sigma^{\alpha_1} + \lambda_2 \sigma^{\beta_1} + \lambda_3 \tanh \sigma \quad (19)$$

定义观测误差为 $\tilde{\mu} = \mu - \hat{\mu}$, 结合式 (17) 和式 (18) 可得

$$\tilde{\mu} = \dot{V}_f - \dot{Z} = \dot{\sigma} \quad (20)$$

由上式可知, 若 $\dot{\sigma}$ 收敛, 则 $\tilde{\mu}$ 收敛.

定理 1. 考虑移动机器人系统 (1) 和 (2), 在满足假设 1~3 的条件下, 设计连续固定时间干扰观测器 (19), 可以保证观测误差在固定时间内收敛到原点附近区域.

证明. 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_d = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (21)$$

对式 (21) 求导, 结合引理 3, 有:

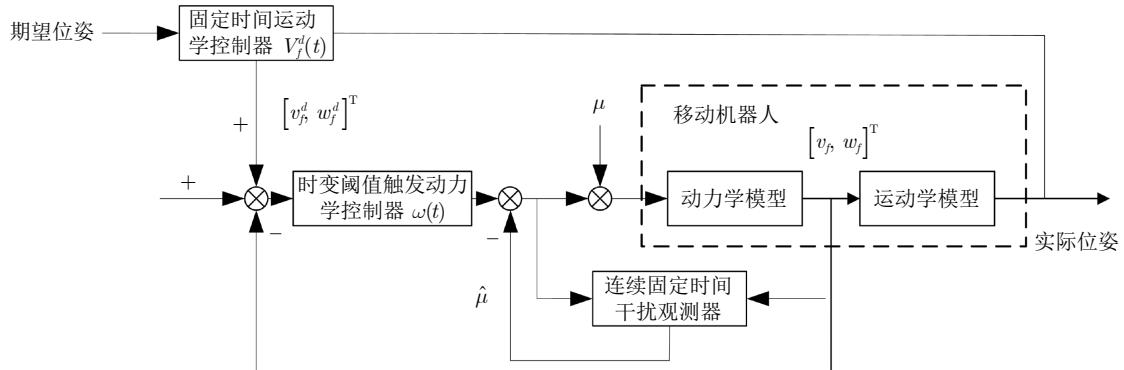


图 2 编队跟踪控制示意图

Fig.2 The formation tracking control diagram

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= \sigma^T (-\mu - \lambda_1 \sigma^{\alpha_1} - \lambda_2 \sigma^{\beta_1} - \lambda_3 \tanh \sigma) \leq \\ &\quad 0.557 \lambda_3 - \lambda_1 (\sigma^T \sigma)^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - 2^{\frac{1-\beta_1}{2}} \lambda_2 (\sigma^T \sigma)^{\frac{\beta_1+1}{2}} - \\ &\quad (\lambda_3 - \rho) \|\sigma\| \leq \\ &\quad 0.557 \lambda_3 - \lambda_1 2^{\frac{\alpha_1+1}{2}} V_d^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - 2 \lambda_2 V_d^{\frac{\beta_1+1}{2}} \leq \\ &\quad - A V_d^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - B V_d^{\frac{\beta_1+1}{2}} + \vartheta_1 \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $A = \lambda_1 2^{\frac{\alpha_1+1}{2}}$, $B = 2 \lambda_2$, $\vartheta_1 = 0.557 \lambda_3$. 令 $\frac{\alpha_1+1}{2} = 1 - \frac{1}{2\kappa_1}$, $\frac{\beta_1+1}{2} = 1 + \frac{1}{2\kappa_1}$, $\kappa_1 = \frac{2}{\beta_1 - \alpha_1}$. 根据引理 2 可知系统 (22) 固定时间收敛, 且存在正常数 ϕ_1 , $0 < \phi_1 < 1$, 使收敛时间为 $T_d \leq \frac{\pi\kappa_1}{\phi_1\sqrt{AB}}$. \square

注 2. 与文献 [8] 的扰动观测器相比, 本文设计的固定时间扰动观测器 (19), 用连续 \tanh 函数代替分段跳跃的符号函数, 避免了符号函数导致的抖振现象, 确保观测误差能在固定时间收敛到一个小范围. 同时, 所设计固定时间观测器与一般的观测器相比, 收敛时间上界取决于设计参数, 与系统初值无关.

2.2 事件触发机制下预定性能编队控制器设计

首先, 考虑如下的系统误差预定性能约束

$$-\eta_i(t) < e_i(t) < \eta_i(t) \quad (23)$$

其中, $e_i(t)$ 代表系统的跟踪误差, $\eta_i(t)$ 是一个有界且严格单调递减的性能函数, 满足:

$$\eta_i(t) = (\eta_{i0} - \eta_{i\infty}) e^{-\xi_i t} + \eta_{i\infty} \quad (24)$$

其中, $\eta_{i0} = \eta_i(0) > 0$, $\eta_{i\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_i(t) > 0$, 正常数 ξ_i 代表指数收敛率, 进而反映了系统的收敛速度. 此外, $\eta_i(0)$ 满足 $-\eta_i(0) < e_i(0) < \eta_i(0)$. 传统的预定性能函数 (PPF) 的第一个限制是仅当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 才达到 $\eta_{i\infty}$, 这意味着不知道确切的收敛时间; 第二个限制是 ξ_i 的选择, 在实际中很难确定. 为克服这两个缺点, 受文献 [15] 的启发, 设计如下在固定时间内收敛到 $\eta_{i\infty}$ 的 PPF:

$$\begin{cases} \eta_i(0) = \eta_{i0} \\ \dot{\eta}_i(t) = -a_i \text{sig}^{m_i}(\eta_i(t) - \eta_{i\infty}) - \\ b_i \text{sig}^{n_i}(\eta_i(t) - \eta_{i\infty}) \end{cases} \quad (25)$$

其中, $a_i > 0$, $b_i > 0$, $0 < m_i < 1$, $n_i > 1$, $\text{sig}^{m_i}(\cdot) = |\cdot|^{m_i} \text{sign}(\cdot)$.

注 3. 由文献 [15] 和引理 1 可知, 当选取参数 $m_i = 1 - \frac{1}{\kappa}$, $n_i = 1 + \frac{1}{\kappa}$ 时, 该 PPF 的收敛时间上界为 $T_{\text{PPF}} = \frac{\pi\kappa}{\sqrt{a_i 2^{\frac{m_i+1}{2}}} \sqrt{b_i 2^{\frac{n_i+1}{2}}}}$. 与文献 [13] 的指数渐近收敛预定性能函数相比, 本文采用具有固定时间收敛的预定性能函数 (25), 不仅解决了传统预定性能函数收敛时间未知的问题, 而且可以根据实际

需要调整参数 a_i , b_i , m_i , n_i 来设定收敛时间.

为使跟踪误差满足预定性能, 做如下误差变换

$$e_i(t) = \eta_i(t) z_i(t) \quad (26)$$

由式 (23) 可知, 若 $\|z_i(t)\| < 1$, 则式 (26) 的约束成立. z_i 的导数为

$$\dot{z}_i(t) = r_i \left(\dot{\eta}_i(t) - \frac{e_i(t) \dot{\eta}_i(t)}{\eta_i(t)} \right) \quad (27)$$

式中, $r_i = 1/\eta_i(t)$.

步骤 1. 运动学控制器设计

对于编队运动学系统 (6), 由于 $\det G = d/L_{lf}$, 所以 G^{-1} 存在. 为了使跟随机器人与领航机器人保持期望的距离 L_{lf}^d 和方位角 ψ_{lf}^d , 设计运动学控制器使编队跟踪误差 $e_1(t) = [L_{lf} - L_{lf}^d, \psi_{lf} - \psi_{lf}^d]^T$ 在满足预定性能的同时实现固定时间内收敛. 选取如下的 PPF:

$$\begin{cases} \eta_1(0) = \eta_{10} \\ \dot{\eta}_1(t) = -a_1 \text{sig}^{m_1}(\eta_1(t) - \eta_{1\infty}) - \\ b_1 \text{sig}^{n_1}(\eta_1(t) - \eta_{1\infty}) \end{cases} \quad (28)$$

根据式 (26), 做如下误差变换

$$z_1(t) = \frac{e_1(t)}{\eta_1(t)} \quad (29)$$

对式 (29) 求导并结合式 (6) 得

$$\dot{z}_1(t) = r_1 \left(h + GV_f^d(t) - \frac{e_1(t) \dot{\eta}_1(t)}{\eta_1(t)} \right) \quad (30)$$

式中, $r_1 = 1/\eta_1(t)$; V_f^d 为待设计的运动学控制器, 由移动机器人的线速度控制分量 v_f^d 和角速度控制分量 w_f^d 构成.

设计如下运动学控制器

$$V_f^d = G^{-1} \left(\frac{-k_1 z_1^{\alpha_2}(t) - k_2 z_1^{\beta_2}(t)}{r_1} - h + \frac{e_1 \dot{\eta}_1(t)}{\eta_1(t)} \right) \quad (31)$$

式中, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $0 < \alpha_2 < 1$, $\beta_2 > 1$. 将式 (31) 代入式 (30), 得:

$$\dot{z}_1(t) = -k_1 z_1^{\alpha_2}(t) - k_2 z_1^{\beta_2}(t) \quad (32)$$

为验证 $z_1(t)$ 的收敛性, 选取 Lyapunov 函数为

$$V_1(t) = \frac{1}{2} z_1^T(t) z_1(t) \quad (33)$$

对式 (33) 求导, 结合式 (32) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= z_1^T(t) \left(-k_1 z_1^{\alpha_2}(t) - k_2 z_1^{\beta_2}(t) \right) \leq \\ &\quad - 2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} k_1 V_1^{\frac{\alpha_2+1}{2}}(t) - 2 k_2 V_1^{\frac{\beta_2+1}{2}}(t) \end{aligned} \quad (34)$$

根据引理 1 可知 $z_1(t)$ 是固定时间稳定的.

步骤 2. 时变阈值事件触发固定时间预定性能编队控制器设计

针对动力学系统 (3), 对速度跟踪误差 $e_2(t) = V_f(t) - V_f^d(t)$ 做误差变换, 结合反步法、固定时间和事件触发机制设计预定性能编队控制器.

选取如下 PPF:

$$\begin{cases} \eta_2(0) = \eta_{20} \\ \dot{\eta}_2(t) = -a_2 \text{sig}^{m_2}(\eta_2(t) - \eta_{2\infty}) - b_2 \text{sig}^{n_2}(\eta_2(t) - \eta_{2\infty}) \end{cases} \quad (35)$$

做如下误差变换

$$z_2(t) = \frac{e_2(t)}{\eta_2(t)} \quad (36)$$

对式 (36) 求导并结合式 (3), 得:

$$\dot{z}_2(t) = r_2 \left(E\tau_f(t) - \mu - \dot{V}_f^d(t) - \frac{e_2(t)\dot{\eta}_2(t)}{\eta_2(t)} \right) \quad (37)$$

其中, $r_2 = 1/\eta_2(t)$, $\tau_f(t)$ 为待设计的力矩控制输入.

设计如下事件触发机制:

$$\tau_f(t) = \omega(t_k), t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (38)$$

$$t_{k+1} = \inf \{t \in \mathbf{R} \mid |e(t)| \geq \Delta(t) |\tau_f(t)| + \Theta(t)\} \quad (39)$$

其中, $\Delta(t) = e^{-\gamma t}$, $\Theta(t) = \frac{l_1}{l_2 + l_3 t^\nu} + \xi$, $\gamma > 0$, $l_1, l_2, l_3, \nu, \xi > 0$, \inf 表示下确界, $e(t) = \omega(t) - \tau_f(t)$ 表示测量误差, t_k 表示编队控制器的更新时刻, 即每当式 (39) 中的条件被触发时, 时间将标记为 t_{k+1} , 事件触发控制器被触发更新为 $\tau_f(t_{k+1})$. 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, 控制器 $\omega(t_k)$ 保持不变.

由式 (39) 可知, 在区间 $[t_k, t_{k+1})$ 上, 触发条件可等价为如下形式:

$$\tau_f(t) = \frac{\omega(t)}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} - \frac{\chi_2(t)\Theta(t)}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} \quad (40)$$

其中, $\chi_i(t)$ 是时变参数, $i = 1, 2$, 满足 $|\chi_i(t)| \leq 1$.

设计如下基于时变阈值策略的控制器 $\omega(t)$:

$$\omega(t) = -(1 + \Delta(t)) \left(\Xi_f \tanh \left(\frac{z_2^T r_2 E \Xi_f}{\varepsilon} \right) + \bar{l} \tanh \left(\frac{z_2^T r_2 E \bar{l}}{\varepsilon} \right) \right) \quad (41)$$

其中, $\varepsilon > 0$, $\bar{l} > \frac{\Theta(t)}{1 - \Delta(t)}$, Ξ_f 见式 (48).

为验证 $z_2(t)$ 的收敛性, 选取 Lyapunov 函数为

$$V_2(t) = \frac{1}{2} z_2^T(t) z_2(t) \quad (42)$$

对 $V_2(t)$ 求导, 并结合式 (37) 和式 (40), 可得

$$\dot{V}_2(t) =$$

$$\begin{aligned} & z_2^T(t) \left(r_2 \left(E\tau_f(t) - \mu - \dot{V}_f^d(t) - \frac{e_2(t)\dot{\eta}_2(t)}{\eta_2(t)} \right) \right) = \\ & z_2^T(t) \left(r_2 \left(E \left(\frac{\omega(t)}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} - \frac{\chi_2(t)\Theta(t)}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. \mu - \dot{V}_f^d(t) - \frac{e_2(t)\dot{\eta}_2(t)}{\eta_2(t)} \right) \right) \end{aligned} \quad (43)$$

根据文献 [27] 可知, 对于任意给定的 $\rho_1 \in \mathbf{R}^n$, 存在 $\varepsilon > 0$, 有

$$\rho_1 \tanh \left(\frac{\rho_1}{\varepsilon} \right) = |\rho_1| \times \left| \tanh \left(\frac{\rho_1}{\varepsilon} \right) \right| \geq 0 \quad (44)$$

成立. 结合式 (41), 则有 $z_2^T(t)\omega(t) \leq 0$, 进而有

$$\begin{cases} \frac{z_2^T \omega}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} \leq \frac{z_2^T \omega}{1 + \Delta(t)} \\ \left| -\frac{z_2^T \chi_2(t)r_2 E \Theta(t)}{1 + \chi_1(t)\Delta(t)} \right| \leq \left| \frac{z_2^T r_2 E \Theta(t)}{1 - \Delta(t)} \right| \end{cases} \quad (45)$$

由于双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 有如下性质

$$0 \leq |\rho_1| - \rho_1 \tanh \left(\frac{\rho_1}{\varepsilon} \right) \leq 0.2785\varepsilon \quad (46)$$

结合式 (45) 和式 (46), 有下式成立

$$\begin{aligned} z_2^T(t)r_2 E \tau_f & \leq z_2^T(t)r_2 E \left[\begin{array}{l} -\Xi_f \tanh \left(\frac{z_2^T r_2 E \Xi_f}{\varepsilon} \right) \\ -\bar{l} \tanh \left(\frac{z_2^T r_2 E \bar{l}}{\varepsilon} \right) \end{array} \right] + \\ & \left| \frac{z_2 r_2 E \Theta(t)}{1 - \Delta(t)} \right| \leq 1.114\varepsilon + z_2^T r_2 E \Xi_f \end{aligned} \quad (47)$$

将 Ξ_f 设计如下

$$\Xi_f = E^{-1} \left(\frac{-k_3 z_2^{\alpha_3}(t) - k_4 z_2^{\beta_3}(t)}{r_2} + \hat{\mu} + \dot{V}_f^d + \frac{e_2(t)\dot{\eta}_2(t)}{\eta_2(t)} \right) \quad (48)$$

其中, $k_3 > 0$, $k_4 > 0$, $0 < \alpha_3 < 1$, $\beta_3 > 0$.

将式 (47) 和式 (48) 代入式 (43) 可得

$$\dot{V}_2(t) \leq z_2^T \left(-k_3 z_2^{\alpha_3}(t) - k_4 z_2^{\beta_3}(t) \right) - \frac{1}{2} \tilde{\mu}^2 + 1.114\varepsilon \quad (49)$$

由定理 1 可知, $\forall t \geq T_d$ 有 $\sigma = 0$, 所以 $\tilde{\mu} = 0$, 式 (49) 化简为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) & \leq z_2^T(t) \left(-k_3 z_2^{\alpha_3}(t) - k_4 z_2^{\beta_3}(t) \right) + 1.114\varepsilon \leq \\ & \vartheta - 2^{\frac{\alpha_3+1}{2}} k_3 V_2^{\frac{\alpha_3+1}{2}}(t) - 2k_4 V_2^{\frac{\beta_3+1}{2}}(t) \end{aligned} \quad (50)$$

其中, $\vartheta = 1.114\varepsilon$. 由引理 2 得 $z_2(t)$ 固定时间稳定.

注 4. 文献 [17] 采用相对阈值事件触发机制来减轻通信负担, 其触发条件中参数 Δ 和 Θ 均为常数, 增大 Δ 和 Θ 会使得触发阈值增大, 减少触发次数. 本文引入两个单调递减的时变函数 $\Delta(t)$ 和 $\Theta(t)$ 取代常参数, 随着时间变化, 事件触发阈值会逐渐减小, 但由于 ξ 的存在, 控制器不会无限次更新. 第 3 节的数值仿真将说明该触发机制的有效性. 另外, 动态事件触发机制中的阈值能根据系统实时数据变化自动调整, 具有较优异的控制性能, 基于动态事件触发的固定时间预定性能编队是下一步的研究方向.

定理 2. 考虑模型参数不确定、外部干扰和通信资源有限的移动机器人系统 (1) 和 (2), 在满足假设 1~3 下, 设计连续固定时间干扰观测器 (19)、运动学控制器 (31) 和动力学控制器 (41), 则:

1) 编队控制系统所有信号均有界且满足预定性能约束;

2) 编队控制系统的跟踪误差在固定时间内收敛于原点的任意小的邻域内.

证明. 构造如下 Lyapunov 函数

$$V_3(t) = \frac{1}{2}z_1^T(t)z_1(t) + \frac{1}{2}z_2^T(t)z_2(t) \quad (51)$$

结合式 (34) 和式 (50), 对式 (51) 求导, 得:

$$\dot{V}_3(t) \leq -\tilde{A}V_3^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - \tilde{B}V_3^{\frac{\beta+1}{2}}(t) + \vartheta \quad (52)$$

式中, $0 < \alpha = \alpha_2 = \alpha_3 < 1$, $\beta = \beta_2 = \beta_3 > 1$, $\tilde{A} = \min\{2^{\frac{\alpha+1}{2}}k_1, 2^{\frac{\alpha+1}{2}}k_3\}$, $\tilde{B} = \min\{2k_2, 2k_4\}$. 令 $\frac{\alpha+1}{2} = 1 - \frac{1}{2\kappa}$, $\frac{\beta+1}{2} = 1 + \frac{1}{2\kappa}$, $\kappa = \frac{2}{\beta-\alpha}$.

1) 利用平方根公式, 式 (52) 可写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leq & -\tilde{A}V_3^{\frac{\alpha+1}{2}}(t) - \tilde{B}V_3^{\frac{\beta+1}{2}}(t) + \vartheta \leq \\ & -2\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}V_3(t) + \vartheta \end{aligned} \quad (53)$$

这意味着

$$V_3(t) \leq \left(V_3(0) - \frac{\vartheta}{2\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}}\right) \exp(-2\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}t) + \frac{\vartheta}{2\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}} \quad (54)$$

因此, 闭环系统中的所有信号均有界. 从 $z_i(t)$ 有界可以知道, 所定义的跟踪误差 e_i 在预定性能约束范围内.

2) 根据引理 2 可知, 存在常数 $0 < \Gamma < 1$, 系统在固定时间内稳定, 且收敛时间为

$$T_c \leq T_{\max} := \frac{\pi\kappa}{\Gamma\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}} \quad (55)$$

编队控制系统在 T_c 内稳定到区域

$$\Omega_1 = \left\{ V_3 \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta}{(1-\Gamma)\tilde{A}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{\vartheta}{(1-\Gamma)\tilde{B}} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \right\}$$

因此, 跟踪误差 e_i 在固定时间 T_c 内收敛到原点任意小邻域内. \square

注 5. 通过误差变换, 把跟踪误差 $e_i(t)$ 的预定性能控制问题转换为 $z_i(t)$ 的稳定性问题. 只要确保 $z_i(t)$ 有界且 $\eta_{i0} > e_i(0)$, $e_i(t)$ 最终满足固定时间预定性能的要求.

注 6. 系统的收敛时间上界为 $T_{\max} = \frac{\pi\kappa}{\Gamma\sqrt{\tilde{A}\tilde{B}}}$, 即系统在 T_{\max} 内收敛到区域 Ω_1 . 其中参数 $0 < \Gamma < 1$ 用于权衡收敛时间和收敛残差集. 该固定时间可以由设计参数决定, 而与系统的初始状态无关. 对于初始误差较大的情况, 在固定时间收敛下则需要更大的控制量, 而实际应用场景中移动机器人左右轮力矩有限, 因此输入饱和下的多移动机器人编队控制是下一步的研究方向. 此外, 本文设计参数较多, 参数的优化问题也是未来的研究重点.

2.3 可行性分析

Zeno 行为的发生会导致控制器在有限时间内进行无限次的更新, 这在实际中是无法容忍的, 因此排除 Zeno 行为对于验证所提事件触发算法的可行性至关重要. 若任意两次触发间隔 $\{t_{k+1} - t_k, k \in \mathbb{N}\}$ 都存在绝对正的下界, 则可说明事件触发过程无 Zeno 行为. 结合测量误差定义, 有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|e(t)\| \leq & \frac{d}{dt}(e(t) \times e(t))^{\frac{1}{2}} = \\ & \text{sign}(e(t))\dot{e}(t) \leq \|\dot{\omega}(t)\| \end{aligned} \quad (56)$$

其中, $\dot{\omega}(t)$ 是 $\omega(t)$ 的导数. 由于系统中的所有信号都是有界的, 所以必然存在一个常数 ϖ 使得 $\|\dot{\omega}(t)\| \leq \varpi$. 由初始条件 $e_i(t_k) = 0$ 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \Delta(t)|\tau_f(t)| + \Theta(t)$. 因此, 必存在一个时间间隔 T 满足 $T \geq \frac{\Delta(t)|\tau_f(t)| + \Theta(t)}{\varpi}$, 即事件触发间隔存在一个大于 0 的下界, 编队过程中不会发生 Zeno 行为.

注 7. 本文引入预定性能函数并结合固定时间观测器和反步法设计领航-跟随编队控制器, 构建基于单调递减时变参数的触发机制, 确保整个闭环系统为实际固定时间稳定, 且事件触发控制过程无 Zeno 行为, 保证控制器设计的合理性.

3 数值仿真

选取 3 个移动机器人进行仿真验证, leader 为领航机器人, follower1 和 follower2 分别为跟随机器人 1 和跟随机器人 2.

3.1 仿真条件

假设所有的移动机器人具有相同的物理参数, 即负载变化、摩擦、外加扰动等不确定性均相同. 移

动机器人的模型参数为: $R = 0.15$ m, $d = 0.25$ m, $I = 2.5$ kg·m², $r = 0.05$ m, $m = 4$ kg. 观测器参数为: $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 8$, $\lambda_3 = 5$, $\alpha_1 = 0.67$, $\beta_1 = 1.33$, $\kappa_1 = 3$. 控制器参数为: $k_1 = 2$, $k_2 = 1.9$, $k_3 = 2.1$, $k_4 = 1.9$, $\gamma = 0.5$, $l_1 = 1$, $l_2 = 5$, $l_3 = 0.025$, $\xi = 0.05$, $\nu = 1.5$, $\bar{l} = 3.5$, $\varepsilon = 0.5$, $\alpha = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.67$, $\beta = \beta_2 = \beta_3 = 1.33$, $\kappa = 3$. 预定性能函数参数为: $\eta_1(0) = 2$, $\eta_1(\infty) = 0.01$, $\eta_2(0) = 10$, $\eta_2(\infty) = 0.01$, $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 1$, $m_1 = m_2 = 0.67$, $n_1 = n_2 = 1.33$.

假设 follower1 与 leader 之间的 L_{lf}^d 和 ψ_{lf}^d 分别为 3 和 $5\pi/6$, follower2 与 leader 之间的 L_{lf}^d 和 ψ_{lf}^d 分别为 3 和 $-5\pi/6$, 显然期望出现三角形跟踪. 移动机器人的未知扰动和摩擦力为:

$$\tau_d = [1.5 \sin t - 1.5 \sin 2t, 1.5 \sin t - 1]^T$$

$$F = [0.01 \text{sign} v + 0.1v, 0.01 \text{sign} w + 0.3w]^T$$

系统的初始条件如表 1 所示. 其中 q_1 和 v_1 为第一组初始状态的位姿向量和速度向量, q_2 和 v_2 为第二组初始状态的位姿向量和速度向量. 位姿向量中三个元素的单位分别为 m, m, rad, 速度向量中两个元素的单位分别为 m/s, m/s.

表 1 移动机器人的初始状态

Table 1 The initial states of the mobile robots

状态	leader	follower1	follower2
$q_1(0)$	$[3, 4, \pi/6]^T$	$[0, 5, -\pi/6]^T$	$[2, 0, \pi/3]^T$
$v_1(0)$	$[2, 0]^T$	$[2, 0]^T$	$[2, 0]^T$
$q_2(0)$	$[0, 0, \pi/6]^T$	$[-9, 3, -\pi/6]^T$	$[-1, 0, \pi/6]^T$
$v_2(0)$	$[2, 0]^T$	$[0, 0]^T$	$[0, 0]^T$

3.2 仿真结果

仿真 1. 根据本文方法在第一组初始状态下进行仿真. 图 3 为移动机器人的编队运动轨迹, 跟随机器人可以在安全距离内跟踪上领航机器人, 实现三角形编队控制目标.

图 4(a) 和图 4(b) 分别为位姿跟踪误差和速度跟踪误差, 可以看出所设计的编队控制器在存在不确定性和干扰的情况下, 误差收敛到原点的小邻域, 且误差均在预设的性能约束范围内. 同时根据注 6 可知, 当 $\Gamma = 0.7$ 时, 系统的固定时间收敛上界为 $T_{\max} \approx \frac{3\pi}{0.7\sqrt{3.56 \times 3.8}} \approx 3.66$ s. 由图 4 可以看出设定时间 T_{\max} 是对上界保守的估计.

图 5(a) 和图 5(b) 分别为预定性能参数由 $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 1$ 改为 $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 0.33$ 的位姿跟踪误差和速度跟踪误差, 可以看出改变预

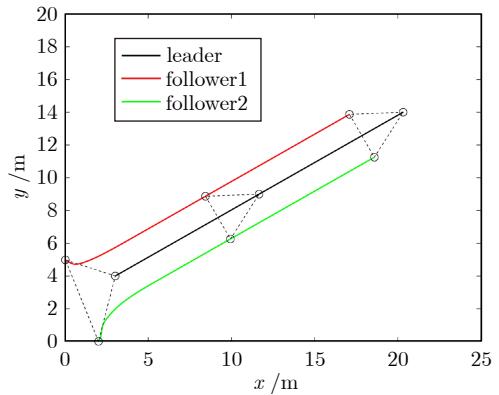


图 3 编队运动轨迹图

Fig.3 Formation motion trajectory diagram

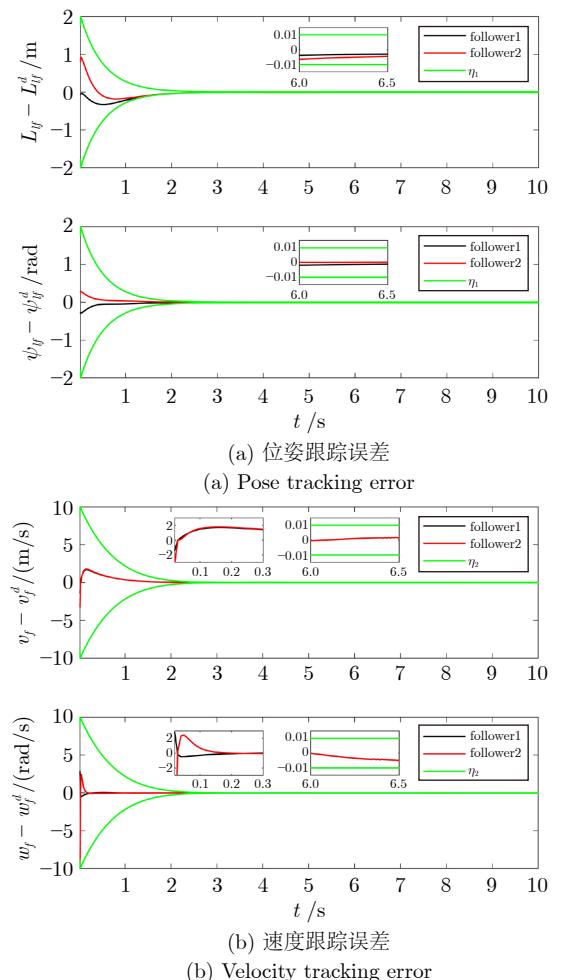


图 4 跟踪误差曲线

Fig.4 Tracking error curves

定性能参数后, 预定性能函数变得更加平缓且收敛时间更长, 系统误差的收敛时间也相应增大. 根据注 3 中的性能函数收敛时间上界表达式, 上述参数变小为原来的 $1/3$ 倍, 收敛时间应增大 3 倍, 与仿真结果符合, 此时预定性能函数的收敛时间上界为

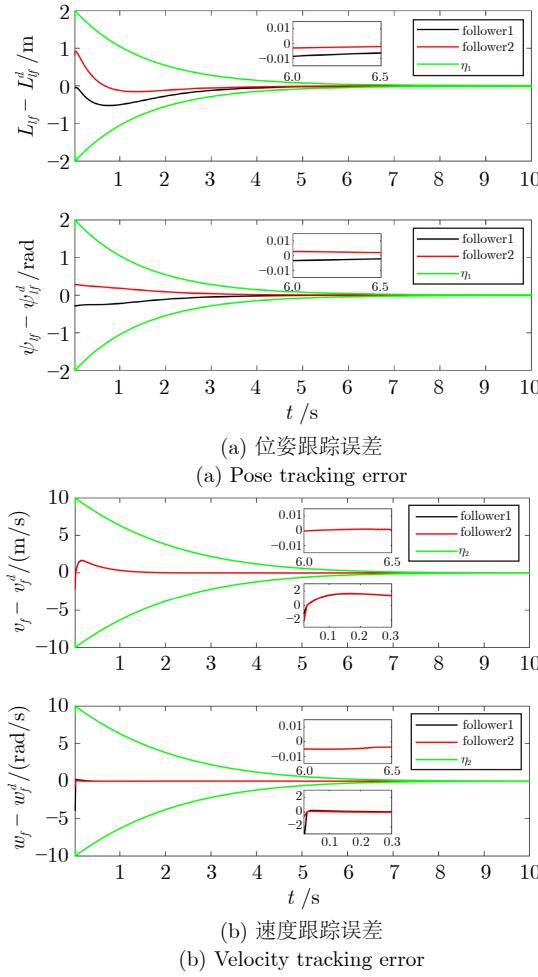


图 5 不同预定性能参数下的跟踪误差对比

Fig.5 Comparison of tracking errors under different prescribed performance parameters

$$T_{PPF} = \frac{3\pi}{0.33\sqrt{2^{0.83} \times 2^{1.78}}} \approx 11.09 \text{ s.}$$

图 6(a) 和 图 6(b) 分别为表 1 中第二组初始状态的位姿跟踪误差和速度跟踪误差。由图 4 和 图 6 可知，在控制器参数相同的情况下，虽然两组初始状态不同，但系统的收敛时间相同，可以很好地印证固定时间稳定的结论。

图 7 为复合扰动及干扰观测器观测曲线，观测器能够准确地估计复合扰动。图 8 给出本文与文献 [8] 的扰动观测误差对比，文献 [8] 的干扰观测器由于存在符号函数导致抖振现象，而本文方法不存在抖振现象，且波动幅度小于文献 [8]，说明了所设计连续干扰观测器的有效性和优越性。

仿真 2. 为说明本文提出的时变事件触发机制能够更好地减少通信资源的浪费，将其与文献 [17] 的相对阈值事件触发机制进行对比。图 9(a) 和 图 9(b) 分别为时变事件触发和相对阈值事件触发的控制力矩图，可以看出事件触发下控制力矩的输出呈阶梯

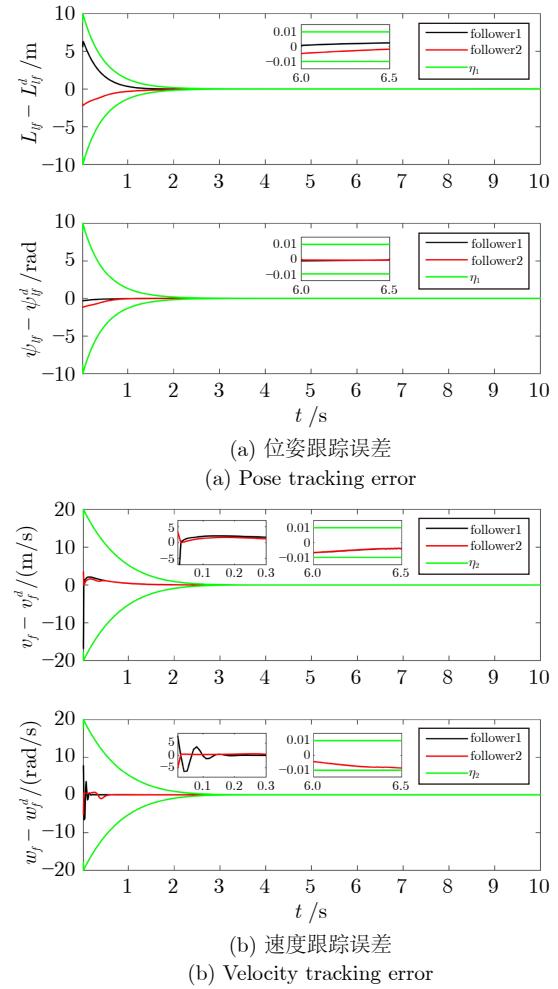


图 6 不同初始状态下的跟踪误差对比

Fig.6 Comparison of tracking errors under different initial states

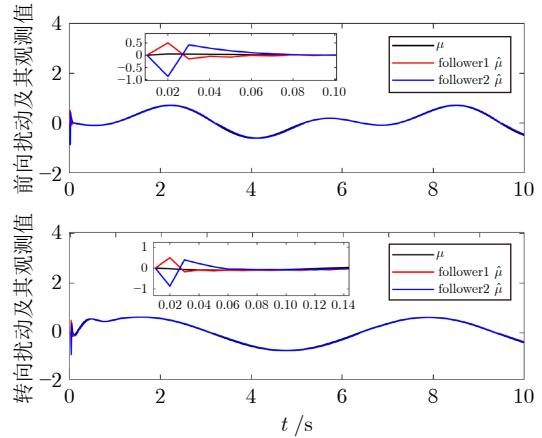


图 7 复合扰动及其估计值

Fig.7 The compound disturbance and its estimated value

状，表明控制器并不是实时更新的。

图 10(a) 和 图 10(b) 是多移动机器人系统在 10 s

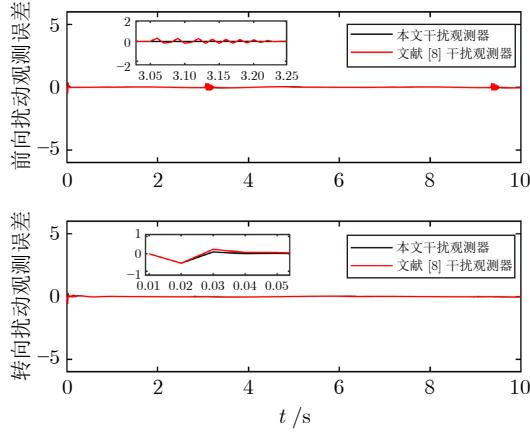


图 8 扰动观测误差对比

Fig.8 Comparison of perturbation observation errors

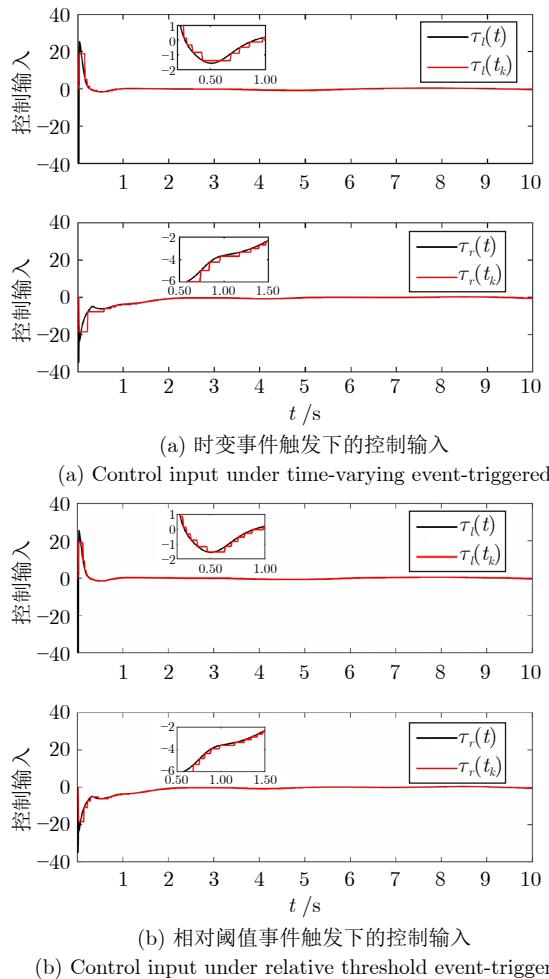
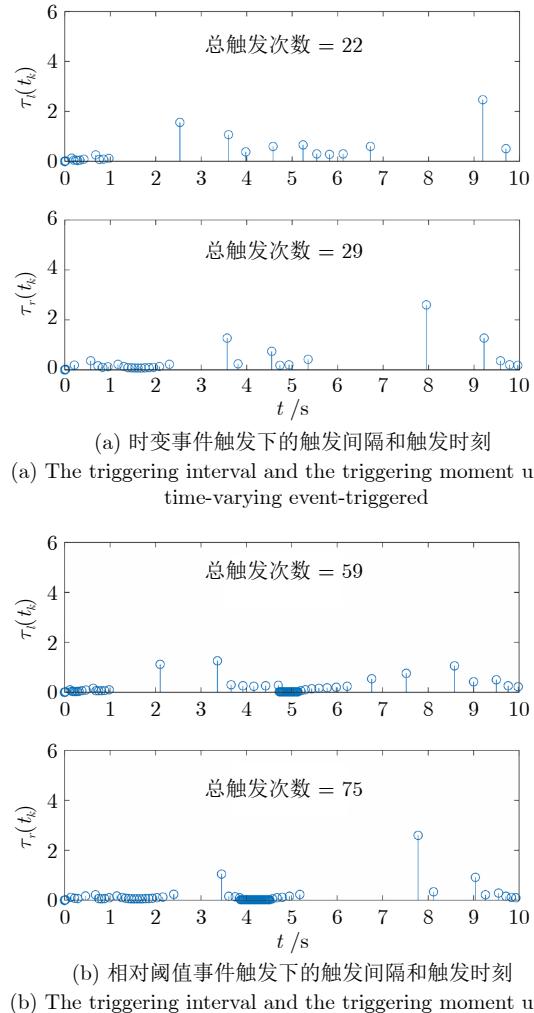


图 9 事件触发控制输入对比

Fig.9 Comparison of event-triggered control inputs

内控制器的每次更新时刻和时间间隔。在时间触发采样情况下, 控制力矩需要每 0.01 s 更新一次, 共需更新 1000 次。而本文事件触发算法的触发次数分别为 22 次和 29 次, 约减少 97% 的通信资源;

图 10 不同事件触发机制的触发间隔和触发时刻对比
Fig.10 Comparison of triggering intervals and triggering moments for different event-triggered mechanisms

文献 [17] 的触发次数分别为 59 次和 75 次, 约减少 93% 的通信资源, 显然本文提出的事件触发机制效果优于文献 [17] 提出的相对阈值事件触发机制。

仿真 3. 为更好地说明引入预定性能函数的有效性和可行性, 设 follower1 的初始位姿向量和初始速度向量分别为 $[0, 7, 0]^T$ 和 $[2, 0]^T$, 在仿真 1 的参数设置下, 对本文的预定性能控制 (PPC) 方法和文献 [30] 的无预定性能控制 (NPPC) 方法进行对比, 仿真结果如图 11 所示。

图 11(a) 和图 11(b) 分别为位姿跟踪误差和速度跟踪误差对比, 绿色线为预设误差边界。由图 11(a) 可以看出, PPC 方法将位姿跟踪误差约束到预定性能函数边界内, 在 2 s 左右就达到了收敛, 而 NPPC 方法则收敛时间更加漫长。此外, 根据 9.5 s ~ 10 s 的误差跟踪曲线可以看出, 本文所提出的 PPC 方法的稳态性能好于 NPPC 方法。

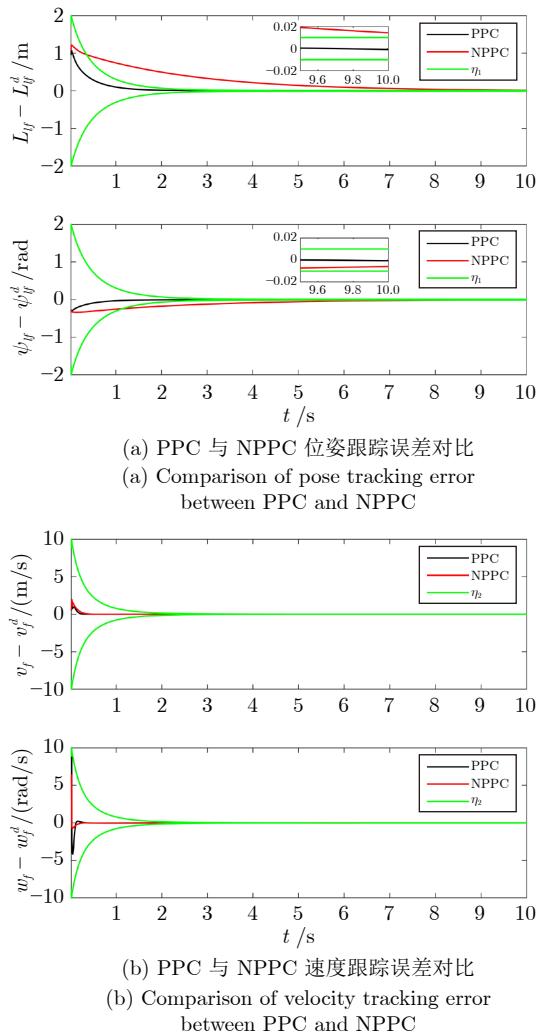


图 11 PPC 与 NPPC 跟踪误差对比

Fig.11 Comparison of tracking error between
PPC and NPPC

4 结论

本文提出一种抗干扰固定时间预定性能的事件触发编队控制方法, 实现对具有模型不确定性、未知扰动和有限通信资源的多移动机器人编队控制。设计连续固定时间干扰观测器以实时逼近系统复合扰动。引入预定性能函数, 设计基于时变事件触发机制的固定时间编队控制器, 使得系统跟踪误差固定时间收敛且满足预定性能。该方法不仅改善了系统的暂态和稳态性能, 而且减少了通信资源的浪费。

References

- 1 Nair R R, Behera L, Kumar V, Jamshidi M. Multisatellite formation control for remote sensing applications using artificial potential field and adaptive fuzzy sliding mode control. *IEEE Systems Journal*, 2015, **9**(2): 508–518
- 2 Lee G, Chwa D. Decentralized behavior-based formation control of multiple robots considering obstacle avoidance. *Intelligent Service Robotics*, 2018, **11**(1): 127–138
- 3 Mehrjerdi H, Ghommam J, Saad M. Nonlinear coordination control for a group of mobile robots using a virtual structure. *Mechtronics*, 2011, **21**(7): 1147–1155
- 4 Ding T F, Ge M F, Xiong C, Liu Z W, Ling G. Prescribed-time formation tracking of second-order multi-agent networks with directed graphs. *Automatica*, 2023, **152**: Article No. 110997
- 5 Cui L, Liang S, Yang H, Zuo Z. Formation tracking control for an air-ground system under position deviations and wind disturbances. *Journal of Field Robotics*, 2024, **41**(3): 624–638
- 6 Li Yan-Dong, Zhu Ling, Guo Yuan, Yu Ying. Radial basis function neural network-based multivariable fixed-time formation control of mobile robots. *Information and Control*, 2019, **48**(6): 649–657
(李艳东, 朱玲, 郭媛, 于颖. 基于径向基函数神经网络的移动机器人多变量固定时间编队控制. 信息与控制, 2019, **48**(6): 649–657)
- 7 Li Y M, Dong S J, Li K W, Tong S C. Fuzzy adaptive fault tolerant time-varying formation control for nonholonomic multirobot systems with range constraints. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2023, **8**(6): 3668–3679
- 8 Gao Zhen-Yu, Guo Ge. Fixed-time formation control of AUVs based on a disturbance observer. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1094–1102
(高振宇, 郭戈. 基于扰动观测器的 AUVs 固定时间编队控制. 自动化学报, 2019, **45**(6): 1094–1102)
- 9 Qiang J P, Liu L, Xu M, Fang Y M. Fixed-time backstepping control based on adaptive super-twisting disturbance observers for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 2022, **95**(9): 2294–2306
- 10 Mu C X, Yao J Y, Yang H J, Lu M, Han Q N. Cooperative control for air-ground systems via bidirectional signal connection in complex environment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(9): 5680–5691
- 11 Lu K, Dai S L, Jin X. Fixed-time rigidity-based formation maneuvering for nonholonomic multirobot systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(4): 2129–2141
- 12 Shi W X, Wang Q W, Gong L S. Formation control of multiple mobile robots with prescribed performance. In: Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Hefei, China: IEEE, 2020. 22–24
- 13 Dai S L, He S D, Chen X, Xu J. Adaptive leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with prescribed transient and steady-state performance. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, **16**(6): 3662–3671
- 14 Yoo S J, Park B S. Quantized feedback control strategy for tracking performance guarantee of nonholonomic mobile robots with uncertain nonlinear dynamics. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, **407**: Article No. 126349
- 15 Zhuang M L, Tan L G, Li K H, Song S M. Fixed-time formation control for spacecraft with prescribed performance guarantee under input saturation. *Aerospace Science and Technology*, 2021, **119**: Article No. 107176
- 16 Chen Shi-Ming, Shao Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2019, **36**(10): 1606–1614
(陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. 控制理论与应用, 2019, **36**(10): 1606–1614)
- 17 Xing L T, Wen C Y, Liu Z T, Su H Y, Cai J P. Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(4): 2071–2076
- 18 Wang D D, Pan S Y, Zhou J, Pan Q K, Miao Z H, Yang J K. Event-triggered integral formation controller for networked nonholonomic mobile robots: Theory and experiment. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2024, **24**(12): 14620–14632
- 19 Tang F H, Wang H Q, Chang X H, Zhang L, Alharbi K H. Dynamic event-triggered control for discrete-time nonlinear Markov jump systems using policy iteration-based adaptive dynamic programming. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2023, **49**: Article No. 101338
- 20 Cao L, Yao D Y, Li H Y, Meng W, Lu R Q. Fuzzy-based dy-

- namic event triggering formation control for nonstrict-feedback nonlinear MASs. *Fuzzy Sets and Systems*, 2023, **452**: 1–22
- 21 Shen M Q, Gu Y, Wang Q G, Wu Z G, Park J H. Tighter interval estimation for discrete-time linear systems with a new dynamic triggering approach. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, **72**: Article No. 1008011
- 22 Parsegov S E, Polyakov A E, Shcherbakov P S. Fixed-time consensus algorithm for multi-agent systems with integrator dynamics. *IFAC Proceedings Volumes*, 2013, **46**(27): 110–115
- 23 Ba D S, Li Y X, Tong S C. Fixed-time adaptive neural tracking control for a class of uncertain nonstrict nonlinear systems. *Neurocomputing*, 2019, **363**: 273–280
- 24 Zuo Z Y, Tie L. A new class of finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2014, **87**(2): 363–370
- 25 Zuo Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems. *IET Control Theory & Applications*, 2014, **9**(4): 545–552
- 26 Zuo Z Y, Ke R Q, Han Q L. Fully distributed adaptive practical fixed-time consensus protocols for multi-agent systems. *Automatica*, 2023, **157**: Article No. 111248
- 27 Yang H J, Ye D. Adaptive fixed-time bipartite tracking consensus control for unknown nonlinear multi-agent systems: An information classification mechanism. *Information Sciences*, 2018, **459**: 238–254
- 28 Zhou Jing-Ye, Li Jia-Wang, Di Qing, Fang Kai, Yao Jia-Qi, Huang Han-Tao. Robust simultaneous formation tracking and stabilization of nonholonomic wheeled mobile robots. *Control Theory & Applications*, 2020, **37**(7): 1461–1470
(周竟烨, 李家旺, 邓青, 方凯, 姚佳琪, 黄汉涛. 非完整轮式机器人的鲁棒同步编队跟踪及镇定控制. 控制理论与应用, 2020, **37**(7): 1461–1470)
- 29 Peng Z X, Wen G G, Rahmani A, Yu Y G. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neurodynamic based approach. *Robotics & Autonomous Systems*, 2013, **61**(9): 988–996
- 30 Wang Jian-An, Yan Hui-Xian, Zhao Zhi-Cheng. Anti-disturbance fixed-time formation control of multi-mobile robots via event-triggered mechanism. *Acta Electronica Sinica*, 2023, **51**(5): 1256–1265
(王健安, 闫慧娴, 赵志诚. 事件触发策略下多移动机器人抗干扰固定时间编队控制. 电子学报, 2023, **51**(5): 1256–1265)



王健安 太原科技大学电子信息工程学院教授. 主要研究方向为多智能体系统协同控制和复杂网络. 本文通信作者.

E-mail: jiananwang@tyust.edu.cn

(WANG Jian-An) Professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. His research interest covers cooperative control of multi-agent systems and complex networks. Corresponding author of this paper.)



闫慧娴 太原科技大学电子信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为移动机器人编队和多智能体系统协同控制. E-mail: yanhuixian@sxgy.edu.cn

(YAN Hui-Xian) Master student at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan Uni-

versity of Science and Technology. Her research interest covers formation of mobile robots and cooperative control of multi-agent systems.)



张君如 太原科技大学电子信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为复杂网络预设性能同步.

E-mail: mzhangjr6@163.com

(ZHANG Jun-Ru) Master student at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. Her main research interest is prescribed performance synchronization of complex networks.)



张捷 太原科技大学电子信息工程学院副教授. 主要研究方向为多智能体系统的协同输出调节和容错控制.

E-mail: zhangjie_hao666@163.com

(ZHANG Jie) Associate professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. His research interest covers cooperative output regulation and fault-tolerant control of multi-agent systems.)



李明杰 太原科技大学电子信息工程学院教授. 主要研究方向为数据驱动的复杂工业过程建模与控制.

E-mail: limingjie@tyust.edu.cn

(LI Ming-Jie) Professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. His research interest covers data-driven modeling and control for complex industrial process.)



赵志诚 太原科技大学电子信息工程学院教授. 主要研究方向为先进控制理论与应用.

E-mail: zhzhich@tyust.edu.cn

(ZHAO Zhi-Cheng) Professor at the School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology. His research interest covers advanced control theory and applications.)